



## مکانیک سیالات و هیدرولیک

هادی سیاسر - عظیم شیردلی



## فهرست

۱	فصل اول - خواص سیالات
۲	۱- مقدمه
۴	۲- سیال یا شاره
۴	۳-۱ مفهوم پیوستگی سیال
۵	۴- ابعاد و آحاد
۱۱	۵- تنش برشی
۱۱	۶- لزجت (ویسکوزیته یا گرانزوی)
۱۲	۷- قانون لزجت نیوتون
۱۳	۸- ضریب لزجت دینامیکی یا لزجت مطلق
۱۳	۹- ضریب لزجت سینماتیکی
۱۵	۱۰-۱ مسائل مطرح شده در مورد قانون لزجت نیوتون
۱۶	۱۰-۱-۱ حرکت یک صفحه روی سیال
۱۷	۱۰-۱-۲ حرکت یک صفحه بین دو سیال
۱۹	۱۰-۱-۳ سطح شیبدار
۲۱	۱۰-۱-۴ لزجت سنج استوانه‌ای (حرکت یک استوانه داخل استوانه دیگر)
۲۴	۱۱-۱ انواع سیالات
۲۴	۱۱-۱-۱ سیال ایده‌آل
۲۴	۱۱-۱-۲ سیال واقعی (حقیقی)
۲۴	الف) سیالات نیوتینی
۲۵	ب) سیالات غیرنیوتینی
۲۷	۱۲-۱ حجم
۲۸	۱۳-۱ جرم مخصوص یا چگالی جرم یا دانسیته

۱۴-۱	وزن مخصوص یا چگالی وزن.....
۱۵-۱	چگالی نسبی (S) یا جرم حجمی نسبی .....
۱۶-۱	حجم مخصوص.....
۱۷-۱	فشار.....
۱۸-۱	گاز کامل و معادله حالت.....
۱۹-۱	قابلیت تراکم پذیری سیالات (مدول بالک یا ضریب کشسانی حجمی)
۲۰-۱	فشار بخار ( $P_V$ ).....
۲۱-۱	کشش سطحی.....
۲۲-۱	اثرات کشش سطحی.....
۲۳	۱-۲۲-۱ محاسبه فشار نسبی داخلی در قطره، حباب و جت باریک مایع.....
۲۴-۱	۲-۲۲-۱ مویننگی.....
۲۵	۱-۲۴-۱ اصل عدم لغزش و عدم پرش دما.....
۲۶	۴۰ مجموعه تستهای خواص سیالات.....

۴۹	فصل دوم - استاتیک سیالات.....
۴۹	۱-۲ مقدمه.....
۴۹	۲-۲ فشار.....
۵۱	۳-۲ فشار استاتیکی و فشار دینامیکی.....
۵۱	۴-۲ فشار نسبی و فشار مطلق.....
۵۴	۵-۲ محاسبه فشار در مایعات.....
۵۵	۶-۲ تغییر فشار با عمق.....
۵۸	۷-۲ تغییرات فشار در سیال ساکن تراکم پذیر.....
۶۰	۸-۲ وسایل اندازه گیری فشار.....
۶۰	۱-۸-۲ فشارسنج بوردن.....
۶۱	۲-۸-۲ فشارسنج جیوه ای(بارومتر جیوه ای.....
۶۲	۳-۸-۲ پیزومتر.....
۶۲	۴-۸-۲ مانومترها.....
۶۴	۵-۸-۲ مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی).....
۶۵	۶-۸-۲ مانومتر شیبدار (مایل).....
۷۰	۹-۲ نیروی هیدرولاستاتیکی وارد بر سطوح.....
۷۰	۱۰-۲ نیروی فشار وارد بر سطوح تحت یا مسطح.....
۷۰	۱. حالتی که صفحه افقی باشد.....
۷۱	۲. حالتی که صفحه شیبدار(مایل) باشد(حالت کلی).....
۷۳	۳. حالتی که صفحه قائم باشد.....
۸۲	۱۱-۲ تعیین مقدار نیروی برآیند و خط اثر آن با استفاده از روش منشور فشار.....
۸۴	۱۲-۲ نیروی هیدرولاستاتیک وارد بر سطوح منحنی.....

۹۱	۱۳-۲ نیروی شناوری یا نیروی ارشمیدس و مرکز اثر آن .....
۹۱	۱-۱۳-۲ حالت شناوری .....
۹۳	۲-۱۳-۲ حالت غوطه‌وری .....
۹۳	۳-۱۳-۲ حالت تهشینی .....
۹۷	۱۴-۲ معیار پایداری اجسام غوطه‌ور .....
۹۸	۱۵-۲ نقطه متاستریک و ارتفاع متاستریک .....
۹۹	۱۶-۲ معیار پایداری اجسام شناور .....
۱۰۱	۱۷-۲ تعادل نسبی .....
۱۰۲	تست‌های فصل دوم استاتیک سیالات .....



# فصل اول

## خواص سیالات

### هدف‌های رفتاری

پس از پایان این فصل از دانشجو انتظار می‌رود که:

۱. مفهوم سیالات را بیان کند.
۲. مفهوم پیوستگی سیال را تشریح کند.
۳. تنش برشی را توضیح دهد.
۴. مفهوم لزجت را بیان کند.
۵. قانون لزجت نیوتونی را توضیح دهد.
۶. لزجت دینامیکی و لزجت سینماتیکی را توضیح دهد.
۷. انواع سیالات (سیالات نیوتونی و غیرنیوتونی) را تشریح نماید.
۸. حجم، چگالی، حجم مخصوص و فشار سیال را توضیح دهد.
۹. گاز کامل و معادله حالت را بیان کند.
۱۰. مفهوم مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک یا ضربی کشسانی حجمی را بیان کند)
۱۱. مفهوم فشار بخار را توضیح دهد.
۱۲. مفهوم کشش سطحی و موئینگی را بیان نماید.

## ۱-۱ مقدمه

مکانیک سیالات یکی از علوم مهندسی است که به بررسی مسائل استاتیکی و دینامیکی سیالات می‌پردازد. تا پیش از قرن بیستم، مطالعه سیالات اساساً بر عهده دو گروه مهندسین هیدرولیک و ریاضی بوده است. مهندسین در زمینه‌های تجربی کار می‌کردند، در حالی که ریاضی دانان صرفاً به جنبه‌های تئوری و تحلیلی می‌پرداختند. محققین برجسته‌ای چون ارشمیدس، داوینچی نیوتن، برنولی، اوولر، ناویر، استوک، رینولدز، پراندل، تیلور و فون کارمن در یافتن‌کده مطالعات سیالات باید آمیخته‌ای از تئوری و آزمایش باشد. امروزه در تحقیقات نوین، ریاضیدانان، فیزیک دانان، مهندسین و تکنسین‌های ماهر بصورت گروهی کار کرده و بر حسب ضرورت از هر دو جنبه عملی و تئوری بهره می‌گیرند.



شکل ۱-۱ چهره‌های آشنادر زمینه مکانیک سیالات

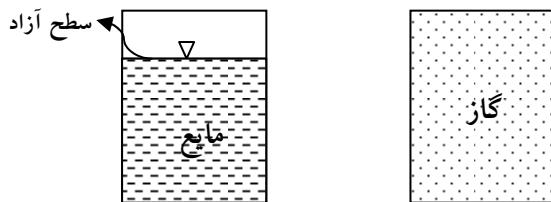
رشته‌های مختلف سیالات عبارتند از: استاتیک، مکانیک، هیدرولیک، ایرودینامیک، سینماتیک و مهندسی کشتی. این رشته‌ها در مکانیک سیالات براساس اصول و قوانین مکانیک (قوانین نیوتن، قوانین ترمودینامیک، و اصول بقاء ماده و انرژی و... ) و خواص سیالات (قوانین نیوتن، قوانین معادله حالت، کشش سطحی، تراکم پذیری، فشار بخار

و...) بررسی می‌شوند.

ماده به طور کلی به سه حالت تقسیم می‌شود: جامد، مایع و گاز. با توجه به اینکه بحث سیالات مربوط به دو حالت مایع و گاز می‌باشد، لذا به بررسی خواص آنها می‌پردازیم.

تفاوت مهم این دو در چگونگی تراکم پذیری و نحوه اشغال ظرف می‌باشد. مایعات معمولاً تراکم‌ناپذیر فرض می‌شوند و قسمت پائین ظرف را اشغال کرده و چنانچه ظرف پر نباشد سطح آزاد تشکیل می‌دهند و حجم معینی را اشغال می‌کنند. در حالی که گازها کاملاً تراکم‌پذیر بوده و تغییرات حجم آنجا نسبت به فشار وارد و درجه حرارت زیاد می‌باشد و تا هنگامی که فضا و حجم ظرف اجازه دهد، انبساط می‌یابد و کلیه فضای ظرف را گرفته و سطح آزاد تشکیل نمی‌دهند. شکل (۲-۱)

دو فرق مهم بین مکانیک سیالات و مکانیک جامدات وجود دارد. اول اینکه خواص سیالات کاملاً با خواص جامدات متفاوت است و این خواص نیز معمولاً با حرکت سیال تغییر می‌کنند. دوم اینکه در مکانیک جامدات معمولاً حرکت اجسامی مشخص با جرمی معین مورد مطالعه قرار می‌گیرد، حال آنکه در مکانیک سیالات مطالعه حرکت پیوسته سیال، به صورت یک جریان مورد نظر می‌باشد.



شکل ۲-۱ خواص سیالات در ظروف

مطالعه سیالات در حالت سکون را استاتیک سیالات<sup>۱</sup>؛ مطالعه حرکت آنها را دینامیک سیالات<sup>۲</sup> و مطالعه توان ایستایی و پویایی سیالات را مکانیک سیالات<sup>۳</sup> می‌گویند. در مکانیک سیالات دو شاخه تخصصی به نام نیوماتیک<sup>۴</sup> (با نظامهای هوای

فسرده سروکار دارد) و هیدرولیک<sup>۱</sup> (با مایعات تحت فشارسر و کار دارد) وجود دارد. بحث سیالات بیشتر در خصوص مایعات می‌باشد. لذا بیشتر به جای مایع از لفظ سیال استفاده می‌کنیم.

## ۲-۱ سیال یا شاره<sup>۲</sup>

سیال ماده‌ای است که تحت تأثیر تنفس برشی هر چند ناچیز بتواند پیوسته تغییر شکل دهد. بنابراین با توجه به این تعریف، حالت فیزیکی سیال فقط می‌تواند مایع و گاز (یا بخار) باشد. بر خلاف آن جسم جامد هنگام که در معرض تنفس برشی قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد ولی این تغییر شکل پس از مدتی متوقف می‌شود (یا این که جسم کاملاً می‌شکند).

فاصله زیاد ملکول‌ها نیروی جاذبه کم بین آنها سبب سهولت تغییر شکل سیال می‌گردد. برای مثال، ما به راحتی می‌توانیم در هوا حرکت کنیم و آن را جابجا نماییم. به طور کلی سیالات را می‌توان به دو گروه مایعات و گازها تقسیم کرد. تفاوت اصلی بین این دو، ناشی از اثر نیروهای چسبندگی است. مایع از مولکول‌های به هم فشرده با نیروی چسبندگی قوی تشکیل شده که مایل است حجم خود را حفظ کند، ضمن اینکه یک سطح آزاد در تماس با محیط دارد. در حالی که گاز، حجم معین و تعریف شده‌ای را درون اتمسفر ساکن اشغال نمی‌کند و آزادانه در فضا جاری می‌گردد و شکل تمام ظرف را به خود می‌گیرد.

## ۳-۱ مفهوم پیوستگی سیال

به طور کلی سیالات از مولکول‌های در حال حرکت تشکیل می‌شوند. اما در اغلب کاربردهای مهندسی عموماً اثرات متوسط یا کلی مولکول‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. بنابراین سیالات مجموعه‌ای پیوسته و یکسان به حساب می‌آیند که در آن فضای خالی و یا سوراخ وجود ندارد و رفتار تک تک مولکول‌ها مورد توجه نیست، یعنی رفتار حجمی سیال موردنظر است.

در بررسی رفتار سیالات در شرایط معمولی فرض پیوستگی سیال، صحیح است. اگر چه ساختمان ملکولی سیالات برای تشخیص یک سیال از سیال دیگر اهمیت دارد، اما مطالعه رفتار هر یک از مولکول‌ها برای تشریح رفتار سیالات ساکن یا متحرک امکان‌پذیر نیست. در این شرایط رفتار سیالات از طریق مطالعه مقدار متوسط کمیت مورد نظر مشخص می‌شود. بنابراین هنگامی که گفته می‌شود سرعت در یک نقطه از سیال زیاد است منظور، سرعت متوسط مولکول‌ها در یک حجم کوچک اطراف آن نقطه می‌باشد. این حجم در مقایسه با ابعاد فیزیکی سیستم مورد مطالعه، کوچک و در مقایسه با فاصله متوسط بین مولکول‌ها بزرگ است. بنابراین فرض می‌شود مشخصاتی نظیر فشار و سرعت، توابع پیوسته‌ای از زمان و مکان باشند. از این‌رو سیال به عنوان یک ماده پیوسته<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار می‌گیرد و پیوستگی سیال اساس مکانیک سیالات می‌باشد.

بنابراین با فرض پیوستگی، هر خاصیت از سیال در هر نقطه‌ای از فضا، مقدار معینی را دارا می‌باشد. در مسائل مربوط به گاز رقیق شده یا گازهای کم چگال (گازهای سطوح بالای اتمسفر) فرض پیوستگی محیط صادق نیست. بنابراین در محیط پیوسته فرض می‌شود که مقادیر چگالی، حجم مخصوص، سرعت و شتاب در تمامی سیال به‌طور پیوسته تغییر نماید (یا ثابت باشد).

#### ۴-۱ ابعاد و آحاد<sup>۲</sup>

بعد یا دیمانسیون، به هر کمیت قابل اندازه گیری نظیر طول، زمان و سرعت اطلاق می‌شود و واحد، وسیله بیان کمیت به صورت عدد است. مثلاً بعد طول، بیان‌گر متغیرهایی از قبیل مسافت، جابجایی، پهنا، خمیدگی و ارتفاع است و سانتی‌متر و اینچ دو واحد عددی برای بیان طول‌اند. دیمانسیون مفهوم قویی است که براساس آن تحلیل ابعادی شکل می‌گیرد.

ابعادی که مستقل از بقیه ابعاد انتخاب می‌شوند ابعاد اصلی یا اولیه نامیده شده و آنها بیکاری که بر حسب ابعاد اصلی بیان می‌شوند به ابعاد فرعی یا ثانویه موسومند. مکانیک سیالات چهار بعد اصلی (کمیت اصلی) دارد که عبارتند از: جرم (M)، طول

1. Continues  
2. Dimension

(L)، زمان (T) و دما ( $\Theta$ ).

در کمیت‌های فرعی ابعاد برحسب کمیت‌های اصلی قابل بیان است، مثلاً نماد بعد سطح ( $L'$ ) و سرعت ( $LT^{-1}$ ) است. در اکثر مسائل مکانیک سیالات فقط به سه کمیت اصلی  $M$ ،  $L$ ، و  $T$  نیاز است. همچنین ممکن است از کمیت‌های  $L$ ،  $T$  و  $F$  استفاده شود که بعد  $F$  نیروست.

براساس قانون دوم نیوتون، نیرو برابر با حاصلضرب جرم در شتاب است. بنابراین  $F = MLT^{-2}$ . بعده آن عبارتست از

هر معادله‌ای که تعدادی از کمیت‌های فیزیکی را به هم مرتبط کند، باید از نظر ابعادی، همگن باشد. بدین معنی که ابعاد سمت چپ معادله با ابعاد سمت راست معادله همنام باشند و تمام جملات معادله باید از ابعاد یکسان باشند. مثلاً معادله سرعت  $V$ ، در جسمی با شتاب یکنواخت  $a$  برابر است با  $V = V_0 + at$  که  $V$  سرعت اولیه و  $t$  زمان طی شده است. برحسب تناسب ابعادی، داریم  $LT^{-1} = LT^{-1} + LT^{-1}$ ، بنابراین معادله فوق از نظر ابعادی همگن است. سیستم واحدها در هر کشور متفاوت می‌باشد. در حال حاضر متداول ترین سیستم‌ها، سیستم بین‌المللی آناد (SI) می‌باشد. هرچند که سیستم‌های انگلیسی نیز در حال حاضر کاربردهای فراوانی دارند.[۱]

#### ۱-۴-۱ دستگاه بین‌المللی متریک<sup>۱</sup>

دستگاه بین‌المللی (SI) در بسیاری از کشورهای جهان پذیرفته شده است. در این دستگاه واحد طول متر ( $m$ ) واحد زمان ثانیه ( $s$ )، واحد جرم کیلوگرم ( $kg$ ) و واحد دما سانتیگراد ( ${}^{\circ}C$ ) است.

سیستم واحدی SI جزو سیستم‌های مطلق به شمار می‌روند. سیستم‌های مطلق سیستم‌هایی هستند که در آن از میان جرم و نیرو یکی به‌طور مستقل تعریف شده و دیگری با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آید. در سیستم‌های مطلق برای مرتبط کردن واحد نیرو به واحد جرم نیازی به هیچگونه ضریبی برای اراضی اصل همگنی نداریم. به عنوان مثال در سیستم SI واحد نیرو یک بعد فرعی است که نیوتون نام دارد و می‌توانیم آن را از قانون دوم نیوتون به‌دست آوریم: یک نیوتون نیروی است که به جرم

۱ شتابی برابر  $\frac{m}{s^2}$  بدهد.

$$1N = 1Kg \cdot \frac{m}{s^2} \quad (1-1)$$

نیروی که جاذبه نقل به یک جسم وارد می‌کند، وزن جسم نامیده می‌شود. جرم یک جسم (m) با تغییر موقعیت آن تغییر نمی‌کند. اما وزن (W) آن برابر است با جرم ضربدر شتاب جاذبه محل (g) یعنی:

$$W = mg \quad (2-1)$$

وزن جسم تابع موقعیت محلی جسم است. برای مثال در محلی که  $g = 9.806 \frac{m}{s^2}$  است، اگر وزن جسمی ۱ نیوتون باشد بدین معناست که جرم آن  $\frac{10}{9.806}$  کیلوگرم می‌باشد. حال اگر همین جسم با همین جرم در محلی قرار گیرد که

شتاب جاذبه آن  $g = 9.7 \frac{m}{s^2}$  باشد، وزن آن بدین صورت محاسبه می‌گردد:

$$W = \frac{10N}{9.806} \left( 9.7 \frac{m}{s^2} \right) = 9.892N$$

خواهد بود. شتاب جاذبه استاندارد در سیستم SI برابر  $9.806 \frac{m}{s^2}$  است.

جدول ۱-۱ سیستم‌های متریک

سیستم SI	سیستم (CGS) (سانتمتر - گرم - ثانیه)	کمیت
(kg) کیلوگرم	(gr) گرم	جرم
(m) متر	(cm) سانتیمتر	طول
(s) ثانیه	(s) ثانیه	زمان
(N) نیوتون	(dyne) دین	نیرو
(K) کلوین	(K) کلوین	دما

خواص سیال را غالباً در شرایط استاندارد یعنی برای دمای  $4^\circ C$  و فشار  $760 mmHg$  بیان می‌کنند.

در سیستم SI علامت اختصاری واحدهایی مانند ساعت (hr)، متر (m) و ثانیه (s) را با حروف کوچک نشان می‌دهند. برخی از واحدها به نام اشخاص نامگذاری

شده‌اند.

واحد کاروانرژی در دستگاه متریک عبارت است از ژول (J) که برابر با یک نیوتن در یک متر است (N·m). واحد توان در دستگاه متریک، وات (W) است، که عبارت از یک ژول بر یک ثانیه (J/s) است. پیشوند هایی که در دستگاه بین‌المللی متریک (SI) برای تعیین اجزا و اضعاف واحدها به کار می‌روند در جدول (۲-۱) نشان داده شده است.

**جدول ۲-۱ پیشوند آحاد سیستم SI**

علامت اختصاری	پیشوند	ضریب	علامت اختصاری	پیشوند	ضریب
m	میلی	$10^{-3}$	G	گیگا	$10^9$
$\mu$	میکرو	$10^{-6}$	M	مگا	$10^6$
n	نانو	$10^{-9}$	k	کیلو	$10^3$
p	پیکو	$10^{-12}$	c	سانتی	$10^{-2}$

### ۲-۴-۱ دستگاه جاذبه (گرانی) انگلیسی<sup>۱</sup>

در دستگاه جاذبه انگلیسی (BG)، واحد طول فوت (ft)، واحد زمان ثانیه (s)، واحد نیرو پوند (lbf) و واحد دما رانکین (R) است. در این دستگاه جرم به عنوان یک بعد فرعی محسوب می‌شود و واحد آن اسلامگ است و طبق قانون دوم نیوتن، چنین تعریف می‌شود.

$$\text{اسلامگ} = \frac{\text{lbf} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}} \quad (3-1)$$

**جدول ۳-۱ سیستم‌های متداول انگلیسی**

سیستم جاذبه انگلیسی <b>British Gravitational (BG) system</b>	کمیت
اسلامگ (slug)	جرم
فوت (ft)	طول
ثانیه (s)	زمان
پوند نیرو (lbf)	نیرو
رانکین (R)	دما

1. British Gravitational system (BG)

به نیرویی که جاذبه زمین بر جسمی وارد می‌کند، نیروی ثقل یا وزن می‌نامند. وزن یک جسم از حاصلضرب جرم در شتاب جاذبه  $g$  به دست می‌آید و چنین تعریف می‌شود:

$$W(\text{lbf}) = m(\text{slug}).g\left(\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)$$

و مقدار  $g$  تقریباً  $\frac{32}{2} \text{ ft/s}^2$  است.

### ۳-۴-۱ دستگاه مهندسی انگلیسی<sup>۱</sup>

در دستگاه مهندسی انگلیسی (EE) واحد نیرو و جرم به طور مستقل تعریف می‌شوند. واحد نیرو، پوند نیرو ( $\text{lbf}$ )، واحد جرم پوند جرم ( $\text{lbm}$ )، واحد طول فوت ( $\text{ft}$ )، واحد زمان ثانیه ( $\text{s}$ ) و واحد دما، رانکین ( $R$ ) است.

در این حالت قانون دوم نیوتون به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$F = \frac{ma}{g_c} \quad (4-1)$$

جدول ۴-۱ سیستم‌های متداول انگلیسی

کمیت	سیستم مهندسی انگلیسی (EE)
جرم	پوند جرم ( $\text{lbm}$ )
طول	پوند فوت ( $\text{ft}$ )
زمان	پوند ثانیه ( $\text{s}$ )
نیرو	پوند نیرو ( $\text{lbf}$ )
دما	رانکین ( $R$ )

یک پوند و نیرو ( $1\text{lbf}$ )، نیرویی است که به جرم یک پوند ( $1\text{lbm}$ )، شتاب معادل شتاب ثقل استاندارد زمین  $\frac{ft}{s^2}$  می‌دهد. بنابرین از معادله (۴-۱) خواهیم داشت.

$$g_c = \frac{(1\text{lbm})\left(\frac{32}{2}\frac{\text{ft}}{\text{s}^2}\right)}{(1\text{lbf})}$$

1. English Engineering(EE)system

چون نیروی  $1 lbf$  به جرم  $1 lbm$  شتاب  $\frac{ft}{s^2}$  را می‌دهد، بنابراین چنین نیرویی به جرم  $32/2 \frac{ft}{s^2}$  را می‌دهد. یک اسلاگ نیز تحت نیروی  $lbf$ ، شتاب  $1 \frac{ft}{s^2}$  پیدا می‌کند پس داریم:

$$1 \text{ اسلاگ} = 32/2 lbm$$

**مثال ۱-۱:** جسمی به وزن  $1000 lbf$ ، تحت تاثیر جاذبه زمین با شتاب ثقل

$32/2 \frac{ft}{s^2}$  قرار دارد. جرم آن چند کیلوگرم است؟ حل داریم:

$$w = m \cdot g$$

$$1000 \text{ lbf} = (m \cdot slug) \left( 32/2 \frac{ft}{s^2} \right)$$

$$m = \frac{1000}{32/2} = 31/0.8 \text{ slug}$$

برای تبدیل اسلاگ به کیلوگرم باید از ضریب  $14/5939 kg / slug$  استفاده کرد.

بنابراین:

$$m = (31/0.8 \text{ Slug}) \times (14/5939 \text{ kg / slug})$$

$$m = 453/46 \text{ kg}$$

### ضرایب تبدیل

32/174 ft/s <sup>2</sup> =9/80665 m/s <sup>2</sup>
1ft <sup>2</sup> =0/0929m <sup>2</sup> ,1in <sup>2</sup> =6452 mm <sup>2</sup>
1slug/ft <sup>3</sup> =5154kg/m <sup>3</sup>
1 ft-lb = 1/356 J = 1/356 N-m = 1/356 Watt
1 Btu=1055j ,1hp=746w=2545Btu/h
1ft <sup>3</sup> /s=0/02832m <sup>3</sup> /s=28/32 lit/s ,1mgd=1/55cfs=0/0438m <sup>3</sup> /s=43/8lit/s
1lb=4/448N ,1lbf/in <sup>2</sup> =6895Pa
(سیکل بر ثانیه):1cycle=1Hz
1slug/ft. s=1 lb. s/ft <sup>2</sup> ,1stokes=0/0001m <sup>2</sup> /s,1poise=0/1kg/m. s
1ft <sup>2</sup> =0/0929m <sup>2</sup> /s=929stokeses
1in=25/4mm ,1ft=0/03048 ,1mile=1/609km

1 slug = 14/5 kg , 1 lbm = 0/4536 kg
1 hp = 550 ft-lb/s = 746 W = 2545 Btu/h
1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> = 0/0209 lb/ft <sup>2</sup> = 1/45 × 10 <sup>-4</sup> psi , 25/4 mmHg = 3386 N/m <sup>2</sup>
1 اینچ آب = 249/1 N/m <sup>2</sup> 1 lb/ft <sup>2</sup> = 47/88 N/m <sup>2</sup> = 47/88 Pa = 0.4788 mb
1 اتمسفر = 14/7 psi = 29/92 in. Hg = 760 mmHg = 101/325 kN/m <sup>2</sup>
ثابت عمومی گازها: 1 ft. lb/slug°R = 0/1672 N. m/kg°k
وزن مخصوص: 1 lb/ft <sup>3</sup> = 157/1 N/m <sup>3</sup> ,
جرم مخصوص: 1 slug/ft <sup>3</sup> = 515/4 kg/m <sup>3</sup>
دما: 1°K = 1°F = 1°R
سرعت: 1 mi/hr = 1/467 ft/s = 1/609 km/hr = 0/4470 m/s
آگالن: 0/1337 ft <sup>3</sup> = 0/03785 m <sup>3</sup> = 3/785 lit = 231 in <sup>3</sup>
حجم: 1 ft <sup>3</sup> = 0/02832 m <sup>3</sup> , 1 m <sup>3</sup> = 1000 lit , 1 in <sup>3</sup> = 16,390 mm <sup>3</sup> = 1/639 × 10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup>

## ۱-۱ تنش برشی

تنش برشی عبارتست از تقسیم نیروی برشی بر سطح اعمال شده می‌باشد. این نیروی برشی، مولفه مماسی نیرو بر سطح می‌باشد. تنش برشی در یک نقطه، حد نیروی برشی وارد بر سطح است هنگامیکه این سطح به قدر کافی کوچک گردد و به یک نقطه تبدیل شود.

در سیالات در حال حرکت، تنش برشی که ناشی از نیروی برشی است، بوجود می‌آید. این تنش برشی باعث ایجاد تغییر سرعت در سیال می‌شود. به عبارت دیگر اگر قسمتی از سیال روی قسمت دیگر به علت اختلاف سرعت بلغزد باعث تغییر شکل و بهم خوردن شکل اولیه سیال و در نتیجه ایجاد تنش برشی میگردد و بر عکس اگر تمام لایه‌های سیال سرعت یکنواخت و مشابه داشته باشند هیچگونه تنش برشی ایجاد نشده و لایه‌های سیال نسبت به هم در حالت سکون قرار دارند.

## ۱-۲ لزجت<sup>۱</sup> (ویسکوزیته یا گرانروی)

لزجت یک خاصیت سیال است که مقاومت در برابر حرکت سیال را نشان می‌دهد و سبب چسبندگی قشرهای مختلف سیال ضمん حرکت می‌شود. لزجت در سیالات

همانند اصطکاک در اجسام صلب می‌باشد، با این تفاوت که اثر لزجت، فقط هنگام حرکت لایه‌های سیال بر روی هم در سیال پدیدار می‌شود.

لزجت عامل اصلی انتقال مومنتم در لایه‌های سیال است و هنگامی ظاهر می‌شود که بین لایه‌های سیال حرکت نسبی وجود داشته باشد. در حالت کلی لزجت سیالات ناشی از دو نیروی جاذبه ملکولی<sup>۱</sup> (در مایعات بسیار بیشتر از گازها) و دیگری نیروهای تبادل مومنتم ملکولی<sup>۲</sup> (در گازها) می‌باشد.

عامل لزجت در مایعات و گازها متفاوت است. در مایعات عامل اصلی لزجت نیروی جاذبه مولکولی بین ذرات است که مانع حرکت آزاد آنها می‌شود. به این علت هرگاه مایع را حرارت دهیم فاصله مولکول‌های آنها زیادتر می‌شود، بنابراین جاذبه مولکولی کاهش یافته و در نتیجه لزجت آن کاهش می‌یابد. در حالی که در گازها با افزایش دما سرعت ملکول‌های آن افزایش یافته و برخوردها زیاد می‌شود و این تسريع برخورد، باعث افزایش لزجت می‌گردد. در حالت کلی در یک سیال، لزجت از پیوستگی بین ملکول‌ها و در یک گاز از حرکت تصادفی ملکول‌ها حاصل می‌شود.

### ۷-۱ قانون لزجت نیوتن<sup>۳</sup>

قانون لزجت نیوتن بیان می‌کند که بین تنش برشی و تغییرات سرعت نسبت به جدار لوله یا کف کanal(و گرادیان سرعت یا نرخ تغییرشکل زاویه ای) رابطه خطی وجود دارد و رابطه زیر برقرار است:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (5-1)$$

در معادله فوق  $\tau$ ، تنش برشی (مقدار نیروی موثر بر واحد سطح) و  $\frac{dV}{dy}$ ، گرادیان سرعت و  $\mu$ ، ضریب لزجت دینامیکی (مطلق) سیال را نشان می‌دهد.

تش برشی ( $\tau$ ) حتی به مقدار کم نیز باعث حرکت سیال خواهد شد زیرا اعمال این تنش باعث ایجاد گرادیان  $\frac{dV}{dy}$  و در نتیجه حرکت نسبی لایه‌های سیال خواهد شد.

1. Cohensive

2. Intermolecular forces

3. Newton "s Law Viscosity

## ۱-۸ ضریب لزجت دینامیکی<sup>۱</sup> یا لزجت مطلق

با توجه به قانون لزجت نیوتن نسبت تنش برشی به گرادیان سرعت را ضریب لزجت دینامیکی می‌گویند. منظور از لزجت در حالت کلی، لزجت دینامیکی(مطلق) است مگر آنکه صراحتاً به لزجت سینماتیکی اشاره شود. لزجت دینامیکی می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dV}{dy}} = \frac{FL^{-\gamma}}{\frac{LT^{-\gamma}}{L}} = FL^{-\gamma}T \quad (6-1)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود در واحد ضریب مذکور، عامل نیرو  $F$  وجود دارد و به این علت به آن ضریب لزجت دینامیکی گفته می‌شود. رابط ابعادی لزجت در سیستم به صورت  $ML^{-1}T^{-1}$  یا  $FL^{-\gamma}T$  می‌باشد.

واحد لزجت در سیستم SI برابر  $(\frac{kg}{m.s})$  و در سیستم انگلیسی  $(\frac{lb.s}{ft})$  و  $\frac{N.s}{m.s}$  است. لازم به ذکر است که در دستگاه CGS واحد لزجت دینامیکی  $(\frac{slug}{ft.s})$  پواز(poise) می‌باشد که معادل  $1/\frac{N.s}{m}$  است.

از آنجایی که واحدهای ذکر شده در سیستم SI بزرگ می‌باشند از واحدهای کوچک‌تر نظیر Centipoise poise استفاده می‌شود.

روابط تبدیل واحد لزجت در سیستمهای آحاد به صورت زیراست:

$$1 Poise = \frac{gr}{cm.s} = 10 \frac{kg}{m.s} \quad \text{یا} \quad Pa.s$$

$$1 cp = centipoise = 10^{-3} Pa.s$$

$$1 \frac{slug}{ft.s} = 47.9 \frac{kg}{m.s}$$

$$1 \frac{kg}{m.s} = 10 poise$$

## ۱-۹ ضریب لزجت سینماتیکی<sup>۲</sup>

1. Dynamic Viscosity  
2. Kinematic Viscosity

نسبت ضریب لزجت دینامیکی سیال به جرم مخصوص را ضریب لزجت سینماتیکی می‌نامند و با حرف  $\nu$  (نو) نمایش می‌دهند بنابراین:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (7-1)$$

واحد لزجت سینماتیکی ( $\nu$ ) در سیستم SI، متر مربع بر ثانیه  $\left(\frac{m^2}{s}\right)$ ، در سیستم انگلیسی واحد آن فوت مربع بر ثانیه  $\left(\frac{ft^2}{s}\right)$  و بعد آن  $LT^{-1}$  می‌باشد. است. همچنین واحد این ضریب در سیستم CGS،  $(\text{استوکس}^1) \frac{cm^2}{s}$  می‌باشد که برابر  $10^{-4}$  یا  $\frac{cm^2}{s}$  است.

تبديل واحدها:

$$\begin{cases} \frac{ft^2}{s} = 929 \quad \frac{cm^2}{s} = 0.0929 \quad \frac{m^2}{s} = 929 \text{ St} \\ 1 \text{ St} = 10^{-4} \frac{m^2}{s} = 1 \frac{cm^2}{s} \end{cases}$$

نکته: تفاوت عمدۀ ضریب لزجت دینامیکی با ضریب لزجت سینماتیکی در این است که چون در ضریب لزجت سینماتیکی عامل جرم مخصوص دخالت دارد واز طرفی فشار در جرم مخصوص سیالات موثر است بنابراین بر خلاف ضریب لزجت دینامیکی، ضریب لزجت سینماتیکی تابع فشار است.

**مثال ۱-۲:** ضریب لزجت دینامیکی آب در دمای  $20^\circ\text{C}$  درجه سانتیگراد معادل

$10080$  پواز است. اولاً ضریب لزجت دینامیکی آن را بر حسب  $\frac{lb.s}{ft}$  حساب کنید.

ثانیاً اگر جرم مخصوص نسبی آب در دمای  $20^\circ\text{C}$  درجه سانتیگراد  $9980$  باشد، ضریب

لزجت سینماتیکی آن را بر حسب استوکس و  $\frac{ft^2}{s}$  حساب کنید؟

حل: می‌دانیم پواز بر حسب  $\frac{dyne.s}{cm^2}$  است و چون داریم:

$$1lb = 444800 \text{ dyne} \quad , \quad 1ft = 30/48cm$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{lb.s}{ft} &= \frac{444800 \text{ dyne.s}}{32/48 \text{ cm}} = 478 \text{ poise} \\ \mu &= \frac{0.01008}{478/\sqrt{}} = 0.01 \text{ St} \frac{lb.s}{ft} \\ \nu &= \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.01008}{0.998} = 0.01 \text{ St} \end{aligned}$$

و در سیستم انگلیسی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\gamma}{g} = \frac{0.998 \times 62/4}{32/2} = 1/934 \frac{slug}{ft^3} \\ \nu &= \frac{\mu}{\rho} = \frac{2/11 \times 10^{-5}}{1/934} = 1/0.91 \times 10^{-5} \frac{ft^2}{s} \end{aligned}$$

**مثال ۱-۳:** اگر ضریب لزجت دینامیکی سیال  $15/14$  پواز و جرم مخصوص آن

$964/0$  باشد، ضریب لزجت سینماتیکی آن را برحسب  $\frac{ft}{s}$  حساب کنید؟

حل: داریم:

$$\begin{aligned} \frac{lb.s}{ft} &= 448/4 \text{ poise} \\ \mu &= 15/4 \text{ poise} = \frac{14/14}{448/4} = 0.0316 \frac{lb.s}{ft^2} \\ \rho &= \frac{\gamma}{g} = \frac{0.964 \times 62/4}{32/2} = 1/688 \frac{slug}{ft^3} \\ \nu &= \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.0316}{1/688} = \frac{ft}{s} \end{aligned}$$

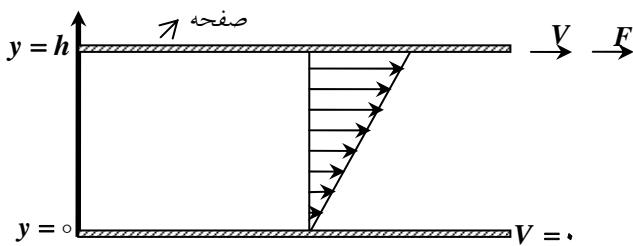
## ۱۰-۱ مسائل مطرح شده در مورد قانون لزجت نیوتون

با توجه به مسائل مختلفی که در مکانیک سیالات مطرح است تعدادی از کاربردهای قانون لزجت نیوتون به صورت کلی در زیر مطرح می‌شود که مطمئناً برای حل مفید خواهد بود. بهتر است دانشجویان عزیز روش حل ارائه شده را یاد بگیرند و لزومی به

حفظ کردن فرمول‌ها نیست.

### ۱-۱۰-۱ حرکت یک صفحه روی سیال

دو صفحه را مطابق شکل (۳-۱) در نظر می‌گیریم که بین آن دو سیالی با لزجت  $\mu$  قرار گرفته است. صفحه پائینی ثابت بوده و صفحه بالایی با سرعت  $V$  کشیده می‌شود. در روی صفحه پائینی سرعت ذرات سیال صفر است که این مورد برای کلیه سیالات لزج صادق بوده و به شرط عدم لغزش (اصل پذیرش جدار) معروف است.



شکل ۳-۱

با فرض توزیع سرعت خطی در سیال خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} F &= \tau A \\ \tau &= \mu \frac{dV}{dy} = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} = \mu \frac{V - 0}{h - 0} = \mu \frac{V}{h} \\ \Rightarrow F &= \mu A \frac{V}{h} \end{aligned} \quad (۸-۱)$$

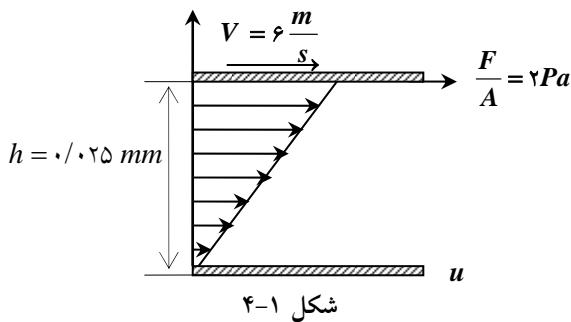
اگر فاصله بین دو صفحه کم یا سرعت حرکت صفحه پائین باشد می‌توان توزیع سرعت بین دو صفحه را خطی فرض کرد که در این صورت می‌توان به جای  $\frac{dV}{dy}$  از  $\frac{\Delta V}{\Delta y}$  استفاده کرد همچنین توجه داشته باشید که سطح پائین هم ممکن است حرکت داشته باشد که در این حالت به جای سرعت  $V$  سرعت نسبی بین دو صفحه را قرار می‌دهیم.

**مثال ۱-۴:** صفحه‌ای به فاصله  $0.25\text{ mm}$  از یک صفحه ثابت قرار دارد و ما بین دو صفحه با یک سیال نیوتونی پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای

حرکت صفحه متحرک با سرعت  $\frac{m}{s} = 6$ ، برابر  $2 Pa$  باشد، در آنصورت ویسکوزیته سیال

$$\text{چند } \frac{kg}{ms} \text{ خواهد بود؟}$$

**حل:** طبق اصل عدم لغش (پذیرش جدار)، سرعت سیال در مجاورت صفحه متحرک برابر  $\frac{m}{s} = 6$  و در مجاورت صفحه ثابت برابر صفر است. فاصله بین دو صفحه نیز خیلی کم است، به نحویکه می‌توان تغییرات سرعت سیال بین دو صفحه را خطی در نظر گرفت. بنابراین پروفیل توزیع سرعت در سیال بین دو صفحه، بصورت مقابل خواهد بود:



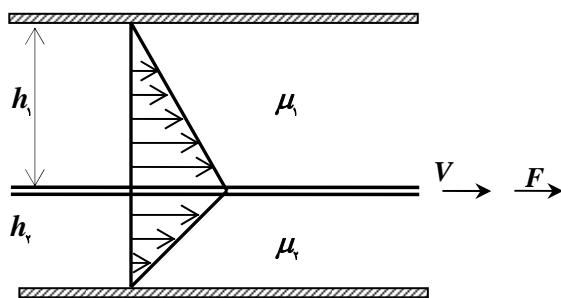
از طرفی می‌دانیم بعلت ثابت بودن سرعت صفحه متحرک و طبق قانون نیوتون، نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه با سرعت مورد نظر، برابر است با نیروی اصطکاک وارد بر واحد سطح این صفحه که خود برابر تنش برشی سیال در لایه مجاور صفحه متحرک است. لذا می‌توان نوشت:

$$\tau = \mu \left( \frac{V}{h} \right) \rightarrow \frac{F}{A} = \mu \left( \frac{V}{h} \right) \rightarrow \mu = \frac{\left( \frac{F}{A} \right)}{\left( \frac{V}{h} \right)} = \frac{2}{\left( \frac{6}{0.025 \times 10^{-3}} \right)} = 8 / 33 \times 10^{-6} \rightarrow Pa.s \left( \frac{kg}{m.s} \right)$$

### ۱۰-۲- حرکت یک صفحه بین دو سیال

مطابق شکل زیر صفحه‌ای به مساحت  $A$  را در نظر می‌گیریم که بین دو سیال با لرجهای  $\mu_1$  و  $\mu_2$  و ارتفاعهای  $h_1$  و  $h_2$  قرار گرفته است. می‌خواهیم نیروی لازم برای

کشیدن صفحه را تعیین کنیم؟



شکل ۱-۱

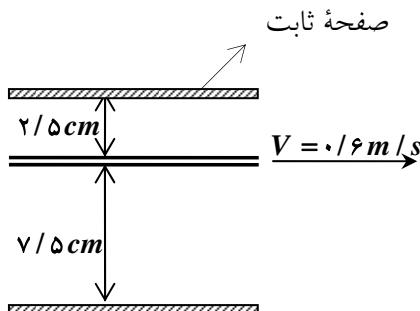
نیروی لازم برای کشیدن این صفحه مجموع دو نیرویی است که از سیال بالایی و سیال پایینی به آن وارد می‌شود:

$$\begin{aligned}
 F &= F_1 + F_\gamma = \tau_1 A + \tau_\gamma A \\
 \tau_1 &= \mu_1 \frac{V}{h_1} \quad , \quad \tau_\gamma = \mu_\gamma \frac{V}{h_\gamma} \\
 \Rightarrow F &= AV \left( \frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_\gamma}{h_\gamma} \right)
 \end{aligned} \tag{۹-۱}$$

هرگاه  $\mu_1 = \mu_\gamma = \mu$  (یا به جای دو سیال یک سیال داشته باشیم):

$$F = AV\mu \left( \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_\gamma} \right) \tag{۱۲-۱}$$

مثال ۱-۵: صفحه مسطحی با سطح مقطع  $3 m^2$ /، بین دو صفحه ثابت موازی به فاصله  $10 cm$  که حاوی روغن است حرکت می‌کند. سرعت این صفحه مسطح



## شکل ۱-۶

$\frac{N \cdot s}{m^2}$  و لزجت روغن  $0.37 \frac{m}{s}$  است. مطلوب است نیروی مقاومت (برشی) هنگامی که صفحه متحرک  $2/5 cm$  از یکی از دو صفحه ثابت فاصله داشته باشد؟

حل: فرض می‌کنیم  $t_1, t_2$  فاصله صفحه متحرک از صفحه‌های ثابت بوده و توزیع سرعت خطی باشد. بنابراین:

$$\tau_1 = \mu \frac{dV}{dy} = \mu \frac{V}{t_1} \quad \tau_2 = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{V}{t_2}$$

هر گاه نیروی مقاومت  $F$  باشد، این نیرو برابر مجموع نیروهای برشی در دو طرف صفحه خواهد بود.

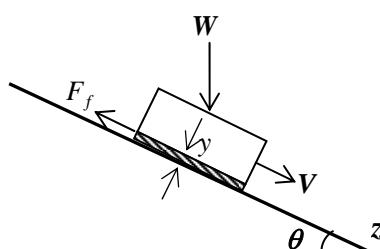
$$F = \tau A = (\tau_1 + \tau_2) A = \left( \frac{\mu V}{t_1} + \frac{\mu V}{t_2} \right) A = \mu VA \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$$

$$t_1 = 0.075 m \quad , \quad t_2 = 0.025 m \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$F = 0.37 \times 0.3 \times 0.6 \left[ \frac{1}{0.025} + \frac{1}{0.075} \right] = 3.55 N$$

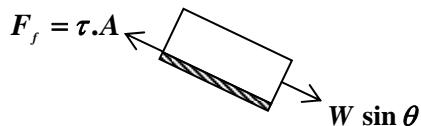
## ۱-۳-۱ سطح شیدار

جسمی به وزن  $W$  را در نظر می‌گیریم که از روی سطح شیداری که با افق زاویه  $\theta$  می‌سازد به سمت پایین می‌لغزد. بین این جسم و سطح شیدار سیالی با لزجت  $\mu$  و ضخامت  $y$  قرار دارد.



## شکل ۷-۱

با رسم دیاگرام آزاد صفحه خواهیم داشت:

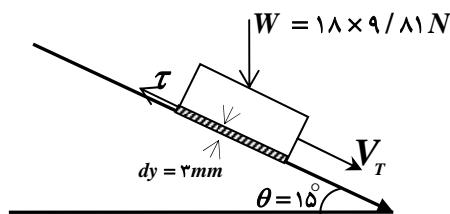


رابطه بین  $y$  و سایر متغیرها را به دست می‌آوریم:

فرض می‌کنیم جسم به سرعت حد رسیده است یعنی سرعت حرکت به سمت پایین ثابت است. در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن در جهت حرکت صفر است.

$$\begin{aligned} \sum F_z = 0 &\Rightarrow F_f - W \sin \theta = 0 \Rightarrow F_f = W \sin \theta \\ F_f = \tau A &= \mu \frac{du}{dy} A = \mu \frac{V}{y} A \\ \mu \frac{V}{y} A &= W \sin \theta \Rightarrow y = \frac{\mu V A}{W \sin \theta} \end{aligned} \quad (10-1)$$

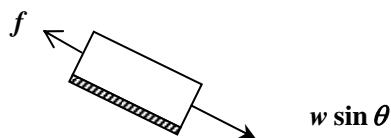
**مثال ۱-۶:** یک جسم ۱۸ کیلوگرمی روی یک سطح شیبداری  $\theta = 15^\circ$  که بر روی آن یک لایه نازک تخت با لزجت دینامیکی  $\frac{N.s}{m^2} / 14 \times 10^{-2}$  قرار دارد بطرف پایین می‌لغزد. هرگاه سطح تماس جسم  $3m^2$  باشد، سرعت نهایی را حساب کنید؟



مثال: ۸-۱

**حل:** سرعتی را که در آن جسم به صورت یکنواخت حرکت می‌کند، سرعت

نهایی ( $V_s$ ) گویند. با رسم دیاگرام آزاد صفحه خواهیم داشت:

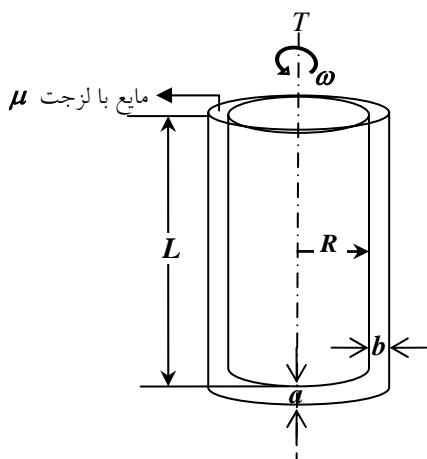


$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = 8/14 \times 10^{-7} \times \left( \frac{V_T}{0.003} \right) = 27/1 V_T$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow W \sin \theta - f = 0 \Rightarrow w \sin \theta - \tau A = 0 \\ \sum M = 0 \Rightarrow (W \sin \theta - f) \cdot L = 0 \Rightarrow W \sin \theta = f \\ \Rightarrow V_T = 5/62 m/s \quad W \sin \theta \\ \text{وزن در امتداد سطح شیبدار}$$

#### ۴-۱۰-۴ لزجت سنج استوانه‌ای (حرکت یک استوانه داخل استوانه دیگر)

لزجت مایعات را می‌توان با استفاده از وسیله‌ای به شکل (۱۱-۱) اندازه گرفت. این لزجت سنج از دو استوانه هم محور تو در تو تشکیل شده است که بین دو استوانه را با سیال مورد نظر پر می‌کنند. استوانه داخلی با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  دوران می‌کند و استوانه خارجی ثابت است با اندازه‌گیری میزان گشتاور وارد به استوانه داخلی می‌توان لزجت مایع را به دست آورد.



شکل ۹-۱

رابطه بین گشتاور واردہ و سایر متغیرها به صورت زیر به دست می‌آید:

الف) گشتاور واردہ از طرف پیرامون استوانه‌ها:

$$T_r = FR = \tau AR = \mu \frac{V}{y} (2\pi RL) R = \mu \frac{R\omega}{b} (2\pi RL) R$$

$$\Rightarrow T_r = \frac{2\pi R^2 L \mu \omega}{b} \quad (11-1)$$

ب) گشتاور واردہ از طرف کف استوانه‌ها:

$$dF = \tau dA = \mu \frac{dV}{dy} (2\pi r dr) = \mu \frac{V}{a} (2\pi r dr) = \frac{2\pi r^2 \omega \mu dr}{a}$$

$$dT = r dF \Rightarrow T_r = \int_0^R \frac{2\pi r^2 \omega \mu}{a} dr = \frac{\pi R^2 \omega \mu}{2a} \quad (12-1)$$

گشتاور کل واردہ برابر با مجموع دو گشتاور فوق است:  $T = T_r + T_b$   
توجه داشته باشید که به علت کم بودن فاصله بین دو استوانه، توزیع سرعت را خطی فرض کردیم.

مثال ۱-۷: یک دستگاه ویسکومتر از دو استوانه هم مرکز به طول  $30\text{ cm}$  و قطرهای  $20\text{ cm}$  و  $20/2\text{ cm}$  تشکیل شده است. برای چرخاندن استوانه داخلی با سرعت  $400$  دور در دقیقه باید به آن گشتاور  $N.m$   $0/13$  وارد نمود. ویسکوزیتی سیال موجود بین دو استوانه چقدر است؟

$$0/00165 \text{ Pa.s} \quad (1)$$

$$0/0085 \text{ Pa.s} \quad (2)$$

$$0/0165 \text{ Pa.s} \quad (3)$$

$$0/0852 \text{ Pa.s} \quad (4)$$

حل: دور در دقیقه ( $rpm$ ) واحد فرکانس است و برای تبدیل آن به  $\frac{rad}{s}$  که واحد سرعت زاویه‌ای است در  $\frac{2\pi}{60}$  ضرب می‌کنیم.

$$T = \frac{2\pi R^r L \mu \omega}{b} \Rightarrow \mu = \frac{Tb}{2\pi R^r L \omega}$$

$$b = 10/1 - 10 = 0/1 \text{ cm} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{60} \times 400 = 41/9 \text{ rad/sec}$$

$$\mu = \frac{0/13 \times 0/1 \times 10^{-4}}{2\pi \times 0/1^3 \times 0/3 \times 41/9} = 0/00165 \text{ Pa.s}$$

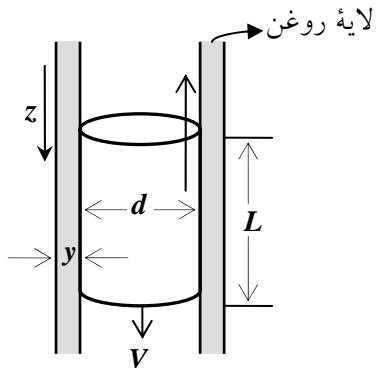
گزینه (۱) صحیح است.

در ادامه می‌خواهیم سرعت حرکت یک استوانه را در استوانه دیگر به‌دست آوریم.

برای این کار استوانه‌ای به قطر  $d$  و طول  $L$  را در نظر می‌گیریم که در داخل استوانه دیگری قرار گرفته و در اثر وزن خود با سرعت ثابت  $V$  در حال حرکت به سمت پایین است. بین دو استوانه سیالی با لزجت  $\mu$  و ضخامت  $y$  پر شده است.  
رابطه بین متغیرها را به‌دست می‌آوریم:

چون سرعت حرکت استوانه ثابت است برآیند نیروهای وارد بر آن در جهت

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_f - W = 0 \Rightarrow F_f = W \quad \text{حرکت صفر است:}$$



شکل ۱۰-۱

اگر وزن استوانه داده نشده باشد می‌توانیم آنرا با استفاده از رابطه:  $W = mg = \rho V g$  به‌دست آوریم که  $\rho$  چگالی استوانه داخلی است.

$$\begin{aligned}
 W &= mg = \rho \forall g = \rho \left( \frac{\pi d^2}{4} L \right) g \\
 F_f &= \tau A = \mu \frac{du}{dy} A = \mu \frac{V}{y} (\pi d L) \\
 \rho \left( \frac{\pi d^2}{4} L \right) g &= \mu \frac{V}{y} (\pi d L) \Rightarrow V = \frac{\rho d g y}{4\mu} \quad (13-1)
 \end{aligned}$$

### ۱۱-۱ انواع سیالات

سیالات را می‌توان به دو گروه ایده‌آل و واقعی تقسیم کرد.

#### ۱-۱-۱ سیال ایده‌آل

سیال ایده‌آل سیالی است که لزجت آن صفر و غیرقابل تراکم باشد. لزجت صفر یعنی سیال ضمن حرکت هیچگونه چسبندگی نداشته و در آن هیچگونه تنش برشی موثر وجود ندارد. محور افقی شکل (۱۱-۱) که در آن  $\mu = 0$  است، نشانگر سیال ایده‌آل می‌باشد. محور قائم نیز با  $\infty = \mu$  نشان‌دهنده جسم جامد است.

این نوع سیال علاوه بر وجود نداشته و صرفاً یک سیال فرضی ایده‌آل است که امکان ساده سازی و تحلیل بسیاری از مسائل مکانیک سیالات را فراهم می‌نمایند.

#### ۲-۱-۱ سیال واقعی (حقیقی)

سیال واقعی سیالی است که دارای لزجت و تراکم پذیری باشد و در تحلیل آن باید لزجت و اثرات مربوط به آن در نظر گرفته شود. این نوع سیال بنام سیال لزج نیز شناخته می‌شود. سیالات واقعی به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند:

(الف) سیالات نیوتونی

(ب) سیالات غیر نیوتونی

#### الف) سیالات نیوتونی

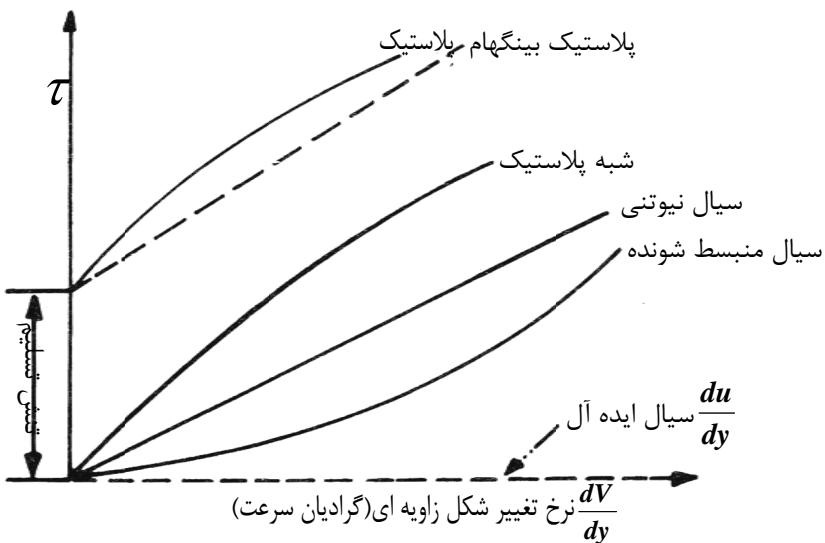
سیالات نیوتونی سیالاتی هستند که قانون لزجت نیوتون در آنها صدق می‌کند ولزجت آنها ثابت است. به عبارت دیگر در سیالات نیوتونی بین تغییرات تنش برشی ( $\tau$ ) و گرادیان

سرعت ( $\frac{dV}{dy}$ ) رابطه خطی وجوددارد و ضریب زاویه این خط، ضریب لزجت ( $\mu$ ) است.

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (\text{ثابت})$$

### ب) سیالات غیرنیوتی

سیالاتی را که از قانون لزجت نیوتی پیروی نمی کنند سیالات غیر نیوتی می نامند که در آنها بین تنش برشی و گرادیان سرعت یک رابطه غیر خطی است. سیالات غیر نیوتی به دو دسته تقسیم می شوند: سیالات غیر نیوتی مستقل از زمان و سیالات غیر نیوتی وابسته به زمان.



شکل ۱۱-۱ تغییرات تنش برشی نسبت به نرخ تغییر شکل

### ب) سیالات غیرنیوتی مستقل از زمان

در سیالات غیرنیوتی لزجت ظاهری در هر لحظه معین به زمان بستگی ندارد. از این

نوع سیالات می‌توان سیالات پلاستیک، شبه پلاستیک و منبسط شونده را نام برد.

### ۱. پلاستیک<sup>۱</sup>

پلاستیک‌ها دارای تنش تسلیم معین  $\tau_0$  می‌باشند تا به جریان درآیند و طبق رابطه

$$\tau = \tau_0 + \mu \left( \frac{dV}{dy} \right)^n$$

خطی ثابتی وجود داشته باشد، سیال پلاستیک ایده‌آل است. همچنین اگر  $n=1$  باشد جسم را پلاستیک بینگهام<sup>۲</sup> گویند.

$\tau_0$  تنش برشی بحرانی سیال است و مادامی که تنش اعمالی از آن تجاوز نکند، سیال به حرکت در نخواهد آمد؛ مانند (خمیر دندان، پارافین و لجن فاضلاب‌ها)

### ۲. شبه پلاستیک<sup>۳</sup>

سیالی است که با افزایش تنش برشی، مقاومت (لزجت دینامیکی  $\mu$ ) آن کاهش می‌یابد. این دسته از سیالات قادر به تحمل هیچگونه تنش برشی نیستند و لزجت آنها با افزایش گرادیان سرعت، کاهش می‌یابد؛ مانند خمیر کاغذ، گل، شیر سیمان و محلول‌های کلوئیدی...

### ۳. سیال اتساعی یا منبسط شونده<sup>۴</sup>

سیالاتی منبسط شونده سیالاتی هستند که با افزایش تنش برشی، مقاومت (لزجت دینامیکی  $\mu$ ) آن بیشتر می‌شود و در این قبیل سیالات لزجت با افزایش گرادیان سرعت، افزایش می‌یابد. مانند توده ماسه بسیار ریز یا سوسپانسیون ماسه و نشاسته

### ب) سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان

از این سیالات می‌توان به دو نوع سیال تیکسوتروپیک و ویسکوالاستیک اشاره کرد.

1. Plastic
2. Bingham
3. Pseudo plastic
4. Dilatant

## ۱. سیالات تیکسotropic یا ژلاتین<sup>۱</sup>

سیالی است که با گذشت زمان رقیق شده ولزجت آن با افزایش تنش برشی کاهش می‌یابد. مانند: ژله‌ها، رنگ‌ها و جوهر چاپ.

## ۲. سیال ویسکوالاستیک<sup>۲</sup>

سیالی است که در تنش برشی ثابت، با گذشت زمان غلیظ می‌شود همانند سیالات غیرنیوتی عمل می‌کنند و هنگامی که تنش برشی ناگهان تغییر می‌کند مانند پلاستیک‌ها عمل می‌کنند.

به طور کلی حالت‌های ذکر شده را می‌توان با معادله کلی زیر بیان نمود:

$$\tau = \tau_0 + \mu \left( \frac{du}{dy} \right)^n \quad (14-1)$$

$n = 1 \rightarrow \tau_0 = 0$  سیال نیوتی

$n = 1 \rightarrow \tau_0 \neq 0$  سیال بینگهام

$n > 1 \rightarrow \tau_0 = 0$  سیال منبسط شونده

$n < 1 \rightarrow \tau_0 = 0$  پلاستیک

## ۱۲-۱ حجم<sup>۳</sup>

حجم یک جسم عبارت است از فضایی که آن جسم اشغال می‌کند. از آنجایی که مولکول‌های سازنده جامد‌ها و مایعات به همدیگر چسبیده‌اند<sup>۴</sup> (یعنی همدوس هستند) حجم اشغال شده، به ظرف حاوی آنها بستگی ندارد ولی در مورد گازها که مولکول‌هایشان همدم نیستند چنین چیزی درست نیست و حجم آنها برابر فضای داخلی ظرف حاویشان می‌باشد. مثلاً اگر یک لیتر از یک جامد یا مایعی را در یک ظرف ده لیتری قرار دهیم همان حجم یک لیتر را خواهد داشت اگر چه حتی ممکن است در مورد مایع، شکل آن تغییر کند ولی وقتی یک لیتر گاز رادر همان ظرف ده لیتری قرار دهیم حجم آن ده لیتر خواهد داشت. واحد حجم، متر مکعب است ولی چون در اغلب موارد این واحد بسیار بزرگ است معمولاً بجای آن از واحد لیتر (L)

1. Thixotropic
2. Viscoelastic
3. Volume
4. Cohesive

استفاده می‌کنند.

### ۱۳-۱ جرم مخصوص یا چگالی جرم یا دانسیته<sup>۱</sup>

نسبت جرم به حجم یک سیال را جرم مخصوص یا چگالی آن سیال گویند و آن را با  $\rho$  نشان می‌دهند و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (15-1)$$

بعد فیزیکی جرم مخصوص  $ML^{-3}$  و یا  $FL^{-3}$  می‌باشد.

مقدار جرم مخصوص آب در فشار استاندارد و دمای ۰ درجه سانتی‌گراد در

$$\text{سیستم SI: } \rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \quad \text{و در سیستم انگلیسی: } \rho = 1/94 \frac{slug}{ft^3} \text{ می‌باشد.}$$

جرم مخصوص نشان‌دهنده نزدیکی مولکول‌های یک ماده به یکدیگر می‌باشد یا عبارتی شاخص تراکم آن محسوب می‌شود. در نتیجه چگالی گازها از مایعات و جامدات کمتر است و جرم مخصوص مایعات و گازها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

### ۱۴-۱ وزن مخصوص<sup>۲</sup> یا چگالی وزن

وزن واحد حجم سیال را وزن مخصوص گویند و آن را  $\gamma$  نشان می‌دهند و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma = \frac{W}{V} = \rho g \quad (16-1)$$

بعد فیزیکی وزن مخصوص  $ML^{-3}T^{-2}$  و یا  $FL^{-3}$  می‌باشد.

رابطه بین جرم مخصوص و وزن مخصوص بصورت  $\rho g = \gamma$  می‌باشد که در آن  $g$  شتاب ثقل است. مقدار وزن مخصوص با تغییر محل، تغییر می‌کند و بستگی به شتاب

ثقل دارد. در شرایط شتاب گرانش استاندارد  $\frac{m}{s^2} = 9.810$  و  $g = 32/173 \frac{ft}{s^2} = 9.810 \frac{lb}{m^2}$  می‌باشد.

مقدار وزن مخصوص آب در فشار ۷۶۰ میلی متر جیوه و دمای ۰ درجه سانتی‌گراد

$$\text{در سیستم SI برابر } \frac{N}{m^3} = 9.810 \text{ و در سیستم انگلیسی: } \frac{kN}{ft^3} = 62 \text{ است.}$$

1. density

2. Specific weight

### ۱۵-۱ چگالی نسبی<sup>۱</sup> (S) یا جرم حجمی نسبی

نسبت جرم مخصوص یک جسم به جرم مخصوص یک سیال مرجع (مثل آب) را چگالی نسبی به عبارت دیگر نسبت وزن مخصوص یک جسم به وزن مخصوص آب را گویند. چگالی نسبی را با  $S$  یا  $SG$  نشان می‌دهیم.

$$S = \frac{\rho_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{آب}}} \quad (17-1)$$

چگالی نسبی نشان می‌دهد یک جسم چقدر سبک تر یا سنگین تر از آب یا هوا است.

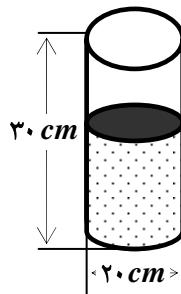
برای مایعات چگالی را نسبت به چگالی آب بیان می‌کنند و برای گازها، چگالی نسبت به چگالی هوا بیان می‌شود.

$$S_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{آب}}} \quad (18-1)$$

$$S_{\text{گاز}} = \frac{\rho_{\text{گاز}}}{\rho_{\text{هوا}}} \quad (19-1)$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید چگالی نسبی نسبت دو کمیت هم واحد است، بنابراین خود بدون واحد خواهد بود.

**مثال ۱-۸:** اگر  $2/2 kg$  روغن در یک ظرف استوانه‌ای مطابق شکل زیر ریخته شود تا نصف ارتفاع ظرف پرمی شود. مقدار جرم مخصوص روغن برحسب  $\frac{ton}{m^3}$  چقدر است؟ همچنین مقدار وزن مخصوص و چگالی روغن را نیز به دست آورید؟



### شکل ۱۲-۱

ابتدا مقدار حجم استوانه را که محتوی روغن است به دست می‌آوریم:

$$V = \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \times h = \frac{\pi \times (0.2)^2}{4} \times 0.15 = 4.712 \times 10^{-3} m^3$$

سپس طبق روابط خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{2/2}{4.712 \times 10^{-3}} = 466/89 \frac{kg}{m^3} = 0.466 \frac{ton}{m^3}$$

$$S = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{466/89}{1000} = 0.466$$

$$S = \frac{\gamma}{\gamma_w} \rightarrow \gamma = 0.466 \times 9/806 = 4.57 \frac{kN}{m^3}$$

### ۱۶-۱ حجم مخصوص<sup>۱</sup>

حجم مخصوص یک سیال عبارت است از حجم اشغال شده توسط واحد جرم سیال یا به عبارت دیگر عکس جرم مخصوص می‌باشد.

$$V_s = \frac{1}{\rho} \quad (21-1)$$

واحد حجم مخصوص در سیستم SI متر مکعب بر کیلوگرم ( $\frac{m^3}{kg}$ ) یا به عبارتی عکس جرم مخصوص است.

معمولًاً در مورد گازها بجای جرم مخصوص از حجم مخصوص استفاده می‌کنند.

### ۱۷-۱ فشار<sup>۲</sup>

یکی از مهمترین خواص سیالات، فشار است. فشار عبارت است از نیروی وارد بر واحد سطح و واحد آن در سیستم SI،  $\frac{N}{m^2}$  یا پاسکال (Pa) است.

$$P = \frac{F}{A} \quad (22-1)$$

1. Specific volume  
2. pressure

یعنی اگر نیروی یک نیوتون بر سطحی برابر یک متر مربع وارد شود یک پاسکال فشار اعمال می‌شود بنابراین در می‌باییم که فشار شاخص شدت نیرو است و چون پاسکال واحد کوچکی است معمولاً بجای آن از کیلو پاسکال ( $Kpa = 10^3 Pa$ ) و یا مگا پاسکال ( $Mpa = 10^6 Pa$ ) استفاده می‌شود.

فشار را می‌توان به صورت ارتفاع ستون سیال ( $h$ ) نیز بیان کرد یعنی:

$$p = \gamma h \quad (23-1)$$

$P$ : فشار ( $Pa$ )؛  $\gamma$ : وزن مخصوص ( $N/m^3$ ) و  $h$ : ارتفاع ( $m$ ).

### ۱۸-۱ گاز کامل<sup>۱</sup> و معادله حالت

گاز کامل یا گاز ایده‌آل گازی است که در آن نیروهای جاذبه مولکولی قابل صرف نظر باشد. هرچه نیروی جاذبه‌ی مولکولی افزایش یابد، گاز به بخار نزدیک واز گاز کامل دور می‌شود. فرق بین گاز کامل و سیال ایده‌آل این است که سیال ایده‌آل، سیال تراکم ناپذیر و بدون اصطکاک می‌باشد در حالی که گاز کامل هم دارای لزjet و هم قادر به ایجاد تنش‌های برشی است و تراکم‌پذیر نیز هست.

بین خواص گاز کامل روابط زیر برقرار است که معادله گاز کامل نامیده می‌شود:

$$PV_s = RT \quad , \quad P = \rho RT \quad , \quad P\forall = mRT \quad (24)$$

در معادله فوق  $P$  فشار مطلق بر حسب ( $pa$ )،  $V_s$  حجم مخصوص بر حسب ( $m$ )،  $T$  دمای مطلق بر حسب ( $^{\circ}k$ ) و  $R$  ثابت عمومی گازها بر حسب  $\left(\frac{m}{Kg.k}\right)$  جرم می‌باشد.

**۱۹-۱ قابلیت تراکم‌پذیری سیالات** (مدول بالک یا ضریب کشسانی حجمی)<sup>۲</sup> ضریب تراکم‌پذیری، قابلیت تراکم‌پذیری مایعات را در اثر فشار بیان می‌کند. تمام سیالات در اثر اعمال فشار تغییر حجم می‌دهند و متراکم می‌شوند. با این عمل انرژی در داخل سیال ذخیره شده و به محض برطرف شدن فشار به حالت اولیه بر می‌گردد.

1. Perfect Gas

2. Bulk modulus elasticity

برای تشریح این پدیده سیالی با حجم  $V$  را در فشار  $P$  در نظر می‌گیریم که در اثر تغییر فشار  $dP$  حجمش به میزان  $dV$  تغییر می‌کند. در این صورت، ضریب تراکم‌پذیری مایع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \frac{-\frac{dV}{V}}{\frac{dP}{P}} \quad (25-1)$$

بعد فیزیکی این مشخصه عکس فشار یعنی  $F^{-1}L^3$  است.

علت وجود علامت منفی در این فرمول آن است که تغییرات فشار و حجم در خلاف جهت یکدیگرند. عکس ضریب یادشده با حرف  $K$  نشان داده می‌شود و به نام ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری مایع یا مدول حجمی خوانده می‌شود.

$$K = \frac{dP}{\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)} = \frac{-dP}{\left(\frac{dV}{V}\right)} \quad (26-1)$$

که در آن  $dV$  تغییر حجم سیال،  $V$  حجم اولیه سیال،  $dP$  تغییر فشار و  $K$  ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری مایع می‌باشد. واحد  $K$  همان واحد فشار است و بعد ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری  $FL^{-3}$  می‌باشد و مقدار بزرگ آن نشان می‌دهد که سیال غیرقابل تراکم می‌باشد.

مایعات را در بیشتر موارد می‌توان تراکم ناپذیر در نظر گرفت اما در مواردی که فشار به طور ناگهانی و یا بشدت تغییر می‌نماید (مانند ضربه قوچ) یا در مواردی که دما تغییر می‌کند تراکم‌پذیری آنها اهمیت می‌یابد.

ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری بستگی به رابطه فشار و جرم مخصوص دارد و چون جرم مخصوص بستگی به تغییرات درجه حرارت در زمان تراکم دارد، بنابراین  $K$  بستگی به درجه حرارت خواهد داشت.

**مثال ۱-۹:** یک مایع متراکم در یک سیلندر، در فشار  $\frac{1MN}{m^2}$  دارای حجم  $1000cm^3$  و در فشار  $\frac{2MN}{m^2}$  دارای حجم  $995cm^3$  می‌باشد. مقدار مدول حجمی یا ضریب تراکم ناپذیری این مایع چقدر است؟

$$k = \frac{-\Delta P}{\Delta V} = \frac{-2 - 1}{(995 - 1000)} = 200 MPa$$

## ۲۰-۱ فشار بخار<sup>۱</sup> ( $P_v$ )

هنگامی که مایعی در مجاورت هوا قرار می‌گیرد، تعدادی از مولکول‌های آن از محیط مایع خارج شده و به شکل بخار در فضای اطراف سطح آزاد مایع، پراکنده می‌شوند. اگر مایع در محیط بسته و محدودی واقع باشد به تدریج فشار بخار مایع اضافه می‌شود و به حدی می‌رسد که فشار جزیی بخار مایع از تبخیر بیشتر مایع جلوگیری خواهد کرد. در چنین حالتی گفته می‌شود که فضا از بخار مایع اشباع شده و فشار جزیی بخار مایع در این حالت به نام فشار بخار اشباع خوانده می‌شود.

به طور کلی اگر فشار مایعی برابر با فشار بخار آن شود مایع به جوش خواهد آمد و با بخار خود به حالت تعادل می‌رسد. اگر فشار مایعی به مقدار بیشتر از فشار بخار آن بررسد، مایع به راحتی تبخیر می‌شود و اگر فشار مایعی به مقدار کمتر از فشار بخار بررسد، حباب‌های بخار در داخل آن تشکیل می‌شود و پدیده خلازایی مشاهده خواهد شد.

## ۲۱-۱ کشش سطحی<sup>۲</sup>

در درون مایعات هر ملکول توسط ملکول‌های دیگر واژ طریق جاذبۀ ملکولی جذب می‌شود و ملکول‌های موجود در سطح مایع، تحت اثر نیروی جاذبۀ بیشتر از پایین نسبت به بالا که هواست قرار می‌گیرند و در نتیجه این ملکول‌ها به طرف پایین کشیده می‌شوند که به این پدیده کشش سطحی گفته می‌شود. به عبارت دیگر کشش سطحی مقدار نیرویی است که در واحد طول در سطح مایع اثر کرده و ملکولها را به درون مایع می‌کشدو با  $\sigma$  (سیگما) نشان داده می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{L} \quad (27-1)$$

کشش سطحی را انرژی سطحی ملکول‌های مایع نیز می‌نامند که در این حالت، کشش سطحی برابر بالانرژی سطحی یا کار انجام شده به ازای واحد سطح است. واحد کشش سطحی در سیستم SI نیوتون بر متر  $\left(\frac{lbf}{ft}\right)$  یا  $\left(\frac{N}{m}\right)$  و دیمانسیون یا بعد کشش سطحی  $FL^{-1}$  می‌باشد.

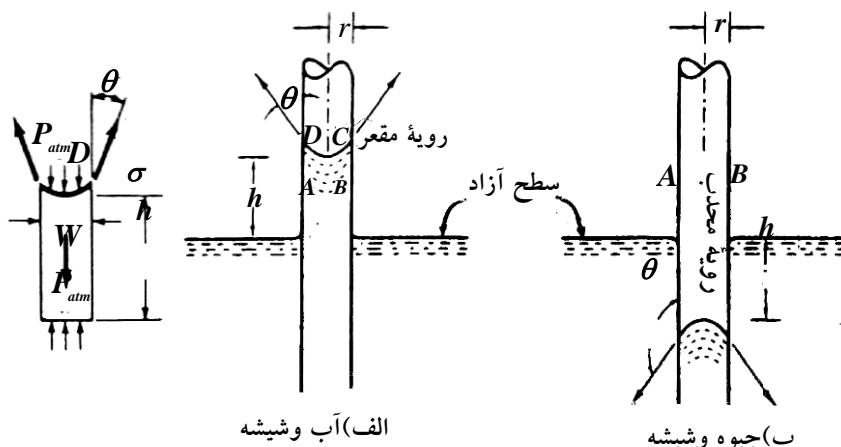
1. Vapor Pressure  
2. Surface Tension

کشش سطحی مایعات برای توضیح برخی پدیده‌ها که در سطح مشترک یک گازو یک مایع مثل (آب و هوای) و یا یک گازویک مایع و یک جامد نظیر (آب، هوا و شیشه) قرار دارد، بکار برده می‌شود و ناشی از نیروی جاذبه بین ملکول‌های یکسان (پیوستگی<sup>۱</sup>) و جاذبه بین ملکول‌های غیریکسان (چسبندگی<sup>۲</sup>) می‌باشد.

مقدار نیروی لازم برای بیرون کشیدن یک میله نازک به طول  $L$  از سطح آب برابر است با  $F = 2\sigma L$  و برای یک حلقه نازک فلزی به شعاع  $r$  برابر است با  $F = 4\pi r\sigma$ . در این دو رابطه  $\sigma$  نشان‌دهنده کشش سطحی آب است.

آب بعد از جیوه بالاترین نیروی کشش سطحی را نسبت به مایعات دیگر دارا است. همچنین مقدار کشش سطحی محلولها بیشتر از آب خالص است و همین عامل باعث صعود شیره گیاهی در آوندها به بالای یک درخت تونمند می‌شود.

در مرز مایع و گاز چون نیروهای پیوستگی بزرگ‌تر از چسبندگی است کشش سطحی ایجاد می‌شود. اگر جاذبه مولکولی بین مولکول‌های مایع و ظرف بیش از جاذبه مولکول‌های درون مایع باشد، ذرات مایع به ظرف چسبیده و مایع، جدار ظرف را خیس می‌کند مانند (شیشه و آب) در شکل (الف) بر عکس هنگامی که جاذبه مولکول‌های درون مایع بیشتر از جاذبه مولکول‌های بین مایع و ظرف باشد، ذرات مایع به جدار ظرف نمی‌چسبد و مایع جدار خود را خیس نمی‌کند مانند (شیشه و جیوه) (شکل ج).



شکل ۱-۱۳

## ۲۲-۱ اثرات کشش سطحی

۱-۲۲-۱ محاسبه فشار نسبی داخلی در قطره، حباب و جت باریک مایع  
 کشش سطحی باعث می‌شود که فشار داخلی قطرات، حباب‌ها و جت‌های باریک مایع از فشار محیط بیشتر باشد به عبارت دیگر، کشش سطحی باعث می‌شود تا در داخل قطره، حباب و جت‌های مایع، فشار نسبی ایجاد شود.  
 بنابراین اختلاف فشار داخل و خارج (فشار نسبی داخلی) یک قطره، حباب و جت باریک استوانه‌ای برابر است با:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} : \text{ قطره} \quad (28-1)$$

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{R} : \text{ حباب} \quad (29-1)$$

$$\Delta p = \frac{\sigma}{R} : \text{ استوانه} \quad (30-1)$$

در دو معادله اول  $R$  شعاع کره و در معادله سوم  $R$  شعاع استوانه است.

مثال ۱۰-۱: جت جیوه‌ای با مقطع دایره به قطر  $1mm$ ، از یک سوراخ خارج می‌شود اختلاف فشار داخل و خارج جت چقدر است؟ ضریب کششی سطحی جیوه در این حالت  $\frac{N}{m} / ۰.۵۱$  است؟

$$p = \frac{2\sigma}{d} = \frac{2 \times 0.51}{0.1 \times 10^{-3}} = 10200 \text{ pa} = 10.2 Kpa$$

مثال ۱۱-۱: فشار نسبی داخلی یک قطره کوچک به شعاع  $R$ ، چند برابر فشار نسبی داخلی یک حباب به شعاع  $2R$ ، با کشش سطحی یکسان است؟

$$\begin{aligned} p &= \frac{4\sigma}{d} = \frac{4\sigma}{2R} = \frac{2\sigma}{R} & \xrightarrow{\text{قطره}} \frac{P}{P_{\text{حباب}}} = \frac{1}{2} \\ p &= \frac{8\sigma}{d} = \frac{8\sigma}{2R} = \frac{4\sigma}{R} & \text{حباب} \end{aligned}$$

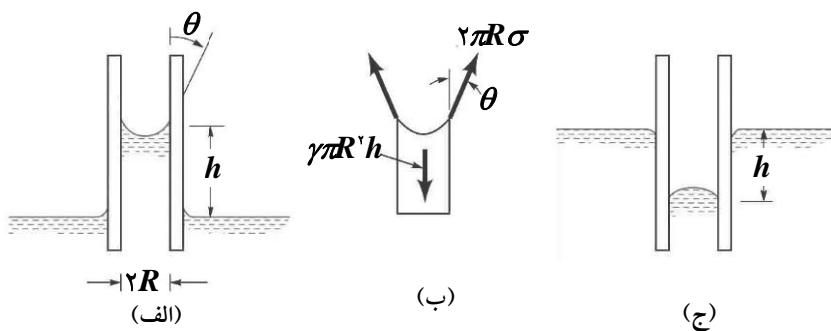
با توجه به فرمول‌های فوق هر چقدر میزان  $R$  کوچک‌تر باشد، مقدار  $\Delta P$  بیشتر خواهد شد. و در مورد حباب در حالتی که  $\Delta P$  از فشار بخار مایع بیشتر شود حباب خواهد ترکید.

### ۲-۲۲-۱ موینگی<sup>۱</sup>

هر گاه یک لوله نازک (موین) در سطح آزاد مایع فرو برده شود بدلیل کشش سطحی و مقدار نسبی نیروهای چسبندگی و پیوستگی، مایع در این لوله بالا یا پائین می‌رود که این پدیده را موینگی می‌نامند.

خاصیت موینگی بستگی به میزان چسبندگی بین مایع و جامد و جاذبه بین ذرات مایع (پیوستگی) دارد.

اگر نیروی چسبندگی بین مولکولهای مایع و لوله بیشتر از پیوستگی بین مولکولهای مایع باشد، مایع در لوله موین بالا رفته و سطح مقعر تشکیل می‌شود؛ مانند صعود آب در لوله موین شیشه‌ای (شکل ۱-۲۰-۱الف) و اگر نیروی پیوستگی بیشتر از چسبندگی باشد مایع در لوله موین پائین رفته و تشکیل سطح محدب می‌دهد، مانند نزول جیوه در لوله موین (شکل ۱-۲۰-۱ج).



شکل ۱-۲۰-۱

طریقه به دست آوردن ارتفاع موینگی در لوله‌های موین تعادل مایع در لوله نتیجه تأثیر دو نیروی مخالف یکدیگر است (شکل ۱-۲۰-۱ب). یکی مولفه قائم (نیروی کشش سطحی) در امتداد جدار لوله بطرف بالا و دیگری نیروی وزن مایع به طرف پائین می‌باشد. پس می‌توان نوشت:

$$\text{نیروی وزن مایع} = \text{نیروی کشش} \quad \sum F_y = 0 \rightarrow$$

$$\gamma \pi R \sigma \cos \theta = \pi R^2 \times h \gamma$$

$$h = \frac{\gamma \sigma \cos \theta}{\gamma R} \quad \text{یا} \quad \frac{\gamma \sigma \cos \theta}{\gamma d} \quad (31-1)$$

$h$ : ارتفاع موینگی (ارتفاعی که مایع بالا می‌رود یا پایین می‌رود) (m)

$R$ : شعاع لوله و  $d$ : قطر لوله (m)

$\gamma$ : وزن مخصوص مایع ( $\frac{N}{m^3}$ )

$\theta$ : زاویه بین مماس بر سطح آب و جدار لوله یا زاویه ترشوندگی

$\sigma$ : کشش سطحی ( $\frac{N}{m}$ )

نکات:

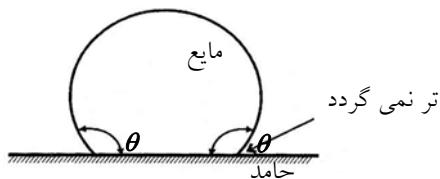
که با کاهش شعاع در لوله موینینگی افزایش می‌یابد.

که نیروی کشش سطحی و در نتیجه ارتفاع آب در لوله موئین، بستگی به جنس مایع و زاویه تماس آن با لوله و شعاع لوله دارد.

که هرگاه زاویه تماس ( $\theta$ ) کوچکتر از  $90^\circ$  باشد مایع سطح جامد را تر می‌کند، برای مثال می‌توان از تماس آب با صابون نام برد.

که هرگاه زاویه تماس ( $\theta$ ) بزرگتر از  $90^\circ$  باشد مایع سطح جامد را تر نمی‌کند، برای مثال می‌توان از تماس آب با موم نام برد.

که توجه داشته باشید که زاویه تماس آب با یک سطح خیلی تمیز و صاف را می‌توان صفر در نظر گرفت. بنابراین میزان صعود موینگی ( $h$ ) به تمیزی لوله بستگی دارد.



شکل ۱۵-۱

میزان صعود بین دو صفحه موازی که با فاصله  $d$  از هم قرار گرفته اند عبارت

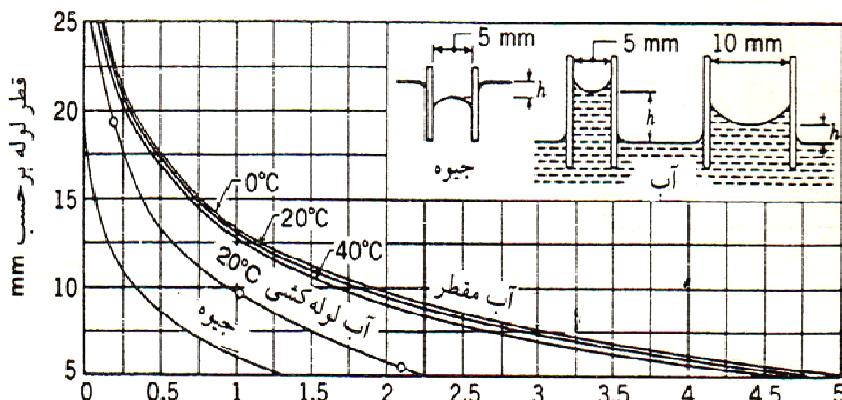
است از:

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma d} \quad (32-1)$$

میزان صعود موئینگی بین دو لوله هم محور به شعاعهای  $r_1$  و  $r_2$  عبارت است از:

$$h = \frac{2\sigma}{\gamma(r_2 - r_1)} \quad (33-1)$$

میزان صعود موئینگی بین دو صفحه با فاصله  $d$  از هم نصف صعود موئینگی در لوله‌ای به قطر  $d$  است.



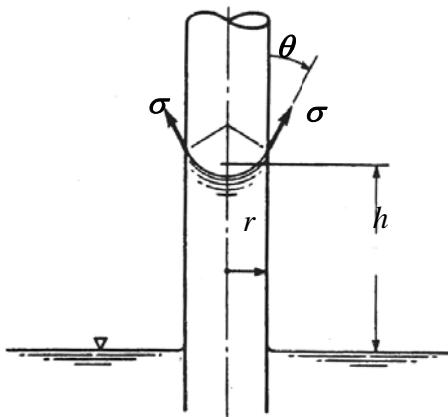
شکل ۲۲-۱ صعود و نزول موئینگی بر حسب

مثال ۱۲-۱: اندازه بالا آمدن آب در لوله موئین را در سطح مشترک(آب - هوا - شیشه) برای زاویه  $\theta = 30^\circ$  بدست آورید؟ شعاع لوله موئین ۱ میلی متر و کشش سطحی

$$\frac{N}{m} = 0.0728 \cdot \sigma$$

: حل

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r} = \frac{2 \times 0.0728 \cos 30^\circ}{1000 \times 9.81 \times 0.001} = 0.148 m$$



شکل ۱۶-۱

### ۲۳-۱ کاویتاسیون<sup>۱</sup>

هنگامی که در نقاطی از مایع فشار به قدری کاهش یابد که مساوی فشار بخار یا کمتر از آن گردد، کاویتاسیون (خلازایی) به وجود می‌آید و باعث می‌شود که مایع سریعاً تبخیر گردیده (جوش آمده) و حبابهای کوچک تشکیل شود. این حبابها به همراه مایع حرکت کرده و به طرف نقاطی از جریان که فشار بیشتری نسبت به فشار بخار دارند، حرکت کرده و این حالت در آنجا باعث ترکیدن ناگهانی حبابها می‌شود. گازهای حل شونده در مایعات نیز باعث به وجود آمدن کاویتاسیون خواهند شد و حلalیت گازها در مایع با کاهش فشار کم شده و در نتیجه گاز یا هوای حل شده در داخل مایع می‌تواند در نقاط کم فشار آزاد شده و باعث صدمه شود. اگر کاویتاسیون نزدیک سطوح رخ دهد، نیروی فشاری ایجاد شده از برخورد این فشار با سطح جسم سخت باعث خسارت به سطح خواهد شد. مانند کاویتاسیون در پمپها، توربین‌ها و پروانه‌ها.

### ۲۴-۱ اصل عدم لغزش و عدم پرش دما

هر گاه مایعی بر روی یک سطح جامد جاری باشد، تأثیر مقابله مولکول‌ها باعث می‌شود که مایع در تماس با سطح جامد جدار لوله یا کف کanal خواهان تعادل

اندازه حرکت و انرژی با سطح جامد باشد. اساساً تمام مایعات با سطح تماس خود در حال تعادل اند، بنابراین یک مایع در تماس با کف کanal یا جدار لوله سرعت و درجه حرارت آنها را به خود می‌گیرد، یعنی: (۳۴-۱)

(الف) سطح جامد(كف كanal)  $V =$  سيال  $V$  (ب) سطح جامد(كف كanal)  $T =$  سيال  $T$

این دو معادله را به ترتیب از چپ به راست شرط عدم لغزش و شرط عدم پرش دمایی (دماهای مساوی) می‌گویند. این شرایط، در تحلیل جریان سیال روی سطوح صلب، به عنوان شرایط مرزی به کار می‌روند. با کثار گذاشتن نسبی شرط عدم لغزش در تحلیل جریان غیر لرج، پیچیدگی ریاضی مسأله کاهش می‌یابد. برای مثال سرعت در کف کanal (بتنی) یا جدار لوله صفر است، زیر کف کanal یا جدار لوله بدون حرکت هستند.

نکات:

اصل عدم لغزش در مورد سیال ایده‌آل معتبر نیست زیرا سرعت سیال در تماس با جسم جامد نظیر جدار لوله یا کف کانال صفر نیست.

اصل عدم لغزش در مورد گازها معتبر نیست زیرا میانگین فاصله برخورد مولکول‌ها با هم زیاد است. در این حالت یک سرعت معین لغزش برای گاز نسبت به جسم جامد (جدار لوله) وجود خواهد داشت.

در یک محیط متخلخل که در آن سیال می‌تواند نفوذ کند، شرط عدم لغزش برای مولفه قائم سرعت معتبر نیست. بنابراین در یک محیط متخلخل نظیر بستر رودخانه‌ها (نمایانی  $V$  و  $0 \neq V_{قائم}$ ) است.

## مجموعه تستهای خواص سیالات

۱. مطالعه سیالات در حالت سکون را ..... گویند.

۱) مکانیک سیالات

۲) دینامیک سیالات

۳) پنوماتیک

۴) هیدرولیک

۲. یک سیال ایده‌آل دارای .....

۱) کشش سطحی صفر و تراکم ناپذیر است.

۲) تنش برشی صفر است و مانند یک گاز کامل رفتار می‌کند.

۳) چگالی و ویسکوزیته (لزجت) ثابت است.

۴) ویسکوزیته صفر و تراکم پذیر است.

۳. در کدام یک حالت‌های ذیل فرض محیط پیوسته منطقی و مناسب است؟

۱) جریان آزاد مولکولی

۲) خلاء کامل

۳) جریان گاز با چگالی خیلی کم

۴) هیچکدام

۴. قانون لرجت نیوتونی در سیال متناسب می‌باشد با:

۱) جرم، شتاب و نیرو

۲) اندازه حرکت و نیرو

۳) تنش برش و میزان تغییر شکل زاویه‌ای

۴) فشار، سرعت و لزجت

۵. لزجت .....

۱) مایعات با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

۲) یک سیال ایده‌آل متناسب و با درجه حرارت است.

۳) گازها با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

۴) سیالات با کاهش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

۶. در یک سیال نیوتونی .....

۱) لزجت دینامیکی مستقیماً متناسب با میزان تغییبی شکل سیال است.

۲) لزجت سینماتیکی به‌طور معکوس متناسب با تنش برشی است.

۳) تنش برشی به‌طور مستقیم با میزان تغییر شکل سیال است.

۴) لزجت دینامیکی صفر است.

۷. در صورتی که ارتباط بین تنش برشی  $\tau$  و کرنش برشی  $\frac{du}{dy}$  به صورت

تعريف شود، سیالی با مرتبه نمایی  $n > 1$  شناخته می‌شود به عنوان:

۱) سیال منبسط شونده      ۲) سیال شبیه پلاستیک

۳) سیال نیوتونی      ۴) پلاستیک بینگهام (Bingham plastic)

۸. عبارت نادرست را تعیین کنید: مثالی از نمونه سیالات غیر نیوتونی عبارتست از:

- |                         |             |
|-------------------------|-------------|
| ۱) دو غاب رسی خیلی غلیظ | ۲) گلیسرین  |
| ۳) خمیر کاغذی           | ۴) جوهر چاه |
۹. یک گاز کامل:
- (۱) تراکم‌ناپذیر
  - (۲) دارای لزجت صفر است
  - (۳) تراکم‌پذیر ولی دارای لزجت صفر است
  - (۴) هیچ‌کدام

۱۰. برای سیالی مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک)،  $k$ :

- (۱) هم با درجه حرارت وهم با فشار، هر چند به آرامی، تغییر می‌کند.
- (۲) ثابت می‌باشد.
- (۳) با درجه حرارت تغییر می‌کند ولی مستقل از فشار است.
- (۴) فقط با فشار تغییر می‌کند و مستقل از درجه حرارت است.

۱۱. در یک نمونه آب افزایش فشار  $\frac{MN}{m^2}$  ۲۱ باعث  $1\%$  کاهش حجم شد. مدول

الاستیسیته حجمی (مدول بالک) این نمونه بر حسب  $\frac{MN}{m^2}$ ، برابر است با:

$$\begin{array}{ll} ۲۱۰ & (۱) \\ ۰/۲۱ & (۲) \\ ۲۱۰۰ & (۳) \end{array}$$

۱۲. در شرایط عادی آب در حدود

- (۱) برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.
- (۲) برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.
- (۳) برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.

(۴) برابر تراکم پذیری کمتری نسبت به فولاد دارد.

۱۳. جیوه به عنوان سیالی خوب جهت فشار سنجی در نظر گرفته می‌شود خصوصاً به واسطه

- (۱) فشار بخار به طور جزئی و کوچک آن
- (۲) گرمای ویژه زیاد آن

۱۳) وزن مخصوص زیاد آن

۱۴) رویه محدب آن

۱۵. کشش سطحی آب:

۱) با افروden نمک کاهش می‌یابد

۲) با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۳) تأثیری بر ارتفاع کاپیلاری ندارد

۴) با افزایش دما افزایش می‌یابد

۱۳۳/۱۰ (۲)

۱۳۶ (۱)

۹/۷۹ (۴)

۱۳/۶۰ (۳)

۱۵. در لوله‌ای غوطه ور در آب به قطر  $4\text{mm}$  صعود موئینگی  $7/5 \text{ mm}$  است در صورتی ..... که لوله یدیگری به قطر  $3 \text{ mm}$  در همان آب وارد شود، صعود موئینگی در آن خواهد بود.

۱۱/۵۵ (۲)

۱۳/۳۳ (۱)

۵/۷mm (۴)

۱۰mm (۳)

۱۶. عطر پاشی قطرات کوچک آب را با اندازه  $50 \text{ mm}$  تولید می‌کند. در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا  $N/m^{0.7}$  باشد اضافه فشار در داخل این قطرات کوچک برحسب  $Kpa$ ، برابر است با:

۵/۶ (۲)

۲/۸ (۱)

۲۲/۴ (۴)

۱۱/۲ (۳)

۱۷. در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا  $N/m^{0.7}$  باشد قطر لوله‌ای که برای نگه داشتن ارتفاع موئینگی بین  $1cm/95 \text{ cm}$  باید استفاده شود برابر است با:

۲/۱۵mm (۲)

۱/۵۵mm (۱)

۶mm (۴)

۳mm (۳)

۱۸. یک لوله قائم به قطر  $5 \text{ cm}$  دارای جیوه تا ارتفاع  $20 \text{ cm}$  است. ارتفاع معادل ستون آب که همان مقدار فشار را اعمال می‌کند، ..... خواهد بود.

۲۷۲cm (۲)

۱۰۰cm (۱)

۱۳۶cm (۴)

۴۰cm (۳)

۱۹. یک بلوک مستطیلی با جدارهای W به سمت پایین یک سطح شیبدار با زاویه  $30^\circ$  نسبت به افق سرمی خورد. سطح شیبدار با یک سیال لزج با ضریب ویسکوزیته  $\mu$  وضخامت t روغنکاری می‌شود. در صورتی که سرعت لغزش بلوک V باشد، بنابراین سطح تماس بلوک با سطح شیبدار روغنکاری شده خواهد بود:

$$\frac{wt}{\mu N} \quad (2)$$

$$\frac{wt}{2\mu N} \quad (1)$$

$$\frac{\gamma wt}{\mu N} \quad (4)$$

$$\frac{\gamma wt}{\mu N} \quad (3)$$

۲۰. افزایش فشار تا  $\frac{N}{cm^2}$  ۲۰۰ جرم مخصوص آب را  $0/1\%$  افزایش می‌دهد. مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک) آب مساوی است با:

$$20 \frac{GN}{cm^2} \quad (2)$$

$$200 \frac{GN}{cm^2} \quad (1)$$

$$0/2 \frac{GN}{cm^2} \quad (4)$$

$$2 \frac{GN}{cm^2} \quad (3)$$

۲۱. سیالاتی با لزجت دینامیکی  $\mu = 0/00958 N \cdot s/m^2$  در لولهای به قطر  $10\text{cm}$  جریان دارد. توزیع سرعت آن به صورت سهمی و طبق معادله  $V = 0/01378 \left[ \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^2 \right]$  است که در آن V بر حسب  $m/s$  و r فاصله شعاعی از مرکز لوله و R شعاع لوله است. تنش برشی واردہ بر جدار لوله چند  $N/m^2$  است؟

$$0/0131 \quad (2)$$

$$0/000526 \quad (1)$$

$$0/131 \quad (4)$$

$$0/0526 \quad (3)$$

۲۲. یک صفحه شیشه‌ای متحرک به فاصله  $1\text{mm}$  از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین دو صفحه از سیالی با جرم مخصوص  $kg/m^3$   $1000$  پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه متحرک با سرعت ثابت  $0/10 m/s$  معادل  $4\text{pa}$  باشد ضریب لزجت سینماتیکی سیال V برابر چند  $m/s$  است؟

$$0/04 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$10^{-5} \quad (1)$$

$$0/4 \quad (4)$$

$$0/02 \times 10^{-3} \quad (3)$$

۲۳. توزیع سرعت یک مایع لزج  $\frac{N.s}{m^2} = \mu$  بر روی یک سطح صلب بوسیله رابطه  $U = 0.68y$  داده شده است. سرعت مایع بر حسب  $m/s$  در فاصله  $y$  متر از سطح صلب می‌باشد. تنش برشی در نقطه  $m = 0.17$  از سطح برابر است با:

$$0.340 \frac{N}{m^2} \quad (2)$$

$$0.153 \frac{N}{m^2} \quad (4)$$

$$0.612 \frac{N}{m^2} \quad (1)$$

$$0.306 \frac{N}{m^2} \quad (3)$$

۲۴. کاویتاسیون (پدیده خلاً زایی) در لوله حتماً وقتی بوجود می‌آید که:

- (۱) جریان کاملاً آشفته باشد
- (۲) فشار منفی باشد
- (۳) دما منفی باشد
- (۴) هیچکدام

۲۵. قانون لزجت نیوتن بیان می‌دارد که:

(۱) تنش برشی نسبت معکوس با لزجت سیال دارد

(۲) تنش برشی نسبت مستقیم با گرادیان سرعت دارد

(۳) تنش برشی نسبت معکوس با کرنش برشی دارد

(۴) تنش برشی نسبت مستقیم با سرعت دارد

(۱) ۱ و ۲ و ۶

(۲) ۲ و ۳ و ۶

(۳) ۳ و ۵ و ۶

۲۶. دلیل کاهش لزجت با دما در مایعات عبارت است از

Adhesion (۲) Cohesion (۱)

(۳) اندازه حرکت مولکولی

۲۷. سیال ایده‌آل چه سیالی است؟

(۱) با اصطکاک کم و غیر قابل تراکم.

(۲) از قانون لزجت نیوتنی تبعیت می‌کند.

(۳) از معادله پیوستگی تبعیت می‌کند.

(۴) هر سیالی که می‌تواند در لوله بی اصطکاک جریان یابد.

۲۸. یک سیال فشرده در یک سیلندر دارای حجم الیتر ( $cm^3$ ) در فشار  $\frac{M.N}{m^2}$

و حجم  $995 cm^3$  در فشار  $\frac{M.N}{m^2}$  می‌باشد. مدول الاستیسیته بالک برای این سیال

چقدر است؟

۲۹. واحد SI لزجت چیست؟

۹ / ۸۱ poise (۲)

۱۰ poise (۱)

۴) معادل با poise است

$\frac{1}{9/81} \text{ poise}$  (۳)

۳۰. مدلول الاستیسیته حجمی .....

۱) به لزجت بستگی دارد

۲) به فشار بستگی ندارد

۳) به درجه حرارت بستگی ندارد

۳۱. هر چه درجه حرارت سیالی بالاتر رود کشش سطحی آن ..... می شود.

۲) کم

۱) زیاد

۴) کم وزیاد

۳) ثابت تر

۳۲. لزجت سینماتیکی مایعی برابر  $\frac{kg}{m^3 s} / 85.0 \times 10^{-6}$  و دانسیته آن  $5 / 88 \times 10^{-6}$  است

لزجت دینامیکی این مایع برابر است با:

۲)  $kg \cdot m/s / 0.005$

۱)  $kg / m.s / 144 / 56 \times 10^{-6}$

۴)  $kg \cdot m/s / 144 / 56 \times 10^{-6}$

۳)  $kg / m.s / 0.005$

۳۳. یک صفحه فلزی به مساحت یک متر مربع و وزن  $7 / 2 Kgf$  روی سطح شیبداری با زاویه  $45^\circ$  نسبت به افق، قرار گرفته است. چنانچه سرعت حرکت صفحه  $1 m/s$  و ضخامت لایه روغن بین صفحه و سطح شیبدار  $1 mm$  باشد، لزجت دینامیک چقدر است؟

۳۴. واحد کشش سطحی در دستگاه SI برابر است با:

۲)  $M.N$

۱)  $cm.N$

۴)  $\frac{N}{M}$

۳)  $\frac{N}{cm}$

۳۵. وزن مخصوص آب در دمای  $20^\circ$  سانتی گراد  $9790$  نیوتن بر متر مکعب و لزجت دینامیک آن  $10080 / 0$  پواز می باشد. لزجت دینامیکی آن چقدر است؟

۲)  $0.00101 m^3/s$

۱)  $0.0001 m^3/s$

۴)  $1/5 \times 10^{-5}$

۳)  $1/01 \times 10^{-9}$

۳۶. منظور از لزجت چیست؟

- ۱) نیروهای بین آب و ذرات
- ۲) نیروهای بین مایع واینرسی آب
- ۳) نیروهای چسبندگی بین ملکولهای مایع
- ۴) نیروهای حرکتی آب

۳۷. مقدار عددی ضریب لزجت ( $\mu$ ) آب افزایش درجه حرارت از صفر تا ۱۰۰ درجه:

- ۱) اضافه می شود.
- ۲) تغییر نمی کند.
- ۳) تا حدود ۵۰ اضافه و سپس کاهش می یابد.
- ۴) کم می شود.

۳۸. سیالات حقیقی سیالاتی هستند که ویسکوزیته آنها ..... می باشد.

- ۱) ثابت
- ۲) متغیر
- ۳) غیرنیوتی
- ۴) صفر و یا یک

۳۹. فشار بخار یک سیال.....

- ۱) با درجه حرارت رابطه خطی دارد.
- ۲) با افزایش درجه حرارت کاهش می یابد.
- ۳) با افزایش درجه حرارت افزایش می یابد.
- ۴) بستگی به درجه حرارت ندارد.

۴۰. یکی از مهمترین خواص مایعات آن است که:

- ۱) فشار و درجه حرارت تأثیر ناچیزی در حجم آن دارد.
- ۲) فشار و درجه حرارت تأثیر به سزایی در حجم آن دارد.
- ۳) فشار حجم آن را کم می کند.
- ۴) درجه حرارت آن را کم می کند.

۴۱. سیال چیست؟

۱) جسم مادی است که شکل معینی دارد و نمی تواند تحت اثر نیرو، تغییر شکل بدله.

۲) جسم مادی است که شکل معینی ندارد و نمی تواند تحت تأثیر کوچکترین نیرو،

تغییر شکل بزرگی بدهد.

- (۳) جسم مادی است که به سهولت نمی تواند جریان یابد.
- (۴) جسم مادی است که به سهولت می تواند جریان یابد ولی تحت اثر نیرو تغییر شکل نمی دهد.
۴۲. در رابطه با تأثیر افزایش درجه حرارت در تغییر لزجت گاز کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) افزایش می یابد
- (۲) ابتدا زیاد وسپس کاهش می یابد
- (۳) کاهش می یابد
- (۴) تغییر نمی کند

۴۳. کدام عبارت در مورد ویسکوزیته مطلق صحیح است؟

- (۱) با افزایش دما ویسکوزیته مایعات افزایش می یابد
- (۲) با افزایش دما ویسکوزیته گازها افزایش می یابد
- (۳) با کاهش دما ویسکوزیته مایعات کاهش می یابد
- (۴) با کاهش دما ویسکوزیته گازها افزایش می یابد

## فصل دوم

### استاتیک سیالات

#### ۱-۲ مقدمه

استاتیک سیالات شاخه‌ای از مکانیک سیالات است که سیال را در حالت سکون بررسی می‌کند و تغییرات فشار و نیروهای وارد بر اجسام غوطه ور مورد بحث قرار می‌گیرد. در این فصل سیالی را بررسی می‌کنیم که یا ساکن یا به صورتی در حرکت است که حرکت نسبی بین ذرات (لایه‌ای از سیال) با ذرات لایه مجاورش وجود ندارد. و در هر دو حالت، تنش برشی در سیال وجود ندارد و تنها نیروی سطحی که بر ذرات اثر می‌گذارد نیروی فشاری (عمودی) است.

همان‌طور که خواهیم دید، نیروهای فشاری (عمودی) که توسط سیالات منتقل می‌شوند در بسیاری از موارد مهم‌اند. با استفاده از اصول هیدرولاستاتیک، می‌توانیم نیروهای وارد بر اشیاء غوطه ور را محاسبه کنیم، که در طراحی ساختمان کشتی‌ها، سدها، دریچه‌های هیدرولیکی و غیره مهم‌اند.

#### ۲-۲ فشار

فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن عبارت است از نیرویی که توسط سیال بر واحد سطح در آن نقطه وارد می‌شود.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{(نیروی وارد)}}{\text{(سطح)}} \quad (1-2)$$

واحد فشار در سیستم SI نیوتن بر متر مربع ( $N/m^2$ ) میباشد که برابر یک پاسکال است و واحد فشار در سیستم انگلیسی پوند بر فوت مربع  $\frac{lb}{ft^2}$  (psf) و یا پوند بر اینچ مربع (psi) میباشد.

$$\left( \frac{lb}{in^2} = psi, \quad \frac{kg}{cm^2} = bar, \quad \frac{N}{m^2} = Pa \right)$$

فشار سیالات دارای دو خاصیت عمدۀ زیر است:

الف) فشار هیدرولیک در هر نقطه از سیال، بر هر سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شود، عمود است. علت این امر آن است که هنگامی که سیال به حالت تعادل است، تنش‌های کششی یا برشی را نمی‌تواند تحمل کند، بنابراین تنها برآیند عمودی نیروها موثر خواهد بود. به عبارت دیگر، فشار هیدرولیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می‌کند.

ب) فشار هیدرولیک در هر نقطه، در تمام جهات دارای مقدار مساوی است. به عبارت دیگر، میزان فشار به امتداد سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شده است، بستگی ندارد.

ماهیت فشار در مایعات و گازها متفاوت است. در مایعات فاصله ملکول‌ها نسبتاً کم است، به این دلیل ملکول‌ها قادرند نیروهایی که بر هر یک از آنها وارد می‌شود به ملکول‌های دیگر منتقل کنند. بنابراین ملکول‌هایی که در عمق معین از یک مایع قرار دارند نیروی وزن ملکول‌های بالاتر را به قسمت پایین انتقال می‌دهند. در نتیجه فشار در هر نقطه از یک مایع ساکن از وزن ذرات مایعی که در ارتفاع بالاتر از آن قرار دارند ناشی می‌شود. در گازها چون فاصله ملکول‌ها نسبتاً زیاد است، وزن یک ملکول گاز نمی‌تواند به ملکول دیگر منتقل شود. بنابراین عامل فشار در گازها وزن آنها نیست بلکه از ضربات ملکول‌هایی که به یک سطح برخورد می‌کنند ناشی می‌شود. هر چه تعداد این ضربات بیشتر باشد فشار بیشتر خواهد بود. برای مثال هرچه از سطح دریا بالاتر می‌رویم فشار هوا کاهش می‌یابد. علت این امر، کاهش جاذبه زمین و کاهش تعداد ملکول‌ها در واحد حجم است که در پی آن آن تعداد ضربات وارد بر واحد سطح یعنی فشار کاهش می‌یابد.

### نکات کلیدی:

اگر دو نقطه در ارتفاعهای یکسانی قرار داشته باشند، لزوماً دارای فشارهای یکسانی خواهند بود حتی اگر نقاط در یک صفحه افقی در ارتباط مستقیم نباشند.  
**قانون پاسکال:** فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن در کلیه جهات یکسان بوده و مستقل از جهت یعنی:

$$P_x = P_y = P_z = P \quad (2-2)$$

**هر گاه سیال ساکن نبوده و لایهای آن نسبت به هم حرکت داشته باشند** فشار در یک نقطه را میانگین فشار در جهات مختلف در نظر می‌گیریم.

$$p = \frac{1}{3} (p_x + p_y + p_z) \quad (3-2)$$

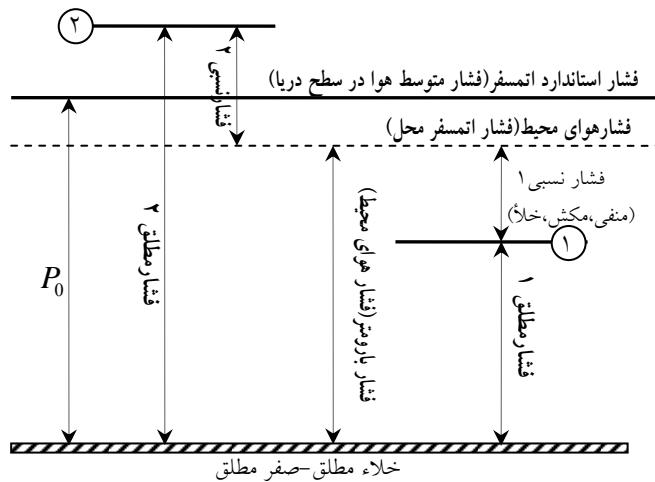
**سطح آزاد** عبارت است از سطح مشترک یک مایع و یک گاز و یا سطح مشترک دو مایع غیر محلول در یکدیگر.

### ۳-۲ فشار استاتیکی و فشار دینامیکی

هنگامی که از فشار سیال سخنی به میان می‌آید، مقصود نیرویی است که سیال ساکن در هر نقطه بر واحد سطح اعمال می‌کند و به آن فشار استاتیکی گفته می‌شود یا به طور ساده، فشار می‌گویند. اگر سیال در حال حرکت باشد، توده سیال در حال حرکت نیز نیرویی بر واحد سطح اعمال می‌کند که فشار دینامیکی نام دارد. بدیهی است فشار دینامیکی از سرعت سیال ناشی می‌شود و بنابراین مقدار آن به سرعت نسبی سیال و صفحه بستگی دارد.

### ۴-۲ فشار نسبی و فشار مطلق

فشار را می‌توان نسبت به هر مبنای دلخواه بیان کرد. اما معمولاً یا نسبت به صفر مطلق یا نسبت به اتمسفر محلی بیان می‌شود. فشار نسبت به خلا مطلق را فشار مطلق گویند. فشار نسبت به فشار اتمسفر محلی را فشار نسبی گویند.



شکل ۱-۲ مبدا و واحدهای اندازه‌گیری فشار

در مکانیک سیالات فشار مطلق بندرت بکار می‌رود. در این کتاب منظور ما از فشار، همیشه همان فشار نسبی خواهد بود (مگر اینکه یاد آور شویم). و در تمام فرمولها منظورمان از علامت  $P$  همان فشار نسبی می‌باشد و اگر چنانچه لازم آید که فشار مطلق را در محاسبات بکار ببریم کافی است که فشار جو را  $101 / 3 KPa$  به فشار نسبی اضافه کنیم. در حالت کلی مقایسه‌های فشار به شکلهای زیر تقسیم می‌شود.

**فشار صفر مطلق (خلاء مطلق یا کامل):** پائین‌ترین فشار ممکن که در آن صفر مطلق به عنوان مبدا است. در این فشار خلاء کامل وجود دارد.

**فشار اتمسفر محلی:** همان فشار اطراف ما می‌باشد و با شرایط محیط (آب و هوا وارتفاع) تغییر می‌کند و ممکن است بیشتر و یا کمتر از فشار استاندارد باشد (مبنا فشار نسبی).

**فشار اتمسفر استاندارد:** فشار متوسط در سطح دریا می‌باشد و برابر:

$$P_0 = 1 \text{ atm} = 101 / 325 \text{ kPa} = 14 / 7 \text{ psi} = 10 / 34 \text{ mH}_2\text{O} = 760 \text{ mmHg}$$

**فشار نسبی (فشار درجه، گیج یا بارومتر):** هنگامی که فشار یک سیال نسبت به فشار اتمسفر محلی اندازه گیری شود آنرا فشار نسبی گویند.

**فشار مطلق:** هنگامی که فشار بر حسب اختلاف آن با خلاً کامل یا مطلق بیان شود آن را فشار مطلق گویند. بنابراین با توجه به شکل (۱-۲) بین فشار مطلق و فشار نسبی رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$\text{فشار نسبی } 2 + \text{فشار بارومتر}(\text{فشار هوای محیط}) = \text{فشار مطلق } 2 \quad (4-2)$$

$$\text{فشار نسبی } 1(\text{منفی، مکش، خلاً}) - \text{فشار بارومتر}(\text{فشار هوای محیط}) = \text{فشار مطلق } 1$$

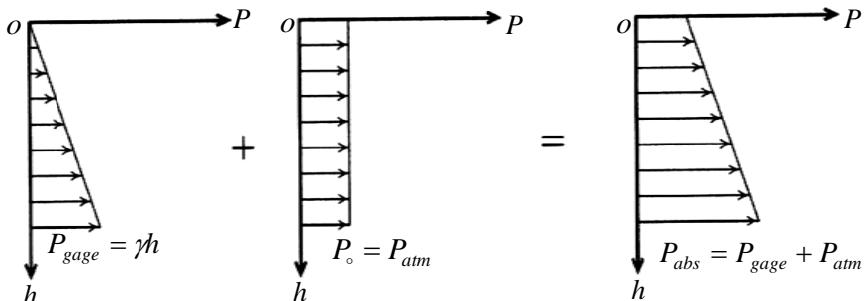
$$\text{یا } (5-2) \quad P_{abs} = P_{bar} + P_{gage}$$

**فشار منفی (مکش یا خلاً):** در صورتی که فشار در زیر فشار اتمسفر محلی باشد آن را فشار منفی (مکش یا خلاً) می‌گویند.

**نکته:**

فشار بیشتر از فشار اتمسفر را فشار نسبی و فشار کمتر از فشار اتمسفر را فشار خلاء گویند. در حل مسائل فشار نسبی را با عدد مثبت برای مثال  $+600$  پاسکال و فشار خلاء را با عدد منفی  $-600$  پاسکال نشان می‌دهند.

نمودارهای شکل (۲-۲) مقایسه‌ای را جهت درک بهتر فشار نسبی و فشار مطلق ارائه می‌دهند.



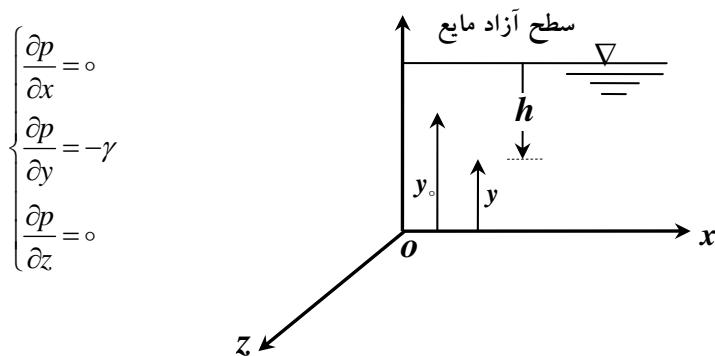
شکل ۲-۲

**مثال ۲-۱:** اگر فشار اتمسفر در ناحیه‌ای  $1/5$  کیلوگرم بر سانتیمتر مربع باشد، میزان فشار در نقطه‌ای واقع در عمق  $3$  متری زیر سطح آب را حساب کنید؟

$$P = P_0 + \gamma h = 1/5 + \frac{1 \times 3 \times 10^4}{1000} = 1.8 \text{ kg/cm}^2$$

## ۵-۲ محاسبه فشار در مایعات

اگر مایع ساکنی را با سطح آزاد مشخص در نظر بگیریم، در آن صورت خواهیم داشت:



شکل ۳-۲

این روابط نشان می‌دهند که فشار تابعی از  $x$  و  $z$  نیست و تنها در راستای  $y$  تغییر می‌کند، بنابراین می‌توان در معادله  $\frac{\partial P}{\partial y} = -\gamma$  از مشتق معمولی استفاده کرد و معادله اساسی هیدرولاستاتیک که تغییرات فشار نسبت به عمق سیال می‌باشد را نوشت:

$$\frac{dP}{dy} = -\gamma \quad (6-2)$$

این معادله برای هر سیال ساکن (مایع و گاز) در میدان جاذبه معتبر است صادق است و برای محاسبه توزیع فشار باید از این معادله بین دو حد مناسب انتگرال گیری کنیم. اگر فشار در سطح آزاد مایع را با  $P_0$  نشان دهیم و بدانیم که مقدار آن برابر فشار اتمسفر ( $P_{atm}$ ) است، در آن صورت با انتگرال گیری از معادله مذکور از  $y_0$  با فشار  $P_0$  تا  $y$  با فشار  $P$  خواهیم داشت:

$$dP = -\gamma dy \rightarrow \int_{P_0}^P dP = - \int_{y_0}^y \gamma dy$$

حال اگر مایع مورد نظر همگن و غیر قابل تراکم باشد، یعنی وزن مخصوص آن مقدار ثابتی داشته باشد، در آن صورت با لحاظ کردن  $y - y_0 = h$ ، بعنوان فاصله از سطح آزاد مایع، می‌توان نوشت:

$$P - P_{\circ} = \gamma(y - y_{\circ}) = \gamma h$$

$P - P_{\circ}$  را که فشار نسبی یافشار گیج نامیده می‌شود، با  $P_{gage}$  نمایش می‌دهند و نشان دهنده فشار مایع بدون در نظر گرفتن فشار ناشی از اتمسفر در محل است. بعبارت دیگر می‌توان گفت فشار نسبی، فشاری است که نسبت به فشار محیط سنجیده می‌شود. با توجه به روابط ذکر شده مقدار فشار نسبی برابر است با:

$$P_{gage} = \gamma h \quad (7-2)$$

ولی چنانچه هدف تعیین فشار کل یعنی مجموع فشار مایع و فشار اتمسفر باشد، در آنصورت از فشار مطلق که با  $P_{abs}$  نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. فشار مطلق، فشاری است که نسبت به خالاً مطلق (فشار صفر مطلق) سنجیده می‌شود و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P - P_{\circ} = \gamma h \rightarrow P = P_{\circ} + \gamma h \rightarrow P_{abs} = p_{atm} + P_{gage} \quad (8-2)$$

که در آن  $\gamma$  وزن مخصوص سیال بر حسب  $\left(\frac{N}{m^3}\right)$ ؛  $P$  فشار در هر نقطه از سیال، بر حسب  $\left(Pa = \frac{N}{m^2}\right)$  و  $h$  عمق است و برابر  $(y - y_{\circ})$  می‌باشد و بر حسب  $(m)$  است. اغلب در مایعات بهتر است که مبدأ دستگاه مختصات را در سطح آزاد مایع (سطح مرجعی) که معمولاً فشار یک اتمسفر است در نظر بگیریم.

## ۶-۲ تغییر فشار با عمق

فشار را می‌توان بر حسب ارتفاع ستون مایع نیز بیان کرد که معادل نیروی وارد به واحد سطح، در کف ستون است.

فشار هر نقطه یک مایع به طور مستقیم متناسب با عمق آن افزایش می‌یابد (عمق نسبت به سطح آزاد مایع) این موضوع را می‌توان با در نظر گرفتن سطح کوچکی از مایع که در عمق  $h$  نسبت به سطح آزاد مایع قرار گرفته روشن نمود. (شکل ۴-۲)

وزن مایع بالای سطح

$$F = W =$$

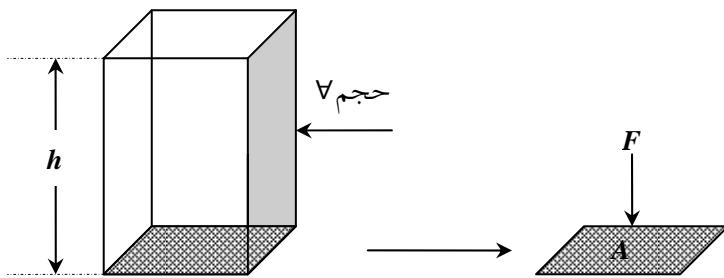
$$= \gamma V = \rho g A h$$

$$P = \frac{F}{A} = \rho g h$$

$$P = \rho g h = \gamma h$$

(۴-۲)

در این رابطه فشار  $P$  (نیوتن بر متر مربع یا پاسکال)،  $F$  نیروی وارد بر سطح (نیوتن)،  $\rho$  جرم مخصوص (کیلوگرم بر متر مکعب)،  $g$  شتاب ثقل (متر بر مجدور ثانیه) و  $h$  ارتفاع آب (متر) است.

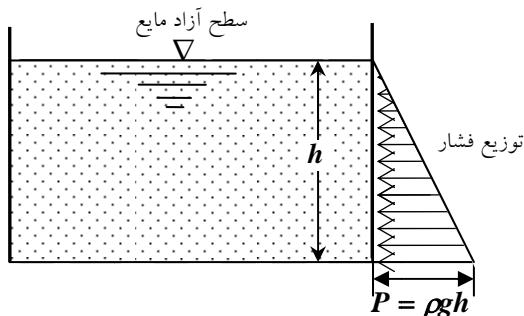


شکل ۴-۲

نکات:

در یک سیال ساکن، فشار در راستای افق ثابت و در راستای قائم به صورت خطی تغییر می‌کند.  
فشار ناشی از سیال در هر نقطه داخل آن بستگی به شکل ظرف ندارد.  
به عنوان مثال اگر دو استوانه با قطرهای مختلف دارای سیال با ارتفاع یکسان باشند، فشار در کف آنها مساوی است.

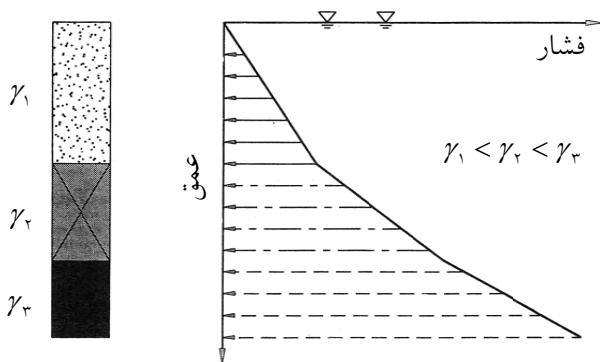
فرمول (۴-۲) نشان می‌دهد که فشار درون مایع از وزن آن ناشی می‌شود و از آنجا که فشار با عمق تناسب مستقیم دارد توزیع آن مثلث گونه خواهد بود. منحنی تغییرات فشار هیدرولاستاتیک برای یک سیال با سطح آزاد به شکل زیر می‌باشد:



شکل ۵-۲

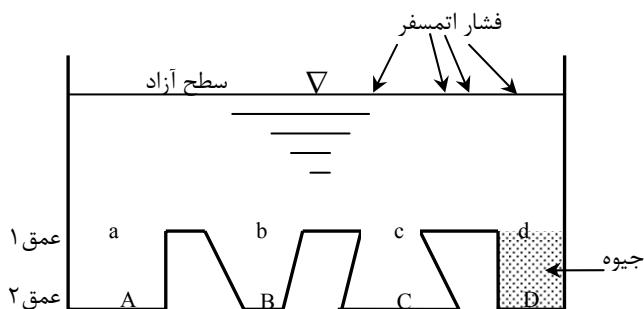
اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار متعارفی واقع باشد این فرمول فشار نسبی در عمق  $h$  را نشان می‌دهد و اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار دیگری غیر از فشار متعارفی باشد می‌بایست مقدار آن را منظور داشت (یعنی از مقدار داده شده توسط فرمول ۹-۲ کم نمود و یا به آن افزود).

اگر مایعات با وزن مخصوص‌های مختلف روی هم قرار گیرند، منحنی تغییرات فشار هیدرواستاتیک به صورت یک خط مستقیم نبوده و در فصل مشترک مایعات مختلف دارای شکستگی خواهد بود. و هر چه وزن مخصوص مایع زیادتر باشد زاویه تماس خط نسبت به محور قائم بیشتر خواهد شد.



شکل ۶-۲

از معادله اساسی فشار هیدرواستاتیک می‌توان نتیجه گرفت: در سیال ساکن یکنواخت با توزیع همگون، فشار فقط با فاصله عمودی تغییر می‌کند وبا شکل ظرف خود ارتباطی ندارد. در یک صفحه افقی داخل سیال، فشار در تمام نقاط یکنواخت است وبا افزایش عمق بیشتر می‌شود. مثلا در شکل (۷-۲) سطح آزاد در فشار اتمسفر یک صفحه افقی است و نقاط a, b, c و d در عمق‌های مساوی و در صفحه‌ای افقی قرار دارند که بهوسیله سیال آب به هم مرتبط‌اند، بنابراین فشار تمام این نقاط یکسان است. همچنین در نقاط A و B که همگی در کف قرار گرفته‌اند و نسبت به نقاط قبلی به یک اندازه افزایش دارند نیز صادق است، اما نقطه D اگر چه در همان عمقی قرار دارد که نقاط A و C واقعند، اما به دلیل واقع شدن در زیر سیال دیگر (جیوه) فشار متفاوتی دارد.



شکل ۷-۲

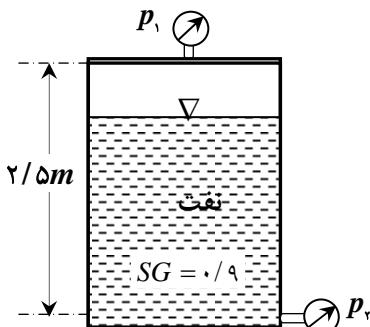
## ۷-۲ تغییرات فشار در سیال ساکن تراکم پذیر

تغییر فشار با ارتفاع برای سیالات تراکم پذیر از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$P = P_0 e^{-\left[ \frac{\gamma_o(y-y_0)}{P_0} \right]} = P_0 e^{-\left[ \frac{g(y-y_0)}{RT} \right]} \quad (10-2)$$

که در آن  $g$  شتاب جاذبه،  $R$  ثابت گاز،  $T$  دمای مطلق ثابت آن،  $P_0$  فشار در ارتفاع  $y_0$  و  $P$  فشار در ارتفاع  $y$  می‌باشد.

**مثال ۷-۲:** مخزن سوختی را که در شکل (۸-۲) نمایش داده شده در نظر می‌گیریم. فشار عقربه در قاعده مخزن را در حالتی که فشار بالای مخزن مقادیر صفر، یا  $25Kpa$  و یا  $10Kpa$ -را نشان می‌دهد، تعیین نمائید.



شکل ۸-۲

حل:

$$P = \rho gh$$

$$P = 0.9 \times 1000 \times 9.81 \times 2/5 \text{ (pa)} = 22/1 \text{ kPa}$$

$$\text{الف) اگر } P_1 = 0 \text{ باشد} \quad P_1 + 22/1 \text{ kPa} = 22 \text{ KPa}$$

$$P_v = P_1 + 22/1 \text{ kPa} = 25 + 22/1 = 47/1 \text{ kPa} \quad P_1 = 25 \text{ kPa} \quad \text{ب) اگر}$$

$$p_v = P_1 + 22/1 \text{ kPa} = -10 + 22/1 = 12/1 \text{ kPa} \quad P_1 = -10 \text{ kPa} \quad \text{ج) اگر}$$

**مثال ۲-۳:** شدت فشار را در عمق ۶m آب بر حسب pa محاسبه کنید در صورتی که قرائت بارومتر، ۷۶cmHg باشد، فشار مطلق در عمق ۶ m را محاسبه کنید؟

$$P_g = \gamma h = \rho gh = 1000 \times 9.81 \times 6 = 58836 \text{ Pa} \quad \text{یا} \quad 58/83 \text{ kPa}$$

= شدت فشار

$$\rho_g gh_g = (12/57 \times 1000 \times 9.81) \times 0/76 = 101131/24 \text{ Pa}$$

فشار اتمسفر + فشار نسبی = فشار مطلق

$$58836 + 101131/24 = 159967/24 \text{ Pa}$$

**مثال ۲-۴:** عمق آب و جیوه را برای فشار ۵۰ kpa مقایسه کنید؟

حل:

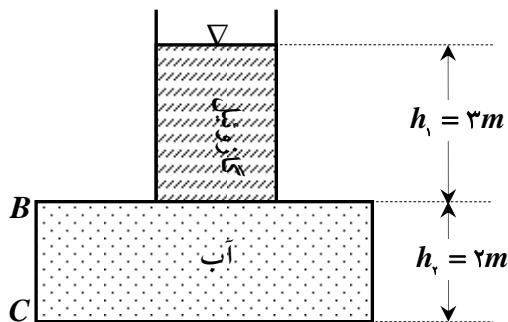
$$p = \gamma h$$

$$h = \frac{50 \times 1000}{9806 \text{ N/m}^2} = 5/10 \text{ m} \quad \text{برای آب}$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{P}{\gamma_w \cdot SG_{Hg}} = \frac{50000 N/m^2}{9806 N/m^2 \times 13/57} = 0.375 m$$

برای جیوه

مثال ۲-۵: مطابق شکل در قسمت بالای یک مخزن آب یک ستون ۳ متری گازوئیل ( $SG = 0.73$ ) قرار دارد. مطلوبست فشار در کف مخزن در صورتی که فشار اتمسفر  $1/1 kPa$  باشد.



$$P_C = P_o + \gamma_G h_1 + \gamma_w h_2$$

$$P_C = 1/1 \times 1000 \left( \frac{N}{m^2} \right) + 0.73 \times 9806 \times 3 \left( \frac{N}{m^2} \right) + 9806 \times 2 \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

$$P_C = 42187 / 14 \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

## ۸-۲ وسایل اندازه گیری فشار

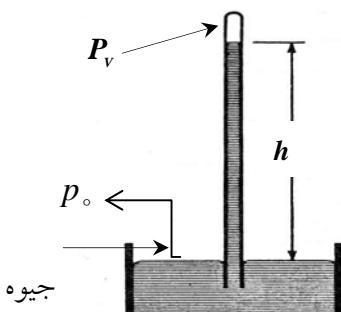
مانومترها، پیزومترها... وسایلی هستند که برای اندازه گیری فشارهای نسبی مورد استفاده قرار می گیرند. در زیر به چند مورد از این وسایل اشاره می شود:

## ۸-۱ فشارسنج بوردن

فشارسنج بوردن فشار نسبی را اندازه گیری می کند. این فشارسنج، فشار را نسبت به فشار محیط اطراف (فشار محلی) اندازه گیری می کند.

## ۲-۸-۲ فشارسنج جیوه ای (بارومتر جیوه‌ای)

فشارسنج (بارومتر) جیوه‌ای شامل یک لوله شیشه‌ای محتوی جیوه است یک سر آن بسته و سر دیگر آن در ظرفی پر از جیوه قرار دارد که برای سنجش فشار اتمسفر محلی به کار می‌رود (که بوسیله توریچلی در سال ۱۶۴۳ اختراع شد)



شکل ۱۰-۲

$$P_0 = P_V + \rho_{Hg} gh \quad (11-2)$$

که در آن  $P_0$  فشار اتمسفر،  $P_V$  فشار بخار جیوه،  $\rho_{Hg}$  جرم مخصوص جیوه و  $g$  شتاب ثقل می‌باشد.

چون فشار بخار جیوه در دمای محیط ( $20^\circ C$ )،  $16 \text{ Pa}$  است، معمولاً در مقایسه با فشار اتمسفر که تقریباً  $10^5 \text{ Pa}$  است، صرف نظر می‌شود. پس داریم:

$$P_0 = + \rho_{Hg} gh \quad (12-2)$$

بنابراین:

$$h = \frac{P_0}{\rho_{Hg} g} \quad (13-2)$$

در شرایط استاندارد کنار دریا با:

$$\rho_{Hg} = 133 \text{ kN/m}^3, P_0 = 101 / 35 \text{ kPa}$$

در نتیجه ارتفاع ستون جیوه برابر است با

$$h = \frac{101 / 35 \text{ kPa}}{133 \text{ kN/m}^3} = 0.761 \text{ mHg} = 761 \text{ mmHg}$$

به همین دلیل از جیوه که سنگین ترین مایع شناخته شده است، استفاده می‌کنند.

مثال ۲-۶: یک فشارسنج بوردن خلاء نسبی ۱۵kPa را نشان می‌دهد. اگر بارومتر جیوه‌ای نیز عدد ۴۵۰mm را نشان دهد، فشار مطلق چند میلی جیوه خواهد بود؟

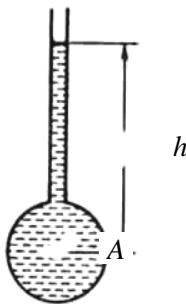
$$P_{gage} = -15 \text{ kPa} \rightarrow h_{gage} = \frac{P_0}{\rho_{Hg} g} = \frac{-15 \times 10^3}{13 / 6 \times 9 / 806} = -112 / 5 \text{ mmHg}$$

$$h_{atm} = 750 \text{ mmHg}$$

$$h_{abs} = h_{atm} + h_{gage} = 750 - 112 / 5 = 637 / 5 \text{ mmHg}$$

### ۳-۸-۲ پیزومتر

پیزومتر لوله‌ای است شیشه‌ای که به طور عمودی به لوله اصلی و یا مخزنی که فشار آن می‌باشد اندازه گیری شود اتصال یافته و سر دیگر ش بصورت باز، بالاتر از لوله قرار گرفته است. پیزومتر برای اندازه گیری فشارهای مثبت و کم مایعات بکار می‌رود.



شکل ۱۱-۲

فشار نسبی مایع در هر نقطه از مخزن را می‌توان به کمک ارتفاع بالا آمدگی مایع در لوله پیزومتر به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A = \gamma h \quad (14-2)$$

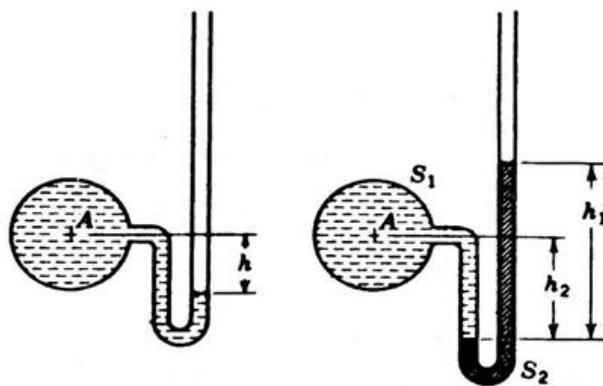
این وسیله نمی‌تواند فشار منفی را اندازه گیری کند، چون هوا از طریق لوله وارد مخزن می‌شود. همچنین برای فشارهای زیاد نمی‌توان از آن استفاده کرد چون در این صورت احتیاج به لوله بسیار بلندی خواهد بود تا سیال بتواند در داخل آن بالا رود.

### ۴-۸-۲ مانومترها

مانومترها وسائلی هستند که به بهره گیری از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه گیری

می‌کنند. این وسیله بسته به کاربرد آن می‌تواند در قالب یکی از شکل‌های (۱۲-۲) مورد استفاده قرار گیرد.

مانومتر شکل ۱۲-۲ (الف) جهت اندازه گیری فشارهای مثبت و منفی کم در مایعات بکار می‌رود. در حالی که مانومتر شکل ۱۲-۲ (ب) علاوه بر اندازه گیری فشارهای مثبت و منفی، به علت بکارگیری مایع مانومتری متفاوت با سیال درون مخزن که دارای چگالی بیشتری نسبت به آن می‌باشد، قادر به اندازه گیری فشارهای زیادتر نیز می‌باشد. در این حالت سیال درون مخزن گاز نیز می‌تواند باشد.



(الف) مانومتر برای فشار منفی

(ب) مانومتر برای فشار زیاد

شکل ۱۲-۲

### روش محاسبه فشار در مانومترها

به طور کلی در مانومترهای دارای سیالات با چگالی مختلف روش تعیین فشار چنین است:

گام ۱: با شروع از یک نقطه مانومتر (معمولًا سمت چپ) فشار نقطه اولیه را منظور می‌نماییم. اگراین نقطه دارای فشار معلوم بود، با واحد مشخص و چنانچه فشار آن مجهول باشد با علامت مناسبی بیان می‌گردد.

گام ۲: در مسیر مانومتر حرکت کرده تا به سطح مشترک با سیال بعدی برسیم. در این حالت تغییر فشار ایجاد شده در طول حرکت را با فشار ثبت شده اولیه جمع جبری می‌کنیم، به این ترتیب اگر سطوح مشترک بعدی پایین تر بود تغییر فشار را با علامت

مثبت و اگر بالاتر بود با علامت منفی اضافه می‌نماییم. و این عمل را تا سر دیگر مانومتردادمه می‌دهیم و حاصل را برابر با فشار در آخرین نقطه قرار می‌دهیم.

نکته: دریک مسیر پیوسته برای یک سیال، دونقطه هم ارتفاع دارای فشار یکسان می‌باشند. بنابراین برای دو نقطه هم تراز از یک سیال پیوسته که در دو طرف مانومتر قرار دارند، فشارها هم‌دیگر را ختنی کرده واژ محاسبات حذف می‌شوند، یعنی می‌توانیم از یک نقطه به نقطه دیگر پرس عرضی داشته باشیم.

با توجه به گامهای ذکر شده می‌توان فشار در نقطه A را در هر دو حالت

(الف) و (ب) از شکل (۱۲-۲)، به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A + \gamma h = P_{atm} = 0 \rightarrow P_A = -\gamma h \quad (\text{الف})$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = P_{atm} = 0 \rightarrow P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (\text{ب})$$

## ۴-۸-۵ مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی)

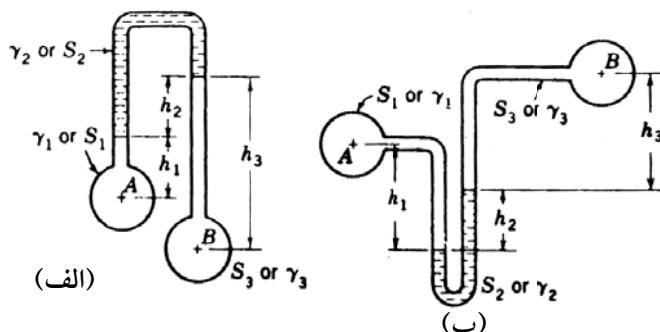
برای اندازه گیری فشار بین دو مخزن یا دو نقطه از یک لوله، از مانومتر دیفرانسیلی شکل (۱۳-۲) استفاده می‌کنیم و زمانی به کار می‌رود که نتوانیم فشار واقعی در هر نقطه از سیستم را محاسبه کنیم.

با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار، می‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه

A و B را در دو حالت الف و ب از شکل (۱۳-۲) به صورت زیر به دست آورد:

$$P_A - \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 \quad (\text{الف})$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1 \quad (\text{ب})$$

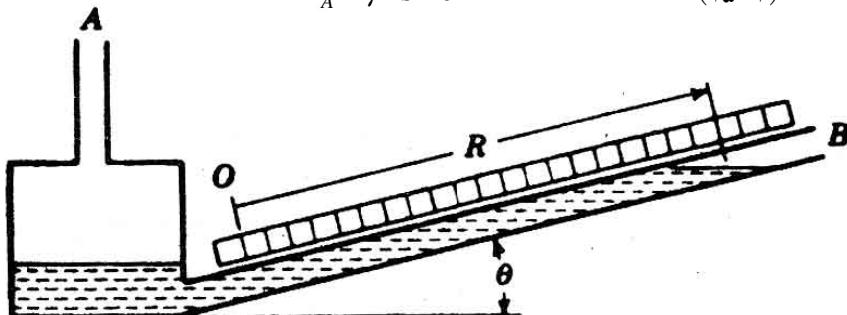


شکل ۱۳-۲ انواع مانومتر دیفرانسیلی

## ۱۴-۲ مانومتر شبیدار (مايل)

از این وسیله جهت اندازه گیری فشارهای کم و بیشتر برای گازها به کار می‌رود. چون لوله شبیب دار نسبت به لوله قائم طول بیشتری دارد، بنابراین در هنگام قرائت دقیق بیشتری وجود خواهد داشت.

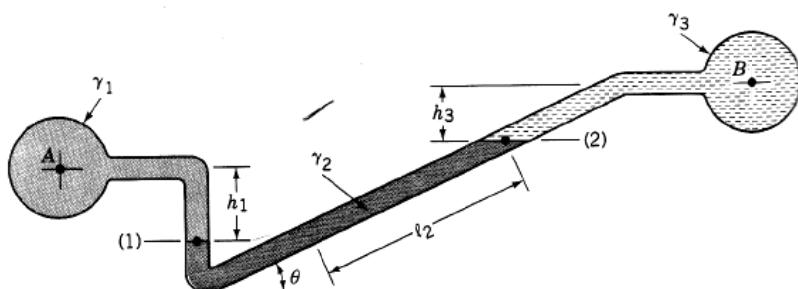
$$P_A = \gamma R \sin \theta \quad (15-2)$$



شکل ۱۴-۲ مانومتر شبیدار

مثال ۷-۲: مطلوب است محاسبه اختلاف فشار مخزن A و B در مانومتر شبیدار

$$\theta = 30^\circ \quad \text{و} \quad h_2 = 100 \text{ mm} \quad \text{و} \quad h_1 = 300 \text{ mm} \quad \text{اگر} \quad h_3 = 200 \text{ mm}$$



شکل ۱۵-۲

حل: اختلاف فشار بین A و B برابر است با:

$$P_A + \gamma_s h_s - \gamma_r L_r \sin \theta - \gamma_r h_r = P_B$$

$$P_A - P_B = \gamma_s L_r \sin \theta + \gamma_r h_r - \gamma_s h_s$$

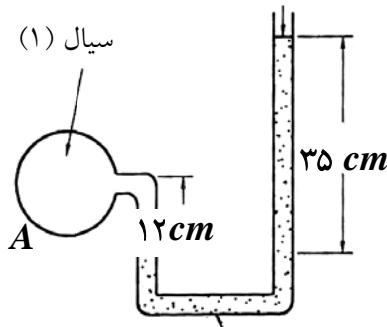
$$P_A - P_B = 1/1 \times 1000 \times 9/81 \times (0/2)(\sin 30^\circ) + 1000 \times 9/81 \times 0/1 - 13/6 \times$$

$$1000 \times 9/81 \times 0/2 = Pa$$

**مثال ۲-۸:** سیال شماره (۱) دارای وزن مخصوص  $\frac{kN}{m^3}$  ۸/۶۲ و سیال شماره (۲)

دارای وزن مخصوص  $\frac{kN}{m^3}$  ۱۵/۵۷ است. فشار مطلق در نقطه A را به دست آورید. فشار اتمسفر را  $101/5$  کیلو پاسکال در نظر بگیرید.

فشار اتمسفر



(۲) سیال

شکل ۱۶-۲

$$P_A + 0/12 \times 8/62 - 0/35 \times 15/57 = 101/15$$

$$P_A = 105/9 kpa$$

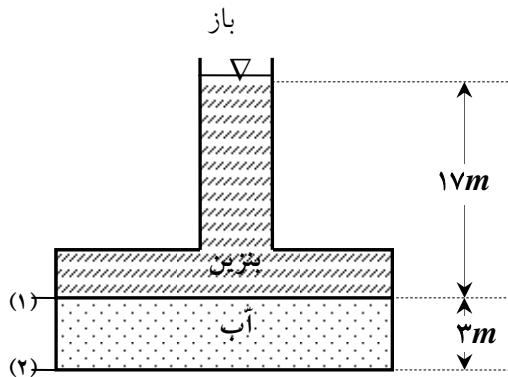
دقت کنید چون در این مسئله به جای فشار نسبی از فشار مطلق استفاده می‌کنیم،

طرف راست معادله (۱) به جای صفر مساوی  $101/5$  کیلو پاسکال در نظر بگیرید.

**مثال ۲-۹:** در مخزن زیراگر برای بنزین  $SG = 0/68$  باشد، مطلوب است

الف) فشار در سطح مشترک آب و بنزین؟

ب) فشار در ته مخزن؟



شکل ۱۷-۲

حل:

(الف) نظر به اینکه سیال ساکن است، توزیع فشار هیدرولاستاتیک است و می‌توان فشار را از معادله زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} P_1 &= \gamma_B h + P_0 \\ P_1 &= SG_B \gamma_{H_2O} h + P_0 \\ &= 0.68 (1000 \times 9.81) \times 17 + 0 = 113404 \text{ Pa} \end{aligned}$$

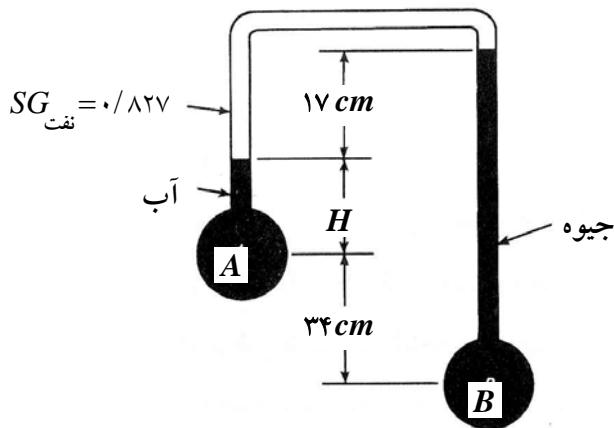
اگر فشار بر حسب فشار اتمسفر (فشار نسبی) اندازه گیری شود، پس  $P_0 = 0$  بنابراین داریم:

$$P_1 = 113404 \text{ Pa} \cong 113 kPa$$

(ب) برای پیدا کردن فشار در ته مخزن، می‌توانیم از معادله زیر استفاده کنیم.

$$p_2 = \gamma_{H_2O} h_{H_2O} + p_1 = (9810)(3) + 113404 = 142834 \text{ Pa}$$

مثال ۱۰-۲: در شکل زیر با فرض  $P_B - P_A = 97/4 kPa$ ، ارتفاع H بر حسب سانتی متر چقدر باید باشد؟

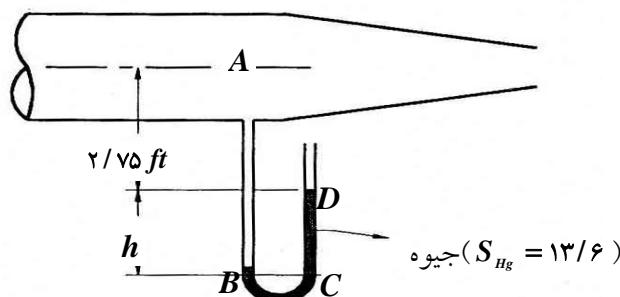


شکل ۱۸-۲

حل: از نقطه A شروع می‌کنیم در جهت بالا علامت فشار ( $\gamma h$ ) منفی و در جهت پایین علامت فشار را مثبت در نظر می‌گیریم تا به نقطه B برسیم، یعنی:

$$P_A - 9.81 \left( \frac{kN}{m^3} \right) \times \left( \frac{H}{100} m \right) - \left[ 9.81 \times 0.827 \times 9.81 \left( \frac{kN}{m^3} \right) \right] \times \frac{17}{100} m + 13 \times 9.81 \left( \frac{kN}{m^3} \right) \left[ \frac{34+17}{100} m \right] \\ 1.027 H + 66 / 53 = P_B - P_A = 97 / 4 \Rightarrow H = 25\text{ cm}$$

مثال ۱۱-۲: نفت با وزن مخصوص نسبی ( $SG = 0.75$ ) در یک نازل جریان دارد. هرگاه فشار در نقطه (A)  $20\text{ Psi}$  باشد، مقدار ارتفاع  $h$  را به دست آورید؟



شکل ۱۹-۲

حل: نقطه A را بعنوان نقطه شروع در نظر می‌گیریم و بطرف پایین در مانومتر

حرکت می‌کنیم تا به نقطه C برسیم.

پس می‌توان نوشت:

$$\gamma_{Hg} = SG_{Hg} \cdot \gamma_{\text{آب}} \quad \text{و} \quad \gamma_{\text{آب}} = 62/4$$

$$\gamma_{\text{نفت}} = SG_{\text{نفت}} \times \gamma_{\text{آب}}$$

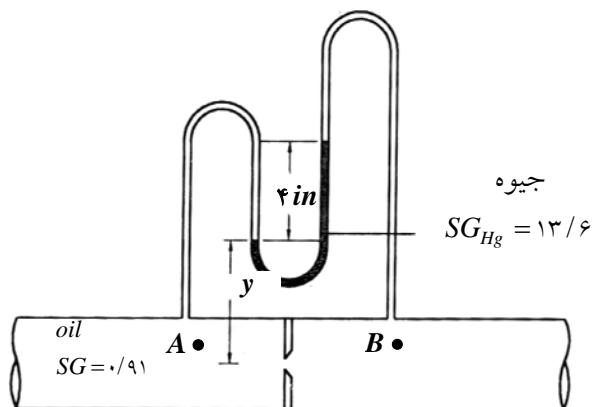
$$P_A + (2/75 + h) \gamma_{\text{نفت}} - h \times \gamma_{\text{جیوه}} = 0$$

$$20 \times 144 + (2/75 + h) \times 0/75 \times 62/4 - h \times 13/6 \times 62/4 = 0$$

$$h = 3/75 \text{ ft}$$

مثال ۱۲-۲: یک مانومتر تفاضلی مطابق شکل به لوله متصل است. اختلاف فشار

بین نقاط A و B را به دست آورید ( $SG = 0/91$ )



شکل ۲۰-۲

حل: برای حل این مسئله از نقطه A شروع کرده و در امتداد مانومتر حرکت می‌کنیم تا نقطه B برسیم. فراموش نکنید در حرکت به سمت بالا علامت (-) و به سمت پایین علامت (+) است. همچنین هر دو ساقه مانومتر که دارای ارتفاع و سیال یکسان هستند در محاسبات حذف می‌شوند.

$$P_A - \gamma_{oil}y - \gamma_{oil} \times \frac{4}{12} + \gamma_{Hg} \times \left( \frac{4}{12} + y \right) = P_B$$

$$P_A - 0.91 \times 62 / 4 \times y - 13 / 6 \times 62 / 4 \times \frac{4}{12} + 0.91 \times 62 / 4 \times \left( \frac{4}{12} + y \right) = P_B$$

$$P_A - P_B = 264 / 16 \frac{lb}{ft^2}$$

تقسیم بر ۱۲ برای تبدیل اینچ به فوت است. دقت کنید دلیل اختلاف فشار بین دو نقطه A و B با وجود آنکه در امتداد یک سطح افقی قرار دارند، وجود مانع بین آنهاست.

## ۹-۲ نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطوح

نیروی وارد بر سطوح را در دو بخش بررسی می‌کنیم:

الف) نیروی فشار وارد بر سطوح تحت یا مسطح

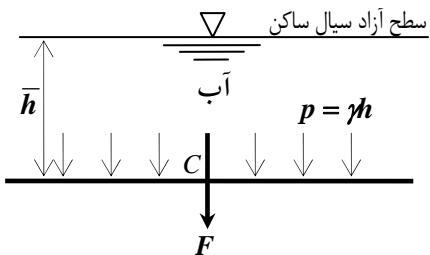
ب) نیروی فشار وارد بر سطوح منحنی

## ۱۰-۲ نیروی فشار وارد بر سطوح تحت یا مسطح

در ابتدا نیروی فشار وارد بر سطوح تحت را در سه حالت ۱- سطوح افقی ۲- سطوح شیبدار و ۳- سطوح قائم بررسی می‌کنیم.

### ۱. حالتی که صفحه افقی باشد

فشار در نقاط مختلف یک صفحه افقی، یکسان می‌باشد و برای به دست آوردن برایند نیروکافی است این فشار ثابت را در مساحت صفحه ضرب کنیم. بدیهی است که در این حالت نیروی F در نقطه C مرکز ثقل سطح مورد نظر اثر خواهد کرد.



شکل ۲۱-۲ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح افقی

بنابراین در سطوح افقی، نیروی اعمال شده  $F$  از طرف یک سیال بر سطح مسطح، برابر با حاصلضرب وزن مخصوص سیال ( $\gamma$ ) در فاصله مرکز تقل صفحه تا سطح آزاد سیال ( $\bar{h}$ ) و مساحت سطح ( $A$ ) می‌باشد. به عبارت دیگر:

$$F = PA = \gamma \bar{h} A \quad (16-2)$$

در این رابطه  $\gamma$  وزن مخصوص ثابت سیال،  $A$  مساحت صفحه و  $\bar{h}$  عمق آن از سطح آزاد سیال می‌باشد. اصولاً در تعیین نیروهای هیدرولاستاتیک وارد بر سطوح، دو متغیر حائز اهمیت است؛ یکی مقدار نیروی هیدرولاستاتیک وارد بر سطوح، دویگری نقطه اثر آن نیرو که آن را مرکز فشار<sup>۱</sup> می‌نامند. نقطه اثر نیروی وارد بر یک صفحه افقی (مرکز فشار)، بر مرکز هندسی آن منطبق است.

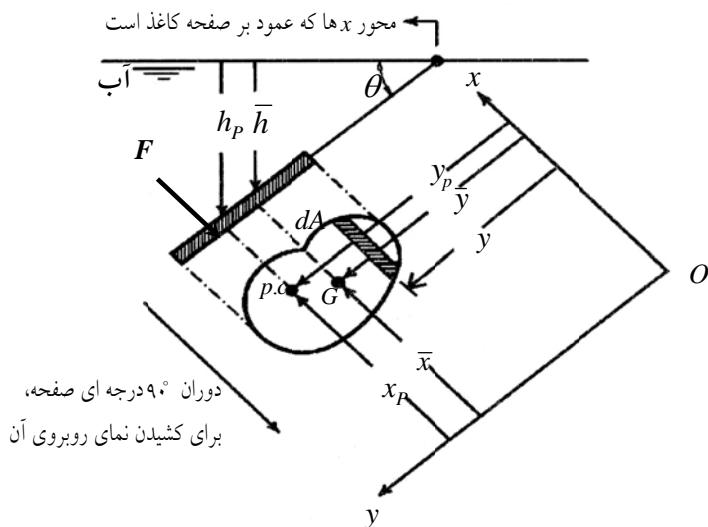
## ۲. حالتی که صفحه شبیدار(مايل) باشد(حالت کلی)

مطابق شکل (۲۲-۲) صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با زاویه  $\theta$  بصورت شبیدار در درون سیالی با وزن مخصوص  $\gamma$  قرار گرفته است. با انتخاب محورهای مختصات مطابق شکل می‌توان نشان داد که نیروی هیدرولاستاتیک وارد براین صفحه مسطح مایل که در مرکز فشار  $p.c$  آن وارد می‌شود، برابر است با مساحت صفحه ضربدر فشار در مرکز سطح صفحه.

$$F = P_G A = \gamma \bar{h} A = \gamma \bar{y} \sin \theta A \quad (17-2)$$

در رابطه فوق  $A$  مساحت سطح؛  $\bar{h}$  فاصله مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع

است و  $P_G$  فشار در مرکز سطح صفحه می‌باشد.



شکل ۲۲-۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطح مسطح مایل غوطه وردرسیال

برآیند نیروی  $F$  از نقطه‌ای به مختصات  $(x_p, y_p)$  عبور می‌کند. این نقطه را مرکز فشار  $p.c$  می‌گویند. مرکز فشار یک صفحه شبیدار (مانند شکل ۲۲-۲) بر خلاف یک صفحه افقی در مرکز ثقل آن نمی‌باشد. بنابراین مرکز فشار در سطوح مایل همواره در زیر مرکز ثقل قرار دارد. موقعیت مرکز فشار را می‌توان از روابط زیر به دست آورد:

$$x_p = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}} \quad y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \quad (18-2)$$

در روابط فوق  $I_G$  ممان دوم یاممان اینرسی سطح حول محور افقی است که از مرکز سطح می‌گذرد و همواره مثبت می‌باشد،  $\bar{I}_{xy}$  حاصلضرب اینرسی حول محورهای افقی و قائم گذرنده از مرکز سطح است و می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد،  $A$  مساحت صفحه است و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  نیز مختصات مرکز سطح‌اند.

**نکته (۱):** اگر صفحه نسبت به یکی از محورهای گذرنده از مرکز سطح یعنی محور  $x = \bar{x}$  یا محور  $y = \bar{y}$  متقارن باشد، در آن صورت  $\bar{I}_{xy}$  برابر صفر خواهد شد. در این حالت مرکز فشار روی محور  $x = \bar{x}$  قرار می‌گیرد و  $x_p = \bar{x}$  خواهد بود.

در حالت کلی نیز چون  $\bar{I}_{xy}$  هم می‌تواند مثبت باشد و هم منفی، لذا مرکز فشار می‌تواند در هر یک از طرفین محور  $\bar{x} = x$  قرار گیرد، به عبارت دیگر  $x_p$  می‌تواند بزرگتر یا کوچک‌تر از  $\bar{x}$  باشد.

**نکته (۲):**  $I_G$  همواره مثبت است. بنابراین  $\bar{y} - y_p$  همواره مثبت خواهد بود و لذا مرکز فشار همواره زیر مرکز سطح خواهد گرفت.

**نکته (۳):** با توجه به شکل (۲۲-۲) دقیق کنید هنگامی که می‌خواهید مرکز فشار یک سطح شبیدار را محاسبه کنید، هرگز از رابطه  $\frac{I_G}{\bar{h} A} h_p = \bar{h} + \bar{y}$  استفاده نکنید

بلکه از رابطه  $y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A}$  استفاده کنید زیرا در این حالت  $I_G$  برای مساحت شکل واقع بر سطح شبیدار محاسبه می‌شود. بنابراین برای یک سطح شبیدار مستطیلی  $\frac{by^3}{12} = I_G$  می‌باشد. درنتیجه سایر پارامترها نظیر  $\bar{A}$  می‌بایست در راستای سطح شبیدار به کار برده شوند.

**نکته (۴):** در مواردی که سطح مورد نظر، یک محور تقارن قائم داشته باشد، مرکز فشار بر روی محور تقارن دارد و بدین ترتیب، به آسانی می‌توان آن را به کمک موقعیت عمقی، مشخص کرد.

**نکته (۵):** در مواردی که صفحه نامنظم باشد، می‌توان آن را به تعدادی اشکال هندسی تجزیه کرد و سپس با تعیین مرکز فشار این اشکال ساده، موقعیت مرکز فشار کلی را به دست آورد.

### ۳. حالتی که صفحه قائم باشد

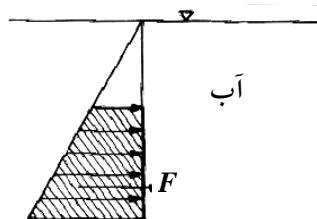
سطوح قائم حالتی خاصی از سطوح شبیدار بوده که در آن  $\theta = 90^\circ$  خواهد بود. لذا تمام روابط به دست آمده در صفحه شبیدار برای صفحه قائم نیز به کار می‌رود.

بنابراین:

$$\bar{h} = \bar{y} \sin 90^\circ \Rightarrow \bar{h} = \bar{y}, \quad F = \gamma \bar{y} A \quad (۱۹-۲)$$

در حالت کلی: اگر تمام سطح صفحه‌ای در داخل سیال ساکنی فرو برده شود، مقدار نیروی برآیند با چرخش صفحه حول محوری که از مرکز ثقل آن می‌گذرد، تغییر

نخواهد کرد.



شکل: ۲۳-۲ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح قائم

نکته: از آنجایی که در محاسبه نیروی هیدرولاستاتیک و تعیین مرکز فشار، دانستن  $I_G$ ,  $\bar{I}_{xy}$  و مختصات مرکز سطح ضروری بنظر می‌رسد، لذا خواص هندسی بعضی از اشکال هندسی مورد بررسی قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{ccc} \text{Rectangular Plate} & \longleftrightarrow & \text{Circular Plate} \\ \begin{array}{c} \text{Area } A = ab \\ \text{Center of Gravity } G \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}) \\ \text{Distance from } G \text{ to } O = \frac{b}{2} \end{array} & & \begin{array}{c} \text{Area } A = \pi R^2 \\ \text{Center of Gravity } G \text{ at } (0, 0) \\ \text{Radius } R \end{array} \\ \begin{array}{l} \bar{I}_{xy} = 0 \\ I_G = \frac{1}{12} ab^3 \end{array} & & \begin{array}{l} \bar{I}_{xy} = 0 \\ I_G = \frac{1}{4} \pi R^4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Hemisphere} & \longleftrightarrow & \text{Right-angled Triangle} \\ \begin{array}{c} \text{Area } A = \frac{1}{2} \pi R^2 \\ \text{Center of Gravity } G \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}) \\ \text{Distance from } G \text{ to } O = \frac{\pi R}{4} \end{array} & & \begin{array}{c} \text{Area } A = \frac{1}{2} ab \\ \text{Center of Gravity } G \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}) \\ \text{Distance from } G \text{ to } O = \frac{b+d}{3} \end{array} \\ \begin{array}{l} \bar{I}_{xy} = 0.5488 R^4 \\ I_G = 0.1647 R^4 \end{array} & & \begin{array}{l} \bar{I}_{xy} = \frac{1}{12} ba^2(b-d) \\ I_G = \frac{1}{36} ba^2 \end{array} \end{array}$$

شکل ۲۴-۲ ویژگی‌های هندسی بعضی از اشکال

مثال ۲۵-۲: موقعیت مرکز فشار صفحه مستطیلی شکلی را که درون مایع قرار گرفته است تعیین کنید. ضلع  $b$  مستطیل موازی صفحه کاغذ است. (شکل ۲۵-۳).

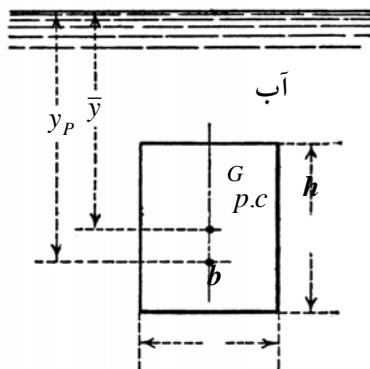
حل: به طوری که دیدیم، موقعیت عمقی مرکز فشار از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}}$$

با توجه به آنکه ممان (گشتاور) اینرسی مستطیل نسبت به محوری که از مرکز ثقل

آن می‌گذرد برابر  $\frac{bh^3}{12}$  است لذا خواهیم داشت:

$$y_p - \bar{y} = \frac{I_G}{A\bar{y}}$$



شکل ۲۵-۲

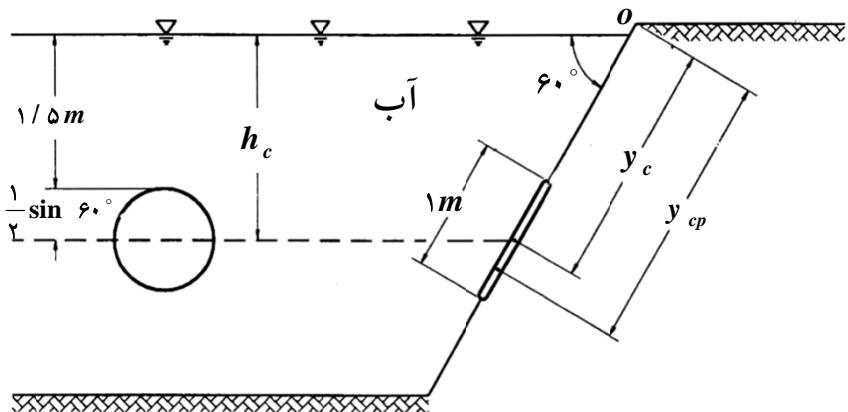
در حالت خاصی که مستطیل قائم و ضلع بالایی آن بر سطح آب منطبق باشد، رابطه به شکل ساده زیر درخواهد آمد:

$$y_p - \bar{y} = \frac{h^3}{12 \times \frac{h}{2}} = \frac{h}{6}$$

یعنی مرکز فشار به اندازه  $\frac{1}{6}$  ارتفاع مستطیل، زیر مرکز ثقل آن قرار دارد.

مثال ۲۵-۳: یک دریچه دایره‌ای به قطر 1m که در یک طرف آن آب قرار دارد در نظر بگیرید. الف) نیروی برآیند وارد بر دریچه را حساب کنید؟

ب) موقعیت مرکز فشار روی دریچه را به دست آورید؟



شکل ۳۳-۲

حل: (الف)

$$\bar{h} = 1/5(m) + \frac{1}{2}\sin 60^\circ (m) = 1/933m$$

$$A = \frac{\pi(1)^r}{4} = 0.785 m^2$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 9810(N/m^2) \times 1/933(m) \times 0.7854(m^2) = 1486N$$

(ب)

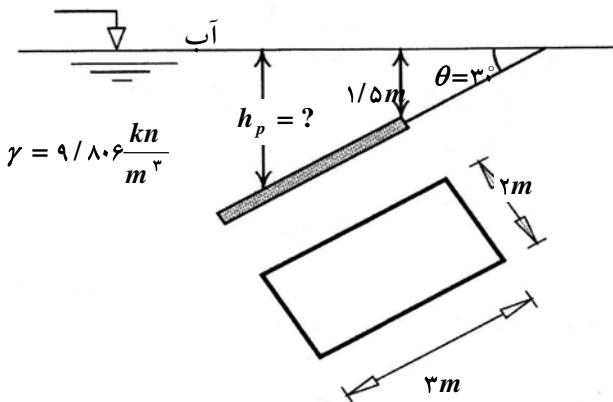
فاصله مرکز ثقل دایره در امتداد سطح شیب دار تا نقطه O برابر است با:

$$\bar{y} = \frac{h}{\sin 60^\circ} + \frac{D}{2} = \frac{1/5}{\sin 60^\circ} + \frac{1}{2} = 2/232$$

بنابراین :

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A} = 2/232 + \frac{64}{2/232 \times 0.854} = 2/260m$$

مثال ۱۵-۲: با توجه به شکل، مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز تعیین فاصله مرکز فشار صفحه مستطیلی تا سطح آزاد مایع ( $h_p$ )؟



شکل-۲

$$\bar{h} = 1/5 + 1/5 \times \sin 30^\circ = 2/25 \text{ m}$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 9.81 \times 2/25 \times 6 = 132/4 \text{ kN}$$

نکته: اگر به جای  $\bar{y}$  مقدار  $\bar{h}$  را در اختیار داشته باشیم آنگاه می‌توانیم فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع ( $h_p$ ) را به صورت زیر محاسبه نماییم:

$$y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \frac{\sin \theta}{\text{ضرب می کنیم}} \rightarrow y_p \sin \theta = \bar{y} \sin \theta + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A\bar{y} \sin \theta}$$

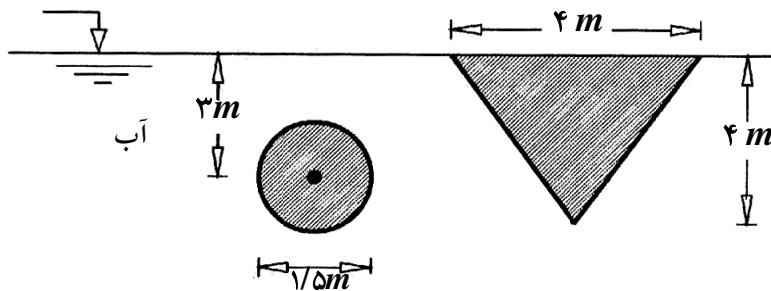
$$\rightarrow h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A\bar{h}} \quad (۲۰-۲)$$

لذا می‌توان نوشت:

$$h_p = 2/25 + \frac{\left(\frac{1}{12} \times 2 \times 3^2\right) \times \sin^2 30^\circ}{6 \times 2/25} = 2/33 \text{ m}$$

مثال ۱۶-۲: برای سطوح قائم نشان داده شده در شکل، نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را محاسبه نمایید.

$$\left( \gamma = 9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right)$$



شکل ۲۸-۲

الف) سطح دایره‌ای شکل:

$$F = \gamma \bar{h} A = 9/806 \times 3 \times \left( \frac{\pi \times 1/5^4}{4} \right) = 52 kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^r \theta}{A \bar{h}} = 3 + \frac{\frac{\pi \times 1/5^4}{4}}{\frac{\pi \times 1/5^4}{4} \times 3} = 3.05 m$$

ب) سطح مثلثی:

$$\bar{h} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

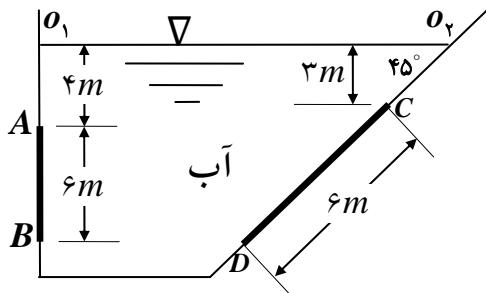
$$F = \gamma \bar{h} A = 9/806 \times \frac{4}{3} \times 8 = 104.6 kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^r \theta}{A \bar{h}} = \frac{4}{3} + \frac{\left( \frac{1}{36} \times 4 \times 4^r \right) \times 1}{8 \times \frac{4}{3}} = 2 m$$

نکته: هر چه صفحه بیشتر در درون سیال پایین رود، به علت افزایش  $\bar{h}$ ، فاصله بین  $h_p$  و  $\bar{h}$  یعنی  $h_p - \bar{h}$  کمتر خواهد شد به طوریکه در اعمق بیشتر خواهد شد. لذا می‌توان گفت:

$$\lim_{h_p \rightarrow \infty} h_p = \bar{h} \quad (21-2)$$

مثال ۱۷-۲: برآیند نیروهای فشاری را که از طرف آب بر دو صفحه مستطیل شکل AB به ابعاد  $3 \times 6$  متر که به حالت قائم و دیگری صفحه مثلث شکل CD به قاعده ۴m و ارتفاع ۶m که به طور مایل در آب قرار گرفته است را محاسبه کنید؟ (شکل ۲۹-۲).



شکل ۲۹-۲

الف) برای صفحه مستطیلی شکل:

حل: چون جرم مخصوص آب  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  است لذا داریم:

$$F = \gamma \bar{h} A = (1000) \times 9.81 \times (4+3) \times (6 \times 3) = 1236060 \text{ N}$$

موقعیت مرکز فشار به شرح زیر است:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = v + \frac{\frac{3 \times 6^3}{12}}{v \times (3 \times 6)} = v / 43 \text{ m}$$

ب) برای صفحه مثلثی شکل:

$$\bar{h} = 3 + \frac{2}{3} \times \sin 45^\circ \times 6 = 5 / 82$$

$$F = \gamma \bar{h} A = (1000) \times 9.81 \times \left( 3 + \frac{2}{3} \times \sin 45^\circ \times 6 \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right) = 686122 / 44 \text{ N}$$

همچنین موقعیت مرکز فشار به شرح زیر است:

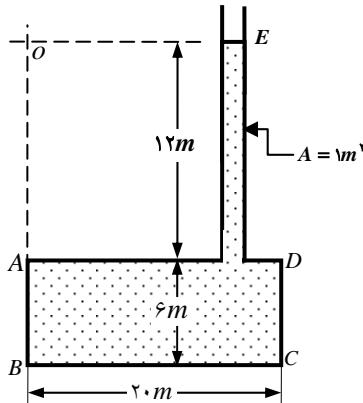
$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = \left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) + \frac{\frac{4 \times 6^3}{36}}{\left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right)} + \left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) = 8/48 m$$

مثال ۱۸-۲: سطح آب در لوله‌ای که متصل به مخزن ABCD است، در نقطه E

قرار دارد (شکل ۳۰-۲).

الف: میزان و موقعیت برآیند نیروهای فشاری موثر بر سطح AB را که عرض آن برابر ۸ متر است، محاسبه کنید؟

ب: برآیند نیروهای موثر بر کف مخزن را محاسبه کنید؟



شکل ۳۰-۲

حل: الف) عمق مرکز ثقل سطح AB نسبت به سطح آزاد آب در نقطه E برابر ۱۵ متر است. بنابراین:

$$F = \gamma \bar{h} A = 1000 \times 9/81 (12+3)(6 \times 8) = 7063200 N$$

$$y_p = \frac{\frac{8 \times 6^3}{12}}{15(6 \times 8)} + 15 = 15/20 m \quad \text{نسبت به نقطه } o$$

ب) نیروی فشاری موثر بر سطح BC یکنواخت و مقدار آن به شرح زیر است:

$$F = PA = \gamma \bar{h} A = 1000 \times 9/81 \times 18 \times (20 \times 8) = 28252800 N$$

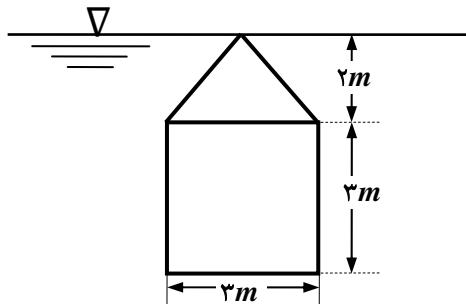
**مثال ۳۱-۲:** برآیند نیروهای فشاری موثر بر شکل (۳۱-۲) را محاسبه و موقعیت مرکز فشار آن را تعیین کنید؟

**حل:** نیروی وارد بر سطح مثلث به شرح زیر است:

$$F_1 = \gamma \bar{h}_1 \times A_1 = 1000 \times 9 / 81 \times \left( \frac{2}{3} \times 2 \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \right) = 39240 N$$

مرکز فشار مربوط به مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$y_{p_1} = \bar{y}_1 + \frac{I_{G_1}}{A_1 \bar{y}_1} = \left( 2 \times \frac{2}{3} \right) + \frac{\frac{1}{36} \times 3 \times 2^3}{\frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times \left( \frac{2}{3} \times 2 \right)} = 1/5 m$$



شکل ۳۱-۲

نیروی وارد بر مربع و موقعیت مرکز فشار آن نیز به ترتیب به شرح زیر است:

$$F_2 = \gamma \times \bar{h}_2 \times A_2 = 1000 \times 9 / 81 \times \left( \frac{1}{2} \times 3 + 2 \right) \times 3^2 = 309015 N$$

$$y_{p_2} = \bar{y}_2 + \frac{I_{G_2}}{A_2 \bar{y}_2} = 3/5 + \frac{\frac{3^4}{12}}{3^2 \times 3/5} = 3/714 m$$

نیروی کلی موثر بر جسم، برابر مجموع نیروهای موثر بر مثلث و مربع است،

يعنى:

$$F = F_1 + F_2 = 39240 + 309015 = 348255 N$$

برای پیدا کردن مرکز فشار کلی شکل، می‌توان از قانون لنگرها استفاده کرد. به عبارت دیگر لنگر برآیند دو نیرو نسبت به یک نقطه، مساوی مجموع لنگرهای مولفه‌های آن نیرو نسبت به آن نقطه است یعنی:

$$Fy_P = F_y y_R + F_y y_P$$

$$348255 \times y_P = 39240 \times 1/5 + 309015 \times 3/714$$

$$y_P = 3/47 \text{ m}$$

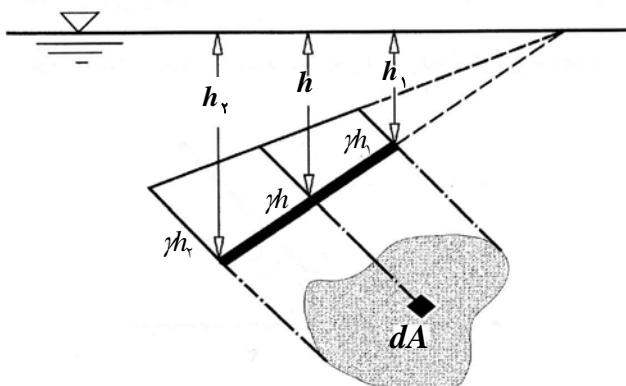
**۱۱-۲ تعیین مقدار نیروی برآیند و خط اثر آن با استفاده از روش منشور فشار**  
 یک روش دیگر برای تعیین نیروی وارد بر مسطح شیبدار و خط اثر آن، استفاده از منشور فشار است. در این روش نیروی هیدرولاستاتیکی وارد بر مسطح، معادل با حجم منشوری است که قاعده آن سطح مورد نظر وارتفاع آن فشار هر نقطه یعنی  $p = \gamma h$  باشد. بنابراین نیروی  $F$  با استفاده از روش منشور فشار برابر است با:

$$F = \gamma h A = \nabla \quad (21-2)$$

نیروی برآیند وارد به یک صفحه مسطح و  $\nabla$  حجم منشور فشار معادله فوق نشان می‌دهد که نیروی برآیند وارد به یک صفحه مسطح برابر است با حجم منشور فشار.

در روش منشور فشار مختصات مرکز فشار به صورت زیر به دست می‌آید:

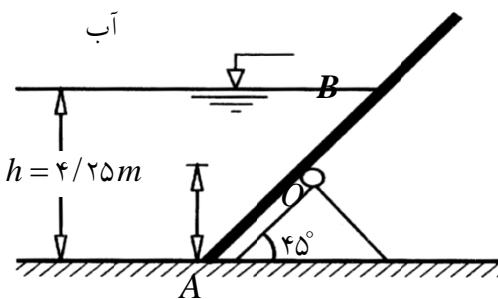
$$x_P = \frac{1}{V} \int x dA \quad , \quad y_P = \frac{1}{V} \int y dA \quad (22-2)$$



شکل ۳۲-۲

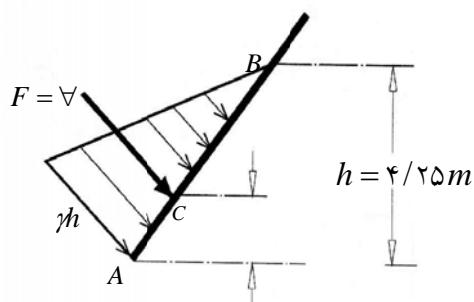
به عنوان مثال، برای سطح مستطیلی که یک لبه آن به فشار اتمسفری راه دارد، منشور فشار به شکل گوهای است که مرکز ثقل آن به به فاصله  $\frac{1}{3}$  از قاعده قرار گرفته است. بنابراین نیروی وارده بر صفحه برابر با حجم گوه و مرکز فشار نیز در فاصله  $\frac{1}{3}$  از پایین ترین لبه قرار دارد.

**مثال ۲۰-۲:** یک دریچه شیب دار مطابق شکل حول نقطه لولا شده و آب در پشت آن ذخیره شده است. نیروی برایندهیدرواستاتیکی وارد بر دریچه و محل اثر آن را تعیین کنید.



شکل ۲۳-۲

با رسم منشور فشار برای دریچه AB خواهیم داشت: ( $\forall$  = حجم منشور فشار)



محل اعمال نیروی برایند نسبت به پایین دریچه

$$AB = \frac{h}{\sin 45^\circ}, \quad AB = \frac{4/25}{\sin 45^\circ} = 6m, \quad AC = \frac{1}{3} (AB) \Rightarrow AC = 2m$$

نیروی برآیند وارد برو واحد عرض دریچه:

$$F = \forall = \frac{\gamma h(AB)}{2} \times t = \frac{1}{2} \times 980.6 \times 4/25 \times 6 \times 1 = 1250.26/5 N$$

## ۱۲-۲ نیروی هیدرولاستاتیک وارد بر سطوح منحنی

نیروی برآیند روی یک سطح منحنی، هنگامی که در داخل یک مایع قرار گرفته است، نمی‌تواند به آسانی نیروی برآیند روی یک سطح صاف محاسبه شود.

برای تعیین نیروهای هیدرولاستاتیک وارد بر سطوح منحنی (خمیده) در یک سیال مولفه‌های افقی و قائم این نیرو را محاسبه می‌کنیم.

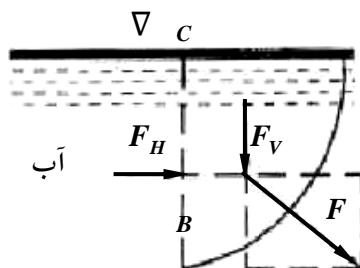
مولفه افقی: مولفه افقی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با نیروی وارد بر تصویر سطح منحنی شکل در صفحه عمودی. شکل (۳۴-۲)

$$F_H = P_c A = \gamma \bar{h} A \quad (23-2)$$

مولفه قائم (عمودی): مولفه عمودی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با وزن سیال بالای سطوح منحنی شکل تا سطح آزاد. شکل (۳۴-۲)

$$F_V = \gamma \nabla \quad (24-2)$$

( $\bar{h}$ ) فاصله عمودی مرکز سطح از سطح تصویرشده تا سطح آزاد سیال و  $A$  مساحت این سطح است.



شکل ۳۴-۲ نیروی وارد بر سطوح منحنی

برایند نیروی افقی و عمودی (کل) و زاویه نیروی برآیند با سطح افق به صورت زیر

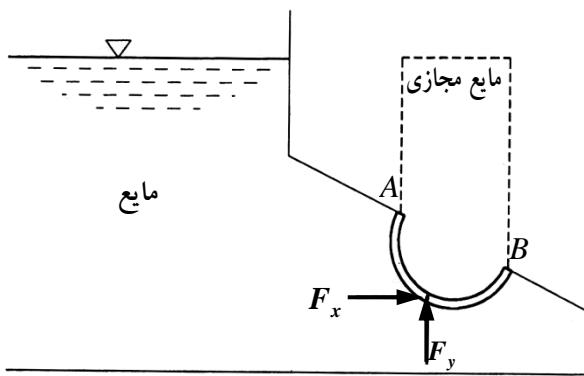
تعیین می‌گردد:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad (25-2)$$

$$\tan \alpha = \frac{F_V}{F_H} \quad (26-2)$$

مرکز فشار مربوط به نیروی افقی با استفاده از تصویر عمودی این سطح به دست می‌آید و برای تعیین مرکز فشار نیروی عمودی، مرکز حجم سیال بالای سطح را تعیین می‌کنیم.

**نکته ۱:** هرگاه مایع در زیر یک سطح منحنی مطابق شکل (۳۵-۲) قرار گیرد، مؤلفه قائم نیروی برآیند بطرف بالا وارد خواهد شد. مقدار این نیرو می‌تواند با استفاده از یک حجم مجازی مایع محاسبه می‌شود. برای این منظور از نقاط A و B در ابتداء و انتهای منحنی، خطوط عمودی رسم می‌کنیم تا خط افقی در امتداد سطح آب را قطع کند (شکل ۲۵-۲). شکل حاصل شامل یک نیم‌دایره، یک مثلث و یک مستطیل می‌باشد. هرگاه مجموع مساحت‌های اشکال فوق را در عرض آنها که عمود بر صفحه کاغذ است ضرب کنیم حجم مجازی مایع روی سطح منحنی به دست می‌آید که با ضرب آن در وزن مخصوص مایع مؤلفه نیروی قائم محاسبه می‌شود.



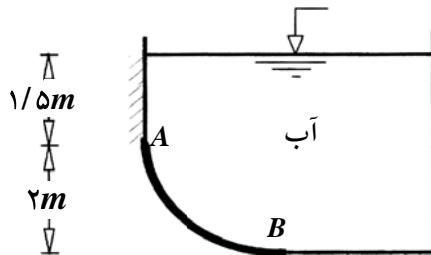
شکل ۲۵-۲

**مثال ۲۱-۲:** سطح منحنی AB به شکل ربع دایره و به عرض واحد، مطابق شکل

زیر مفروض است. مطلوبست تعیین:

الف) نیروی وارد بر سطح AB برحسب kgf

ب) امتداد خط اثر نیروی وارد بر AB



شکل ۳۶-۲

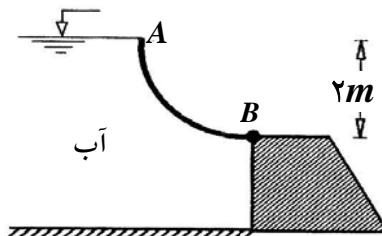
$$F_H = \gamma \bar{h} A = (1000) \times (1/5 + 1) \times (2 \times 1) = 5000 \text{ kgf}$$

$$F_V = \gamma V = (1000) \times \left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \times 1 + 1/5 \times 2 \times 1 \right) = 6140 \text{ kgf}$$

$$F = \sqrt{5000^2 + 6140^2} = 7918/5 \text{ kgf}$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_V}{F_H} = \frac{6140}{5000} = 1.23 \rightarrow \theta = 50.9^\circ$$

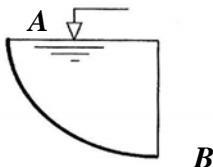
**مثال ۲۲-۲:** دریچه AB باشکل ربع دایره و عرض واحد، در شکل زیر نشان داده شده است. مقدار و امتداد نیروی کل وارد بر آن را محاسبه نمایید؟



شکل ۳۷-۲

$$F_x = F_H = \gamma \bar{h} A = (9810) \times (1) \times (2 \times 1) = 19620 \text{ N}$$

چون آب در زیر دریچه AB قرار گرفته است لذا برای محاسبه مولفه قائم نیروی هیدرولاستاتیک از روش سیال مجازی استفاده می‌کنیم. در این حالت خواهیم داشت:



$$F_y = F_v = \gamma \times \left( \frac{\pi \times r^2}{4} \right) \times 1 = 30 / 8 kN \uparrow$$

و در نهایت نیروی کل وارد بر دریچه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F = \sqrt{19 / 6 + 30 / 8} = 36 / 5$$

برای محاسبه امتداد نیروی برآیند نیز می‌توان نوشت:

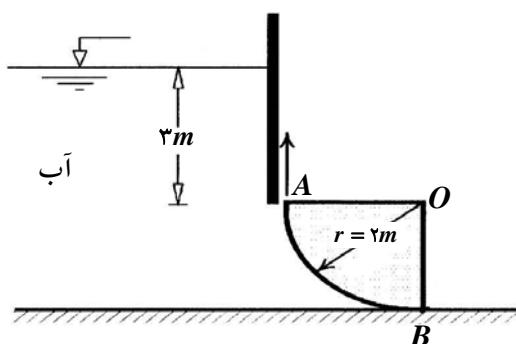
$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_v}{F_H} = \frac{30 / 8}{19 / 6} = 1 / 5.7 \rightarrow \theta = 57 / 5^\circ$$

**مثال ۲۳-۲:** در شکل زیریک دریچه قطاعی ( بصورت ربع دایره ) به عرض ۲ متر نشان داده شده است.

الف) مولفه افقی نیروی وارد به دریچه و خط اثر آن را تعیین کنید؟

ب) مولفه قائم نیرو و خط اثر آنرا تعیین کنید؟

ج) نیروی لازم برای بازکردن دریچه F، را به دست آورید؟ از وزن دریچه صرفنظر کنید.



شکل ۲۹-۲

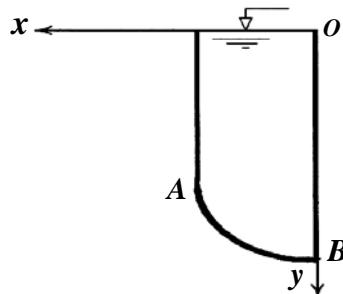
$$F_H = \gamma \bar{h} A = (9/806) \times (3+1) \times (2 \times 2) = 156/9 kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{Ah} = 4 + \frac{\left(\frac{2^4}{12}\right)}{4 \times 4} = 4/0.83 m$$

ب) در این حالت، مایع در زیر دریچه قرار گرفته است. بنابراین با استفاده از روش سیال مجازی خواهیم داشت:

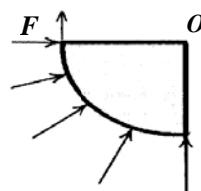
$$F_V = \gamma V = (9/806) \times \left( 3 \times 2 \times 2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2 \right) = 179/25 kN$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i V_i}{V} = \frac{(1) \times (3 \times 2 \times 2) + \left(\frac{4 \times 2}{3\pi}\right) \times \left(\frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2\right)}{3 \times 2 \times 2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2} = 0.95 m$$



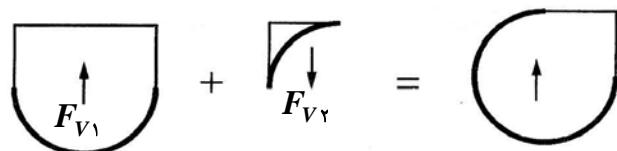
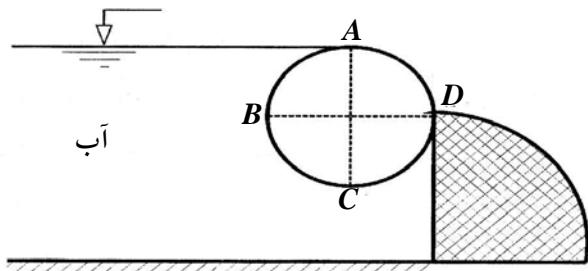
ج) با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و نوشتן رابطه تعادل لنگرهای حول نقطه  $O$  به دست می‌آید:

$$\sum M_O = \cdot \rightarrow F \times r = \cdot \rightarrow F = \cdot$$



مثال ۲۴-۲: سیلندری مطابق شکل زیر، آب را درون یک مخزن نگه می‌دارد.

چنانچه تماس بین سیلندر و دیواره بدون اصطکاک باشد، طول سیلندر را واحد در نظر گرفته و وزن آنرا محاسبه نمایید. در این حالت، نیروی وارد بر دیواره چقدر است؟ شعاع سیلندر ۲ متر است.



شکل ۴۰-۲

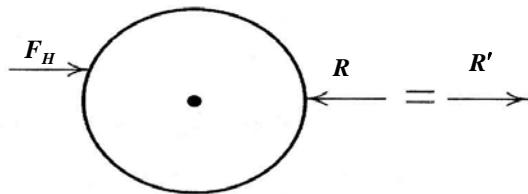
$$F_V = \gamma V = 9.81 \times \left[ \left( \frac{3}{4} \right) \times \pi \times 2^2 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 \right] = 131.6 kN$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_V = 131.6 N$$

نیروهای افقی وارد بر سطوح BC و DC مساوی و مختلف الجهتند، لذا یکدیگر را خنثی می‌کنند. در این حالت نیروی افقی تنها بر قسمت AB مؤثرخواهد بود که می‌توان نوشت:

$$F_H = \gamma \bar{h} A = (9.81 \times 1) \times (2 \times 1) = 19.6 kN$$

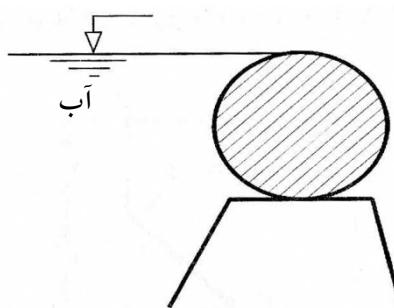
با رسم دیاگرام آزاد سیلندر خواهیم داشت:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_H = R \rightarrow R' = R = F_H = 19/6 kN$$

نکته: اگر سطح منحنی قسمتی از محیط یک دایره باشد، در آنصورت جزء نیروهای عمودی فشار، همگی از مرکز دایره عبور خواهند کرد. در این حالت، گشتاور برآیند نیروهای هیدرولاستاتیک واردہ بر سطح مذکور حول مرکز دایره، برابر صفر خواهد بود.

**مثال ۲۵-۲:** نیروی وارد بر دریچه استوانه‌ای شکل زیر را به‌دست آورید. طول دریچه ۸ متر و قطر آن ۴ متر می‌باشد.



شکل ۳۸-۲

$$F_H = \gamma \bar{h} A = (9/806) \times (2) \times (8 \times 4) = 627/6 kN$$

برای به‌دست آوردن مولفه قائم نیرو، کافی است تا وزن سیال درون نیم دایره را محاسبه نماییم:



$$F_V = \gamma V = 9/806 \times (2) \times \left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \times 8 \right) = 492/v kN$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$F = \sqrt{627/6^2 + 492/7^2} = 798 \text{ kN}$$

### ۱۳-۲ نیروی شناوری<sup>۱</sup> یا نیروی ارشمیدس و مرکز اثر آن

یک جسم شناور یا غوطه‌ور در سیال به وسیله نیرویی به سمت بالا رانده می‌شود این نیرو برابر وزن سیالی است که در حجم جابه جا شده توسط جسم قرار می‌گیرد که این نیرو همان نیروی شناوری است. به عبارت دیگر نیروی شناوری عبارت است از برآیند نیروهای وارد از طرف یک سیال ساکن بر جسمی که در آن شناور یا غوطه ور باشد. نیروی شناوری همواره قائم و به سمت بالا و از مرکز حجم جا به جا شده می‌گذارد، در حالی که نیروی وزن جسم به مرکز جرم آن و به سمت پایین وارد می‌شود.

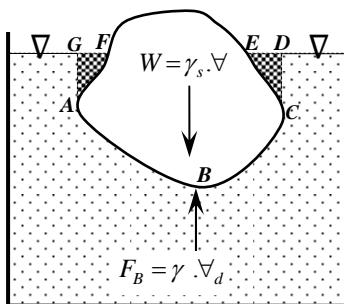
هرگاه جسمی به وزن مخصوص  $\gamma$  در داخل سیالی با وزن مخصوص  $\gamma'$  قرار گیرد سه حالت ممکن است رخ دهد. ممکن است در سیال مورد نظر، شناور یا غوطه ور شود و یا با حرکت بسمت کف ظرف، در آن ته نشین گردد.

### ۱۳-۱ حالت شناوری

چنانچه قسمتی از جسم جامد، درون مایع شناور باشد و مابقی خارج از آن قرار گیرد، گوییم در مایع شناور است. در حالت شناوری اجسام تحت تاثیر دو نیرو قرار می‌گیرند که عبارتند از:

الف) نیروی وزن که در راستای قائم ورو به پائین بر مرکز نقل جسم شناور وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$W = \gamma_s \cdot \nabla \quad (27-2)$$



شکل ۴۱-۲

در رابطه فوق  $\gamma_s$  وزن مخصوص جسم شناور و  $\nabla$  حجم جسم شناور می باشند.  
ب) نیروی هیدرولاستاتیک که خود دارای دو مولفه افقی و یک مولفه قائم است.  
مولفه های افقی نیروی هیدرولاستاتیک در طرف راست و چپ جسم یکسان است یعنی  
 $\sum F_x = 0$  می باشد. مولفه قائم آن نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_V = \gamma \times (\nabla_{GABCD}) - \gamma \times (\nabla_{GAF} + \nabla_{DCE}) = \gamma \times \nabla_{EFABC}$$

$\nabla_{EFABC}$  حجم مایع جابجا شده توسط جسم شناور می باشد. حال اگر حجم مذکور را با  $\nabla_d$  نشان دهیم و  $F_B$  را با  $F_V$  جایگزین کنیم، در آن صورت خواهیم داشت:

$$F_B = \gamma \nabla_d \quad (28-2)$$

که  $F_B$  نیروی شناوری و  $\nabla_d$  حجم بخشی از جسم داخل سیال و  $\gamma$  وزن مخصوص سیال است.

نیروی شناوری ( $F_B$ ) طبق رابطه فوق برابر است با، وزن سیال جابه جا شده توسط جسم شناور. جهت نیروی شناوری، بسمت بالا بوده و محل اثر آن بر مرکز ثقل بخشی از جسم که در داخل سیال قرار گرفته است منطبق است.

نکته: وزن سیال جابه جا شده یعنی مقدار سیالی که جسم جای آن را اشغال می کند.

حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم شناور بنویسیم، خواهیم

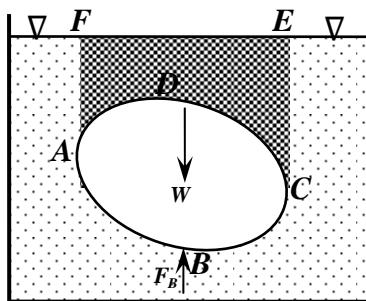
داشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B \rightarrow \gamma_s \cdot \nabla = \gamma \cdot \nabla_d \rightarrow \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\nabla_d}{\nabla} < 1 \rightarrow \gamma_s < \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با کوچکتر بودن وزن مخصوص جسم جامد از وزن مخصوص سیال ساکن، این جسم در سیال شناور می‌شود.

### ۲-۱۳-۲ حالت غوطه‌وری

اگر تمام جسم جامد درون مایع قرار گیرد، گوییم جسم در مایع غوطه ور است. در این حالت  $\nabla_d = \nabla$  است و نیروی شناوری بیشترین مقدار خود را دارد. در حالت غوطه‌وری محل اثر نیروی شناوری بر مرکز ثقل حجم سیال جابه جاشه منطق است.



شکل ۴۲-۲

حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم غوطه ور بنویسیم، خواهیم

داشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B \rightarrow \gamma_s \cdot \nabla = \gamma_f \cdot \nabla \rightarrow \gamma_s = \gamma$$

یعنی در شرایطی که وزن مخصوص جسم جامد و سیال ساکن با هم برابر است، جسم در سیال غوطه ور خواهد شد.

### ۲-۱۳-۳ حالت ته نشینی

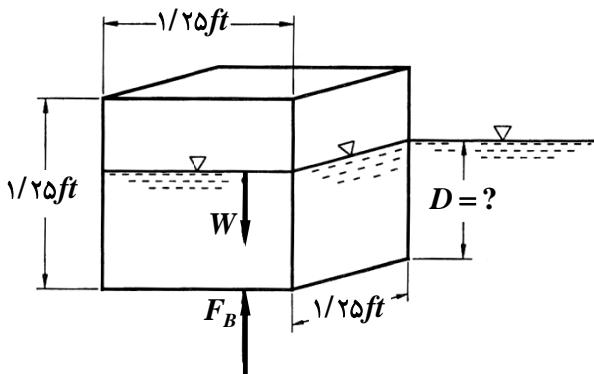
در این حالت جسم جامد پس از قرارگیری در سیال بطرف کف ظرف حرکت می‌کند تا سرانجام با ته نشینی در آن به تعادل برسد.

به هنگام حرکت جسم در سیال و با صرف نظر کردن از نیروی مقاومت سیال در برابر حرکت جسم خواهیم داشت:

$$\sum F_y \neq 0 \rightarrow W > F_B \quad \rightarrow \gamma_s \cdot A > \gamma_s \cdot A \quad \rightarrow \gamma_s > \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با بزرگتر بودن وزن مخصوص جسم ازوزن مخصوص سیال، جسم در سیال ته نشین خواهد شد.

**مثال ۲۶-۲:** یک جسم مکعب شکل به اضلاع  $1/25\text{ft}$  فوت مطابق شکل در آب شناور است. وزن مخصوص نسبی جسم  $0.6$  است. عمق غوطه وری جسم D را به دست آورید؟



شکل ۴۳-۲

حل: طبق اصل ارشمیدس برای یک جسم شناور می‌توان نوشت:  $F_B = W$  که در آن ( $W$ ) وزن جسم مکعب در هوا و  $F_B$  نیروی شناوری است.

$$W = \gamma_{\text{جسم}} \cdot A \cdot h = 0.6 \times 62/4 \times (1/25)^3 = 73/1 \text{ lb}$$

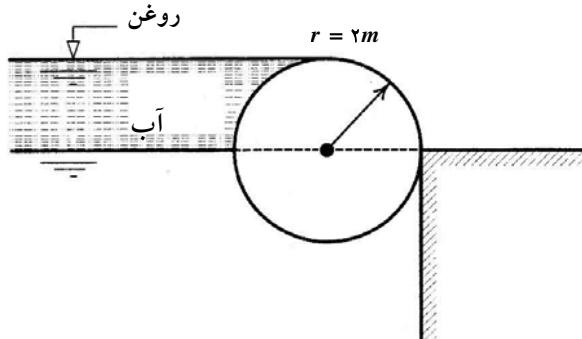
$$F_B = \gamma_{\text{آب}} \cdot A \cdot h = 62/4 \times 1/25 \times 1/25 D = 97/5 D$$

$$73/1 = 97/5 D$$

$$D = 0.75 \text{ ft}$$

**مثال ۲۷-۲:** یک استوانه‌ای مطابق شکل زیر، جلوی آب و روغن را بند آورده است. برای واحد طول آن موارد زیر به دست آورید: ( $SG = 0.8$  روغن) (الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد.

ب) وزن استوانه  
ج) چگالی استوانه



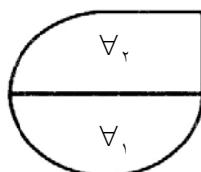
شکل ۴۴-۲

الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد، برابر نیروی عکس العمل دیوار است که با توجه به صفر بودن عکس العمل قائم، برابر عکس العمل افقی خواهد بود. در این حالت می‌نویسیم:

$\sum F_x = 0 \rightarrow R_x = F_H = \gamma h A \rightarrow R_x = 0 / 8 \times 9 / 806 \times 1 \times 2 \times 1 = 15 / \sqrt{kN}$

نیروهای افقی ناشی از فشار آب، در دو طرف استوانه با هم برابرند و یکدیگر را خشی می‌کنند.

(ب)

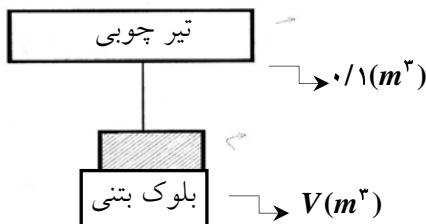
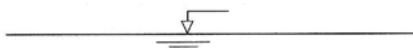


$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B = \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2 \rightarrow$$

$$W = \underbrace{\gamma / 806}_{\gamma_1} \times \left( \underbrace{\pi \times 2^2 \times \frac{1}{2}}_{A_1} \right) + \underbrace{\gamma / 8 \times 9 / 806}_{\gamma_2} \times \left( \underbrace{2 \times 2 + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{4}}_{A_2} \right) = 117 / 6 \left( \frac{kN}{m} \right)$$

$$S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{\frac{117/6}{\pi \times 2^2}}{9/806} = 0.95 \quad \text{(ج) }$$

**مثال ۲۸-۲:** حجم یک تیر چوبی  $1m^3$  و چگالی آن  $0.65$  است. چند کیلوگرم بتن باید به تیر متصل کرد تا هر دو غوطه ور شوند. وزن مخصوص بتن  $\frac{KN}{m^3} 25$  است. با ترسیم وضعیت تیر چوبی پس از اتصال بلوک بتنه به آن خواهیم داشت:



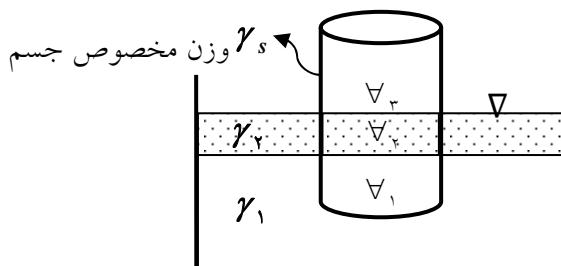
شکل ۴۵-۲

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B = \gamma_W \cdot V \rightarrow 9/806 \times 0.65 \times 1 + 25 \times V = 9/806 \times (1 + 0.65)$$

$$\rightarrow V = 0.226 m^3$$

$$\gamma = \rho g = \left( \frac{m}{V} \right) g \rightarrow m = \frac{25 \times 1.0 \times 0.226}{9/806} = 57.62 kg$$

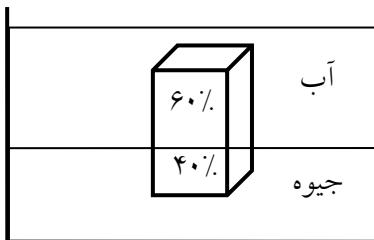
نکته: اگر جسمی مطابق شکل (۴۶-۲)، درون دو سیال غیر محلول قرار گرفته باشد، در این حالت نیروی شناوری را می‌توان بصورت زیر به دست آورد:



شکل ۴۶-۲

$$F_B = \gamma_s \Delta + \gamma_w \Delta_w \quad (29-2)$$

مثال ۲۹-۲: ۴۰٪ حجم یک قطعه فلزی در داخل جیوه و مابقی آن درون آب مستغرق است. وزن مخصوص این قطعه فلزی را به دست آورید. ( $SG_{Hg} = 13/6$ ) با توجه به اینکه وزن مخصوص جیوه از وزن مخصوص آب بیشتر است. لذا نحوه قرارگیری قطعه فلزی، در داخل این دو سیال نامحلول، بصورت زیر خواهد بود:



شکل ۲۹-۲

در این حالت خواهیم داشت:

$$W = F_B = \gamma_s \Delta + \gamma_w \Delta_w \rightarrow \gamma_s \times \Delta = 9/806 \times 0/806 \times 0/4 \Delta$$

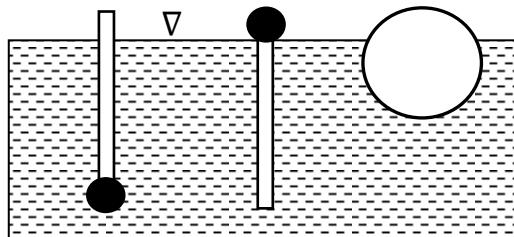
$$\rightarrow \gamma_s = 59/23 \frac{kN}{m^3}$$

## ۱۴-۲ معیار پایداری اجسام غوطه‌ور

اگر با یک تغییر مکان کوچک به جسمی در حالت تعادل، نیروهایی ایجاد شوند که تمایل به برگرداندن جسم به حالت اولیه‌اش را داشته باشند، گوییم که سیستم در تعادل پایدار است. اگر باعث واژگونی جسم شوند، تعادل ناپایدار و اگر جسم در هر حالتی که رها شود، به همان حال باقی بماند تعادل خنثی است. بنای این تعادل یک جسم شناور می‌تواند به سه حالت پایدار، ناپایدار یا خنثی باشد. شکل (۴۷-۲)

۱. اگر مرکز ثقل پایین تر از مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل پایدار دارد.
  ۲. اگر مرکز ثقل بالاتر از مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل ناپایدار دارد.
  ۳. اگر مرکز ثقل منطبق بر مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل خنثی دارد.
- پایداری یک جسم غوطه‌ور به محل قرار گرفتن مرکز ثقل و مرکز شناوری

بستگی دارد که عبارتند از:

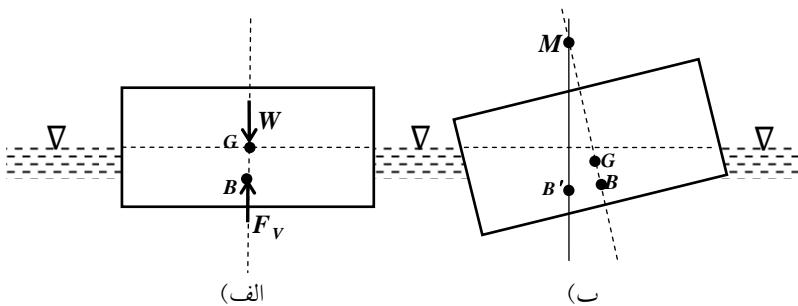


ج) تعادل خنثی ب) تعادل ناپایدار الف) تعادل پایدار

شکل ۲-۴۷ تعادل پایدار، ناپایدار و خنثی

## ۱۵-۲ نقطه متاستریک و ارتفاع متاستریک

یک جسم را در نظر می‌گیریم که داخل سیالی شناور است اگر یک تغییر مکان زاویه‌ای کوچک ایجاد کنیم مرکز شناوری (B) جسم تغییر مکان می‌دهد و از نقطه B به نقطه B' منتقال خواهد یافت. حال اگر یک خط عمودی از این مرکز شناوری جدید رسم کنیم، خط تقارن جسم (که از مرکز تقل (G) می‌گذرد) را در یک نقطه قطع می‌کند که به آن نقطه متاستریک ( $M$ ) می‌گویند. فاصله نقطه متاستریک تا مرکز تقل را ارتفاع استقرار یا متاستریک ( $\overline{MB}$ ) می‌نامند.



شکل ۲-۴۸ الف) جسم شناور در حالت افقی ب) جسم شناور در حالت دوران یافته

فاصله نقطه متاستر ( $M$ ) تا مرکز ثقل ( $G$ ) را ارتفاع متاستریک می‌گویند و بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$\overline{MG} = \overline{MB} \mp \overline{GB} \quad (30-2)$$

که در این رابطه  $\overline{GB}$  فاصله بین مرکز ثقل و مرکز شناوری در حالت افقی است و  $\overline{MB}$  نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\overline{MB} = \frac{\gamma}{W} = \frac{I}{\forall_d} \quad (31-2)$$

I: گشتاورایرسی نسبت به محوری که جسم شناور حول آن دوران می‌یابد.

$\gamma$  = وزن مخصوص سیال (مایع)

$W$  = وزن جسم

$\forall_d$  = حجم سیال جابه جا شده

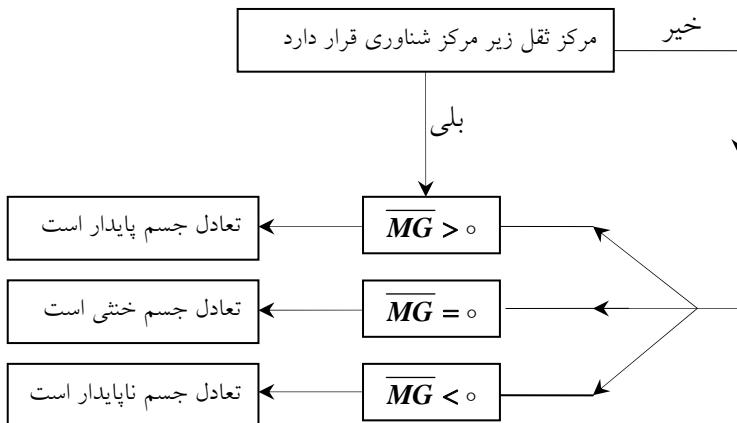
در رابطه (30-2) اگر (G) مرکز ثقل در بالای (B) مرکز شناوری باشد از علامت منفی واگر (G) در پایین (B) باشد از علامت مثبت استفاده می‌کنیم.

## ۱۶-۲ معیار پایداری اجسام شناور

در مورد پایداری اجسام شناور، مشابه حالت غوطه وری هر گاه مرکز ثقل زیر مرکز شناوری باشد تعادل پایدار مشاهده می‌شود، ولی این تنها حالتی نیست که تعادل پایدار مشاهده می‌شود. اگر مرکز ثقل بالاتر از مرکز شناوری باشد، باز هم احتمال تعادل پایدار وجود دارد. لذا بررسی پایداری اجسام شناور مشاهده می‌شود که پیچیدگی بیشتری نسبت به اجسام غوطه ور وجود دارد. علت این امر، تغییر مکان مرکز شناوری در اجسام شناور بهنگام تغییر موقعیت و دوران است، حال آنکه در اجسام غوطه ور محل مرکز شناوری ثابت بوده و با دوران جسم، تغییری نمی‌کند. بنابراین پایداری یک جسم شناور به محل قرار گرفتن مرکز ثقل نقطه متاستریک بستگی دارد که عبارتند از:

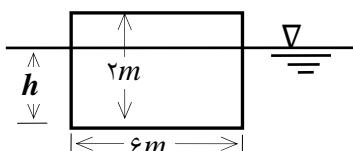
۱. تعادل پایدار است اگر نقطه متاستریک بالای مرکز ثقل باشد و در این حالت ارتفاع متاستریک مثبت خواهد بود.
۲. تعادل ناپایدار است اگر نقطه متاستریک پایین تراز مرکز ثقل باشد و در این حالت ارتفاع متاستریک منفی خواهد بود.
۳. تعادل خشی است اگر نقطه متاستریک و مرکز ثقل برهم منطبق باشند و در این حالت ارتفاع متاستریک صفر خواهد بود.

الگوریتم زیر چگونگی پایداری یک جسم شناور را نشان می‌دهد:



نکته: شرط پایداری یک جسم شناور آن است که اگر مرکز ثقل اش زیر مرکز شناوری قرار نگیرد و نقطه متاستر آن بالای مرکز ثقل قرار گیرد، در این حالت ارتفاع متاستریک مثبت خواهد بود و هر چه این ارتفاع بیشتر باشد (متاستر بالاتر باشد)، پایداری جسم شناور بیشتر خواهد بود.

**مثال ۲-۳۰:** یک قطعه چوب مکعب شکل به طول ۶m، عرض ۴m و ضخامت ۲m به طور افقی در آب شناور است. اگر جرم مخصوص چوب  $\frac{kg}{m^3} ۷۰۰$  باشد، مطلوب است محاسبه حجم آب حاصل شده و محا. مک. شناور؟



شکل ۴۹-۲

: حل

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_B = W \rightarrow \gamma_f \times V_d = \gamma_s \times V$$

$$\rightarrow ۱۰۰ \times ۹.۸۱ \times V_d = ۷۰۰ \times ۹.۸۱ \times (4 \times 6 \times 2) \rightarrow V_d = ۳۳ / ۶ m^3$$

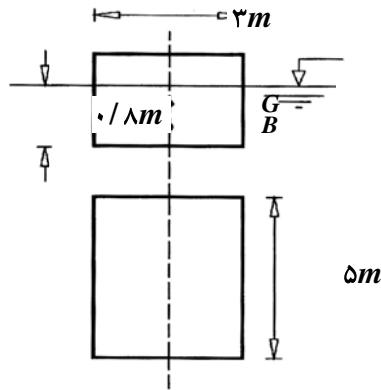
$$V_d = 6 \times 4 \times h \rightarrow h = 1/4 m$$

**مثال ۲-۳۱:** جسم شناوری به طول ۵ متر، عرض ۳ متر و ارتفاع  $1/2$  متر مفروض

است. اگر عمق استغرق این جسم در آب دریا  $8/0$  متر و مرکز نقل آن  $6/0$  متر بالاتر از کف جسم باشد، ارتفاع متاستریک را حساب کنید؟

$$\text{فاصله از کف} = \frac{1/4}{2} = 0.07 m = \text{مرکز شناوری}$$

$$\begin{aligned} MG &= \frac{I}{\forall_d} - GB \\ I &= \frac{1}{12} \times 5 \times 3^3 = 11/25 m^3 \\ \forall_d &= 0.8 \times 3 \times 5 = 12 m^3 \\ GB &= 0.6 - 0.4 = 0.2 m \\ \rightarrow MG &= \frac{11/25}{12} - 0.2 = 0.074 m \end{aligned}$$



شکل ۵۰-۲

## ۱۷-۲ تعادل نسبی

هنگامی که یک مخزن محتوی سیال با شتاب خطی یکنواخت حرکت کند یا یک استوانه حاوی سیال با سرعت زاویه‌ای ثابت حول محورش دوران نماید، لایه‌های مجاور سیال نسبت به هم حرکتی نداشته و رفتار سیال شبیه یک سیال با حالت استاتیکی خواهد بود. در این حالت گفته می‌شود سیال در تعادل نسبی است. تنش برشی در سیال وجود نخواهد داشت و توزیع فشار می‌تواند از معادلات حرکت به دست آید. اگر چه تعادل نسبی یک پدیده استاتیکی سیال نیست، اما به علت تشابه روابط در مبحث استاتیک سیالات مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. دو حالتی که بیشتر مورد نظر می‌باشند، عبارت از شتاب خطی یکنواخت و شتاب چرخش یکنواخت حول یک محور قائم می‌باشند. [ ]

## تست‌های فصل دوم استاتیک سیالات

۱. برای یک سیال در حال سکون

۱) تنش برشی به ضریب لزجت سیال بستگی دارد.

۲) تنش برشی صفر است

۳) بر روی یک سطح شیبدار با زاویه  $45^\circ$  نسبت به سطح افقی، تنش برشی حداقل است.

۴) تنش برشی فقط در سطح افقی صفر است

۲. برای یک مایع در حال سکون، ارتفاع پیزومتریک

۱) در تمام نقاط داخل مایع ثابت است. ۲) در زیر سطح آزاد با عمق افزایش می‌یابد.

۳) در زیر سطح آزاد با عمق کاهش می‌یابد. ۴) به ضریب لزجت بستگی دارد.

۳. یک فشار سنج در محلی معین

۱) همیشه یک قرائت ثابت را نشان می‌دهد

۲) همیشه فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد

۳) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که ممکن است نسبت به زمان تغییر کند

۴) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که نسبت به زمان ثابت است.

۴. هنگامی که فشار سنج  $719/6$  میلی متر را نشان می‌دهد، فشار مکش  $15 \text{ kpa}$  در آن محل مساوی است با:

۱) (مطلق)  $11/316$  میلیمتر آب ۲) (مطلق)  $81 \text{ kpa}$

۳) (مطلق)  $112/4$  میلیمتر جیوه ۴) (مطلق)  $111 \text{ kpa}$

۵. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد در سطح دریا بر حسب کیلو پاسکال (kpa) برابر است با:

۱)  $133/105$  ۲)  $103/305$

۳)  $101/325$  ۴)  $760$

۶. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد  $101/325 \text{ kpa}$  است. فشار جو (اتمسفریک) در

محلی  $96/5 \text{ kpa}$  بود. در صورتی که فشار ثبت شده  $22 \text{ kpa}$  باشد، این فشار معادل

است با:

(۲) مطلق) ۸۹/۳۲۵ kpa

(۱) مطلق) ۱۲۱/۳۲۵ kpa

(۴) مطلق) ۱۱۸/۵ kpa

(۳) مطلق) ۷۶/۵ kpa

۷. هنگامی که صفحه‌ای کاملاً در مایعی غوطه ور می‌شود، بر آیند هیدرو استاتیک بر روی یک جهت این صفحه مساوی با حاصل ضرب ..... است.

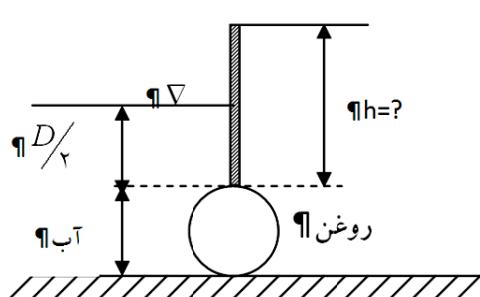
(۱) مساحت و فشار در مرکز فشار این سطح

(۲) مساحت و عمق مرکز هندسی این سطح

(۳) مساحت و فشار در مرکز هندسی این سطح

(۴) مساحت و فشار در وسط عمق

۸. اگر وزن مخصوص نسبی روغن  $۰/۸$  باشد ارتفاع  $h$  در شکل روبرو چه مقدار باید باشد، تا نیروی افقی وارد بر لوله‌ی استوانه‌ای شکل به قطر  $D$  صفر شود؟



$$h = \frac{5}{3}D \quad (1)$$

$$h = \frac{3}{4}D \quad (2)$$

$$h = 1/5D \quad (3)$$

$$h = \frac{5}{4}D \quad (4)$$

۹. فشار سنج بوردن برای اندازه‌گیری چه نوع فشاری است؟

(۱) بخار

(۲) مطلق

(۳) نسبی

(۴) هوا

۱۰. یک سطح حلقوی به شعاع داخلی  $1m$  و شعاع خارجی  $2m$  به طور عمودی در داخل آب قرار گرفته است مرکز سطح  $3$  متر پایین تر از سطح آزاد آب قرار دارد.

مرکز فشار آن، چند متر پایین تر از مرکز ثقل است؟

(۱) صفر

(۲)  $۰/۴۵$ (۳)  $۰/۴۲$ 

۱۱. بر آیند نیروهای فشاری که سیال از پائین به بالا بر جسم شناور وارد می‌کند، چه نام دارد؟

(۱) نیوتونی

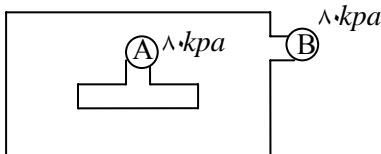
(۲) پاسکالی

## (۳) چسبندگی

۱۲. مقدار نیروی وارده بر یک طرف صفحه‌ای که نسبت به افق با زاویه  $\alpha$  قرار گرفته است و مساحت آن برابر واحد و مرکز ثقل آن در ۱۰۰ متری زیر سطح مایعی با وزن مخصوص  $\gamma$  می‌باشد، برابر است با:

- (۱) بزرگتر از  $10\gamma$   
 (۲) بستگی به مقدار زاویه  $\alpha$  دارد  
 (۳) کوچکتر از  $10\gamma$

۱۴. در شکل مقابل فشار مطلقی که فشار سنج A نشان می‌دهد چند kpa است؟



- (۱) ۲۰۰  
 (۲) ۲۲۰  
 (۳) ۲۸۰  
 (۴) ۳۰۰

۱۵. برای چه نوع اندازه‌گیریهایی از فشار سنج شیبدار استفاده می‌شود؟

- (۱) اندازه‌گیریهای زیاد  
 (۲) از فشار اتمسفر کمتر است  
 (۳) بستگی به فشار اتمسفر دارد  
 (۴) مساوی فشار اتمسفر است

۱۶. یک مانومتر جیوه‌ای جهت اندازه گیری فشار آب به کار رفته است. اختلاف ارتفاع سطح جیوه در دو شاخه مانومتر mm ۵۰۰ است. اختلاف فشار بر حسب ستون آب چقدر است؟

- (۱)  $0 / 5m$   
 (۲)  $6 / 3m$   
 (۳)  $6 / 8m$   
 (۴)  $7 / 3m$

۱۷. فشارهای کوچک را با چه وسیله‌ای اندازه می‌گیرند؟

- (۱) مانومتر  
 (۲) بارومتر  
 (۳) پیزومتر

۱۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به:

- (۱) جنس مایع دارد  
 (۲) جنس ظرف دارد

- (۳) شکل ظرف دارد  
 (۴) عمق نقطه و جنس مایع دارد

۱۹. فشار هوا در سطح دریا برابر ۷۶ سانتی متر جیوه می‌باشد. در عمق یک کیلومتری

از آب دریا به جرم مخصوص  $1/0^3$  فشار چند جو است؟

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \text{ و } (\rho_{HG} = 13/6 \text{ gr/cm}^3)$$

(۲) تقریباً ۱۰۸ ۱۰۰ تقریباً

(۴) تقریباً ۱۰۴ ۱۰۶ تقریباً

۲۰. کدامیک از وسایل زیر فشار بالاتر از محیط را اندازه می‌گیرد؟

(۱) بارومتر ۲) وکیوم متر

(۳) پیرومتر ۴) مانومتر

۲۱. فشار وارد بر سیالی برابر  $147 \text{ psi}$  ( $\text{psi}$ ) می‌باشد، تقریباً چند جو است؟

(۱) ۱۰ ۲) ۱۲

(۳) ۸ ۴) ۱۱

۲۲. فشار مطلق داخل یک قطره جیوه به قطر  $5\text{mm}$  با کشش سطحی  $51\text{N/m}$  چند است؟ kpa

۱۰۱/۷۱ ۲) ۱۰۱/۲۱ (۱)

۱۰۲ ۴) ۱۰۱/۵ (۳)

۲۳. در یک دیواره قائم که یک طرف آن در آب به عمق  $h$  قرار گرفته، موقعیت مرکز فشار کدام است؟

(۱) به اندازه یک سوم  $h$  از سطح آب فاصله دارد.

(۲) به اندازه دو سوم از کف دیواره فاصله دارد.

(۳) به اندازه دو سوم  $h$  از سطح آب فاصله دارد.

(۴) منطبق بر مرکز ثقل است.

۲۴. در کارهای مهندسی و صنعتی برای اندازه‌گیری فشارهای زیاد از ..... استفاده می‌کند؟

(۱) پیزومتر ۲) پیرومتر

(۳) بارومتر ۴) فشار سنج بوردن

۲۵. هر گاه مرکز ثقل یک جسم شناور، بالاتر از مرکز رانش باشد جسم دارای

(۱) تعادل پایدار است ۲) تعادل ناپایدار می‌باشد

(۳) تعادل یکنواخت است ۴) هیچکدام

۲۶. کدام گزینه دیاگرام فشار را تعریف می‌کند؟

۱) دیاگرام فشار به صورت سهمی است.

۲) دیاگرام فشار، نمایش هندسی تغییرات فشار روی یک سطح است

۳) دیاگرام فشار یعنی تغییرات فشار در محیط یک لوله پر

۴) دیاگرام فشار یعنی شدت فشار در یک نقطه

.....۲۷. مرکز فشار.....

۱) مرکز سطح غوطه ور است.

۲) مرکز حجم منشور فشار است.

۳) مستقل از جهت قرارگیری سطح است.

۴) نقطه‌ای روی خط اثر نیروی برآیند است

۲۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به ..... دارد

۲) جنس ظرف

۴) عمق نقطه و جنس مایع

۱) جنس مایع

۳) شکل ظرف

۲۹. اگر جسمی در مایعی غوطه ور باشد نیروی ارشمیدس.....

۱) کوچکتر از وزن جسم است

۲) بزرگتر از وزن جسم است

۴) هیچکدام

۳) با وزن جسم مساوی است

.....۳۰. نیروی شناوری.....

۱) نیروی برآیند وارد از سیال اطراف جسم به آن است.

۲) نیروی برآیند وارد به جسم شناور است.

۳) نیروی لازم جهت برقراری تعادل جسم غوطه ور است.

۴) معادل است با حجم مایع جا به جا شده.

.....۳۱. خط اثر نیروی شناوری.....

۱) در کلیه اجسام غوطه‌ور از مرکز ثقل عبور می‌کند.

۲) در کلیه اجسام شناور از مرکز حجم عبور می‌کند.

۳) از مرکز حجم سیال جایه‌جا شده عبور می‌کند.

۴) از مرکز حجم سیالی که به‌طور قائم در بالای حجم قرار دارد عبور می‌کند.

.....۳۲. تعادل یک جسم شناور پایدار است،.....

۱) اگر ارتفاع متاستریک صفر باشد.

۲) اگر و تنها اگر مرکز ثقل پائین تر از مرکز شناوری باشد.

$$۳) \text{اگر } \overline{GB} - \frac{I_n}{V_n} \text{ مثبت باشد و } G \text{ بالاتر از } B \text{ باشد.}$$

۴) اگر نقطه متاستر بالاتر از مرکز ثقل باشد.

..... ۳۳. مولفه افقی نیروی وارد بر یک سطح منحنی برابر است با.....

۱) وزن مایعی که به طور قائم در بالای سطح قرار دارد.

۲) وزن مایعی که سطح منحنی آن را نگه داشته است.

۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن

۴) نیروی وارد بر تصویر سطح منحنی بر روی یک صفحه قائم

..... ۳۴. مولفه قائم نیروی وارد بر یک سطح منحنی غوطه ور برابر است با.....

۱) مولفه افقی آن

۲) نیروی وارد بر تصویر قائم سطح منحنی

۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن

۴) وزن مایعی که به طور قائم در بالای سطح منحنی واقع شده است

..... ۳۵. یک سطح مثلثی به طور قائم واقع شده به طوریکه یک ظل آن روی سطح آزاد قرار

دارد و راس آن در پائین قرار دارد. ارتفاع مثلث  $h$  است. فاصله مرکز فشار از سطح

آزاد چقدر است؟

$$\frac{h}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{h}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{2h}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{h}{2} \quad (۳)$$

## فهرست

۱۰۹	فصل سوم - جریان سیال؛ مفاهیم و معادلات اصلی
۱۰۹	۱-۳ مقدمه
۱۰۹	۲-۳ طبقه‌بندی جریان سیال
۱۱۰	۱-۲-۳ جریان یکنواخت و غیر یکنواخت
۱۱۰	۲-۲-۳ جریان آرام (لایه‌ای یا ورقه‌ای) و درهم (جریان آشفته)
۱۱۲	۴-۲-۳ جریان دائمی (پایداریا ماندگار) و جریان غیر دائمی (ناپایدار)
۱۱۲	۵-۲-۳ جریان‌های تراکم پذیر و تراکم ناپذیر
۱۱۳	۶-۲-۳ جریان‌های چرخشی و غیر چرخشی
۱۱۳	۷-۲-۳ جریان‌های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی
۱۱۴	۳-۳ خطوط جریان
۱۱۵	۴-۳ خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل
۱۱۵	۵-۳ شبکه جریان
۱۱۶	۶-۳ روابط اساسی مکانیک سیالات
۱۱۶	۷-۳ روش‌های اساسی تحلیل جریان
۱۱۶	۸-۳ مفاهیم سیستم، حجم کترل
۱۱۷	۱-۸-۳ روش سیستم (جرم مشخص)
۱۱۷	۲-۸-۳ حجم کترل (حجم مشخص)
۱۱۸	۹-۳ معادله انتقال رینولدز
۱۱۹	۱۰-۳ معادلات پیوستگی، انرژی و مومنت
۱۱۹	۱-۱۰-۳ معادله پیوستگی
۱۲۰	دبی جریان (نرخ آبدهی یا شدت جریان)
۱۲۶	۲-۱۰-۳ معادله مومنت (اندازه حرکت)
۱۳۰	۳-۱۰-۳ معادله انرژی

- ۱۳۰ ۱۱-۳ معادله اولر  
 ۱۳۱ ۱۲-۳ معادله برنولی در مورد سیالات ایده‌آل  
 ۱۳۲ ۱۳-۳ ماشین‌های هیدرولیکی  
 ۱۳۴ ۱۴-۳ بازده  $\eta$   
 ۱۳۸ ۱۵-۳ تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی)  
 ۱۴۱ ۱۶-۳ ضریب تصحیح انرژی جنبشی  
 ۱۴۲ ۱۷-۳ ضریب تصحیح اندازه حرکت  
 ۱۴۵ ۱۸-۳ کاربردهای معادله برنولی  
 ۱۴۶ ۱۸-۳ اندازه‌گیری دبی بوسیله روزنے  
 ۱۴۹ ۱۸-۳ سیفون  
 ۱۶۴ سوالات فصل جریان سیالات، مفاهیم و معادلات اصلی
- ۱۷۱ فصل چهارم - جریان عبوری از لوله‌ها  
 ۱۷۱ ۱-۴ مقدمه  
 ۱۷۲ ۲-۴ انواع جریان در لوله‌ها  
 ۱۷۲ ۱-۲-۴ جریان آرام (ورقه‌ای)  
 ۱۷۲ ۲-۲-۴ جریان آشفته (متلاطم یا درهم)  
 ۱۷۲ ۳-۴ معیار آرام یا آشفته بودن جریان با استفاده از عدد رینولدز  
 ۱۷۶ ۴-۴ نیمرخ توزیع سرعت‌ها  
 ۱۷۷ ۵-۴ جریان‌های داخلی و خارجی  
 ۱۷۷ ۶-۴ لایه مرزی  
 ۱۷۸ ۷-۴ جریان کاملاً توسعه یافته  
 ۱۷۹ ۸-۴ تنش برشی در لوله‌ها  
 ۱۸۲ ۹-۴ جریان آرام در لوله با سطح مقطع مدور  
 ۱۸۴ ۱۰-۴ محاسبه افت  
 ۱۸۶ ۱۱-۴ طریقۀ محاسبه  $f$  (ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ)  
 ۱۹۲ ۱۲-۴ معادلات تجربی برای تعیین دبی جریان  
 ۱۹۲ ۱-۱۲-۴ فرمول هیزن - ویلیامز  
 ۱۹۳ ۲-۱۲-۴ فرمول مانینگ  
 ۲۰۱ ۱۳-۵ نیروی دراگ سیال ( مقاومت سیال )  
 ۲۰۲ ۱-۱۳-۵ نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان  
 ۲۰۳ ۲-۱۳-۵ نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی ( یا نیروی دراگ اصطکاکی )  
 ۲۰۳ ۳-۱۳-۵ نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم  
 ۲۰۳ جریان عبوری در لوله‌ها

## فصل سوم

### جريان سیال؛ مفاهیم و معادلات اصلی

#### ۱-۳ مقدمه

استاتیک سیالات که در فصل قبل بررسی گردید، تقریباً یک علم دقیق است و در آن تنها یک کمیت یعنی فقط وزن مخصوص سیال را باید با آزمایش تعیین کرد. اما جریان سیال ذاتاً پیچیده است. قوانین اصلی میان حرکت سیالات (دینامیک سیالات) را به راحتی نمی‌توان به صورت فرمول‌های ریاضی بیان کرد و مورد استفاده قرار داد. از این‌رو بنا گزیر باید به آزمایش روی آورد.

در این فصل، ابتدا تعاریف و مفاهیم موردنیاز برای تجزیه و تحلیل حرکت سیال در وضعیت‌های مختلف بیان می‌شود. سپس معادلات اصلی حاکم بر جریان سیال مطرح می‌گردد.

#### ۲-۳ طبقه‌بندی جریان سیال

حرکت سیال در یک مسیر را جریان سیال می‌نامند. جریان سیال از دیدگاه‌های مختلفی تقسیم‌بندی می‌گردد که در ادامه به بررسی آنها می‌پردازیم. یک جریان سیال ممکن است یک یا چند نوع از این تقسیم‌بندی‌ها را همزمان داشته باشد.

### ۱-۲-۳ جریان یکنواخت<sup>۱</sup> و غیریکنواخت<sup>۲</sup>

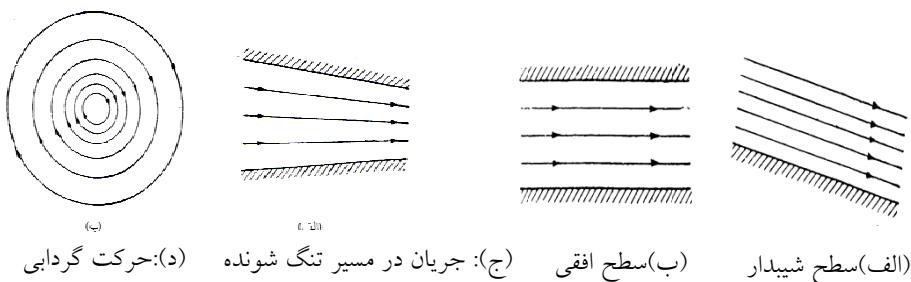
جریان یکنواخت به جریانی گفته می‌شود که در آن بردار سرعت، در هر لحظه مشخص، در تمام نقاط سیال یکسان باشد. حال اگر سرعت جریان سیال از نقطه‌ای به نقطه دیگر در لحظه معین تغییر کند، جریان حاصل را غیریکنواخت می‌نامند. اگر  $\frac{\partial V}{\partial x}$  معرف تغییر مکان یک ذره سیال در جهت دلخواه  $x$  باشد، در آنصورت می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \rightarrow \text{جریان یکنواخت است.}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} \neq 0 \rightarrow \text{جریان غیریکنواخت است.}$$

$\frac{\partial V}{\partial x}$ ، تغییرات سرعت یک ذره سیال در جهت دلخواه  $x$  را در لحظه معین نشان می‌دهد ولی در مورد تغییرات سرعت در زمان چیزی نمی‌گوید.

جریان مایع در یک لوله مستقیم با سطح مقطع ثابت، یکنواخت است، در حالی که اگر لوله خمیده بود و یا سطح مقطع متغیری داشت، جریان غیریکنواخت می‌شد.



شکل ۱-۳ (الف) و (ب) نمایش جریان یکنواخت (ج) و (د) نمایش جریان‌های غیریکنواخت

### ۱-۲-۴ جریان آرام<sup>۳</sup> (لایه‌ای یا ورقه‌ای) و درهم (جریان آشفته)<sup>۴</sup>

جریانی که در آن ذرات سیال مسیرهای منظم و همواری را طی می‌کنند ولایه‌های سیال به آرامی بر روی لایه‌های مجاور خود می‌لغزنند. جریان آرام از قانون لزجت نیوتون  $\tau = \eta \frac{dV}{dy}$  و یا تعییم آن قانون لزجت استوکس پیروی می‌کند. در این نوع جریان هر گونه گرایشی به آشفتگی توسط لزجت سیال مستهلك می‌شود.

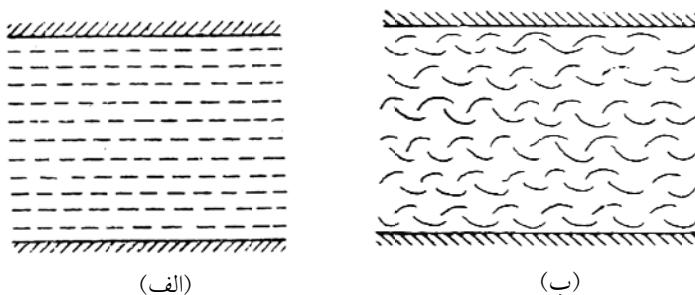
- 
1. Uniform Flow
  2. Non-Uniform Flow
  3. Laminar Flow
  4. Turbulent Flow

جريان آشفته جريانی است که در آن هر ذره سیال دارای مسیر مشخصی نیست و مسیرهای ذرات مستقل یکدیگر راقطع می‌کنند. و در کارهای مهندسی اغلب جريان‌ها آشفته هستند برای مثال جريان آب در یک رودخانه جريان آشفته است.

در جريان آشفته داريم:

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{dV}{dy} \quad (1-3)$$

كه  $\eta$  لزجت گردابی بوده وير خلاف لزجت ( $\mu$ ) تنها يك خاصیت سیال نیست بلکه به میزان آشفتگی جريان هم وابسته است.

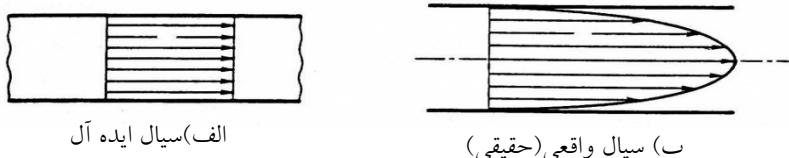


شکل ۲-۳ (الف) نمایش جريان آرام (ب) نمایش جريان آشفته

### ۳-۲-۳ جريان ایده‌آل<sup>۱</sup> و واقعی(حقیقی)

سيال ایده‌آل سیال فرضی است که لزجت و قابلیت تراکم آن صفر باشد. گرچه بسیاری از مایعات را می‌توان عملاً غیر قابل تراکم در نظر گرفت ولی تمام سیالات اعم از مایعات یا مایعات، لزجت دارند. در حقیقت هیچ گاه سیال ایده‌آلی وجود ندارد، اما برای بیان فرمول‌های خاص، می‌توان ابتدا سیال را ایده‌آل در نظر گرفت و پس از اینکه معادله مربوط به این نوع سیالات به دست آمد، آن را برای سیالات واقعی (حقیقی) تعیین داد. در یک سیال ایده‌آل به علت نبود لزجت، قشرهای مختلف سیال به موازات هم و با سرعت ثابت در حرکتند در صورتی که در مورد سیالات واقعی، به علت وجود لزجت، سرعت قشرهای مختلف سیال با هم متفاوت است. بنابراین تفاوت اصلی سیالات ایده‌آل و واقعی در لزجت آنهاست. (شکل ۳-۳)

1. Ideal Fluid



شکل ۳-۳ الف) سیال ایده‌آل و ب) سیال واقعی [۱]

### ۴-۲-۳ جریان دائمی<sup>۱</sup> (پایداریا ماندگار) و جریان غیردائمی<sup>۲</sup> (ناپایدار)

جریانی که در آن خواص سیال در هر نقطه نسبت به زمان تغییر نمی‌کند، را جریان دائمی (پایدار) می‌نامند. این نوع جریان می‌تواند یکنواخت و یا غیریکنواخت باشد. بنابراین در جریان پایدار تمام خواص سیال نظیر جرم مخصوص، فشار، سرعت، درجه حرارت و فشار در هیچ نقطه‌ای، تغییری نسبت به زمان رخ نخواهد داد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

همچنین اگر در حالتی که مشخصات سیال در یک نقطه نسبت به زمان تغییر کند، جریان به نام غیر دائمی خوانده می‌شود.

برای مثال جریان آب خارج شده از یک شیر در مدت زمانی که شیرفلکه در حال چرخانده شدن است، یک جریان غیردائمی است و پس از آنکه شیرفلکه ثابت شد، جریان خروجی دائمی خواهد بود.

### ۵-۲-۳ جریان‌های تراکم‌پذیر<sup>۳</sup> و تراکم‌ناپذیر<sup>۴</sup>

جریان‌های تراکم‌ناپذیر یا غیرقابل تراکم جریان‌هایی هستند که در آنها تغییرات جرم مخصوص قابل صرفنظر است و جریان‌های تراکم‌پذیر جریان‌هایی هستند که در آنها تغییرات جرم مخصوص قابل ملاحظه است.

به طور کلی اغلب گازها قابل تراکم و تمام مایعات غیرقابل تراکم هستند. با این حال اگر مایع تحت فشار بالایی قرار گیرد تراکم پذیری باید منظور گردد و اگر

1. Steady Flow

2. Unsteady Flow

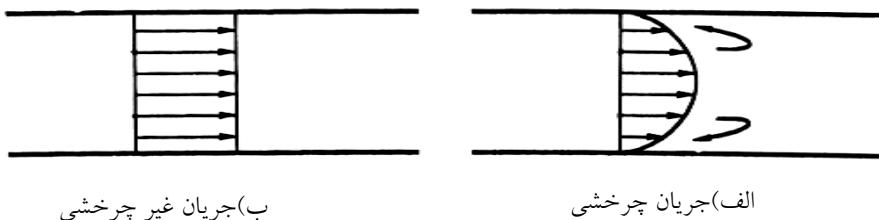
3. Compressible Flow

4. Incompressible Flow

تغییرات فشار ناچیز باشد، می‌توان گاز را تراکم ناپذیر فرض کرد.

### ۴-۲-۶ جریان‌های چرخشی<sup>۱</sup> و غیر چرخشی<sup>۲</sup>

هرگاه ذرات سیال ضمن حرکت، حول مراکز خود در امتداد جریان دوران کنند، و در نتیجه سرعت زاویه‌ای ایجاد کنند جریان چرخشی را ایجاد می‌کنند. ولی اگر این ذرات بدون دوران با سرعت زاویه‌ای برابر با صفر به حرکت خود ادامه دهند، جریان غیر چرخشی به شمار می‌آیند. برای مثال جریان‌های بالازجت کم مانند جریان هوا در نواحی که گرادیان سرعت کم باشد غیر چرخشی می‌باشند. جریان در پشت ایر فویل‌ها مثالی از جریان چرخشی است.



شکل ۴-۳ جریان‌های چرخشی و غیر چرخشی

### ۴-۲-۷ جریان‌های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی

در حالت کلی جریان‌ها سه بعدی هستند. در این جریان مولفه‌های سرعت تابعی از مختصات مکانی  $x$ ،  $y$  و  $z$  و زمان  $t$  هستند، تجزیه و تحلیل جریان‌ها در حالت سه بعدی پیچیده است. مثل حرکت مغلوتوش آب در رودخانه‌ها جریان یک بعدی جربانی است که در آن تغییرات سرعت و فشار و... در هجهت عمود بر جریان صرفنظر می‌گردد و شرایط هر مقطع بر حسب مقادیر متوسط بیان می‌شود. برای مثال می‌توان جریان لوله را یک بعدی در نظر گرفت.

جریان دو بعدی جربانی است که هریک از مشخصات جریان، در یکی از جهات ثابت باشد و در دو جهت دیگر تغییر کند، آن جریان دو بعدی خواهد بود. در این نوع جریان، خطوط جریان در یک سطح قرار دارند و در جهت عمود بر این سطوح جریانی

1. Rotational Flow

2. In rotational Flow

وجود ندارد. حرکت آب از بالای سرریزها یا جریان در کانالهای آزمایشگاهی را می‌توان از این نوع دانست.

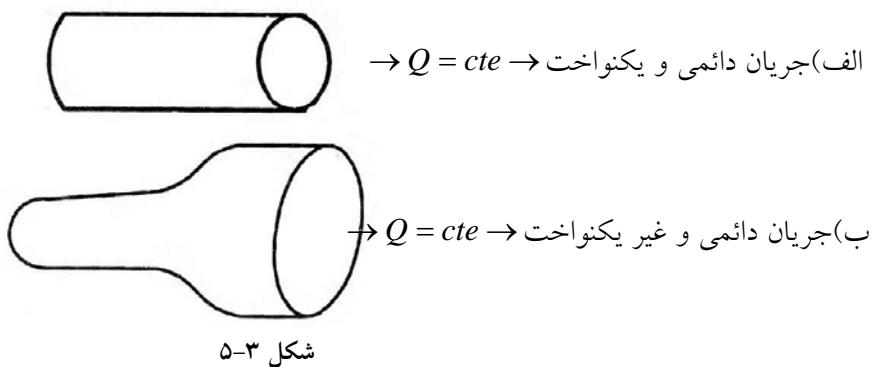
برای روشن تر شدن مسئله می‌توان مثالهای زیر را ذکر کرد:

الف) جریان یکنواخت پایدار: حالتی که مایعی در یک لوله طویل مستقیم با شدت جریان ثابت در حرکت باشد. شکل الف (۵-۳)

ب) جریان یکنواخت ناپایدار: حالتی که مایعی در یک لوله طویل مستقیم با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.

ج) جریان غیریکنواخت پایدار: حالتی که مایعی در لولهای با مقطع متغیر و با شدت جریان ثابت در حرکت باشد. شکل ب (۵-۳)

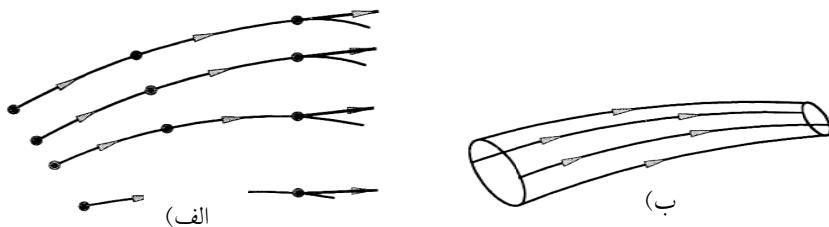
د) جریان غیریکنواخت ناپایدار: حالتی که مایعی در لولهای با مقطع متغیر و با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.



### ۳-۳ خطوط جریان

خط جریان خط پیوسته فرضی است که در تمام نقاط، مؤلفه سرعت بر آن مماس است و جهت بردار سرعت را در هر نقطه نشان می‌دهد. همچنین به فضایی که در برگیرنده تعدادی خطوط جریان است لوله جریان گفته می‌شود.

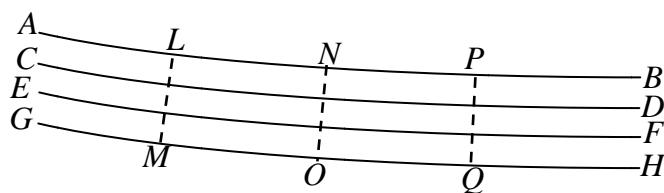
هر چقدر خطوط جریان بهم نزدیکتر باشند سرعت بیشتر و در نتیجه میزان جریان نیز بیشتر خواهد بود و بر عکس.



شکل ۶-۳ (الف) نمایش خطوط جریان (ب) نمایش لوله جریان

### ۴-۳ خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل

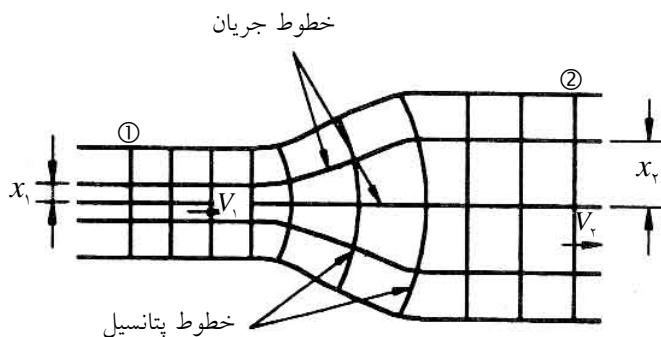
می‌دانیم ذرات سیال هنگام حرکت در امتداد خطوط جریان همیشه مقداری از انرژی خود را از دست می‌دهند. اگر نقاط هم پتانسیل واقع بر خطوط جریان را بهم متصل کنیم خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل حاصل می‌شوند. محل تداخل خطوط جریان وهم پتانسیل عمود برهم ودارای زاویه  $90^\circ$  می‌باشد. در شکل (۷-۳) خط AB، EF و GH و خطوط جریان PQ, NO, LM و CD پتانسیل هستند.



شکل ۷-۳ خطوط جریان و خطوط پتانسیل

### ۵-۳ شبکه جریان

شبکه جریان از رسم خطوط جریان و خطوط عمود بر آنها یعنی خطوط هم پتانسیل به دست می‌آید. شبکه جریان در بررسی و تحلیل رفتار برخی پدیده‌های جریان که به سادگی توسط روابط ریاضی قابل مطالعه نیستند به کار برد همیشه شود. چنین پدیده‌هایی از طریق ترسیم شبکه‌های جریان مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. یک شبکه جریان می‌تواند از قطعات مربع شکل تشکیل شود، هر چند اگر شبکه به صورت واگرا یا همگرا یا منحنی شکل باشد، قطعات آن مربع شکل نخواهد بود.



شکل ۸-۳ خطوط جریان

### ۶-۳ روابط اساسی مکانیک سیالات

برای حل مسایل مکانیک سیالات به چند قانون اساسی احتیاج است که بون در نظر گرفتن ماهیت جریان، تمامی جریان‌ها از روابط زیر پیروی می‌کنند:

۱. قانون بقای جرم(معادله پیوستگی)

۲. قانون دوم نیوتون(معادله اندازه حرکت یا مومنتوم)

۳. معادله انرژی(قانون اول ترمودینامیک)

بدیهی است برای حل مسایل همیشه به همه این قوانین احتیاجی نیست.

### ۷-۳ روش‌های اساسی تحلیل جریان

در حل مسایل مربوط به جریان، سه روش اساسی وجود دارد که اهمیت یکسانی دارند که عبارتند از تحلیل انتگرالی، تحلیل دیفرانسیلی و مطالعه آزمایشگاهی (تجربی) یا تحلیل ابعادی.

اولین قدم در حل یک مسئله تعریف سیستمی برای آن است. تعریف سیستم یا حجم کنترل در هر مسئله که در آن قوانین اساسی استفاده می‌شوند، اهمیت خاصی دارد.

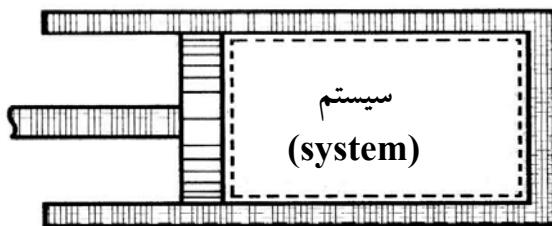
### ۳-۸ مفاهیم سیستم، حجم کنترل

در به کار بردن قوانین جریان سیال، می‌توان از دو روش جرم مشخص و حجم مشخص (کنترل) استفاده کرد.

#### ۳-۸-۱ روش سیستم<sup>۱</sup> (جرم مشخص)

سیستم عبارت است از یک مقدار ثابت و مشخصی از جرم که توسط مرزهایش از محیط اطراف جدا می‌شود؛ مواد خارج از سیستم را محیط گویند. مرزهای سیستم ممکن است ثابت یا متحرک باشند ولی در هر حال جرمی از آن عبور نمی‌کند. سیستم بر حسب منظور ما می‌تواند شامل جرم کوچک و یا بزرگی از جامد و سیال باشد.

بخار موجود در داخل یک سیلندر را که بوسیله پیستونی مسدود است، می‌توان به عنوان یک سیستم در نظر گرفت شکل (۹-۳). در این مورد ممکن است با تغییر دما، حجم بخار تغییر کند و پیستون تغییر مکان دهد، ولی جرم بخار آن همواره ثابت باقی خواهد ماند.



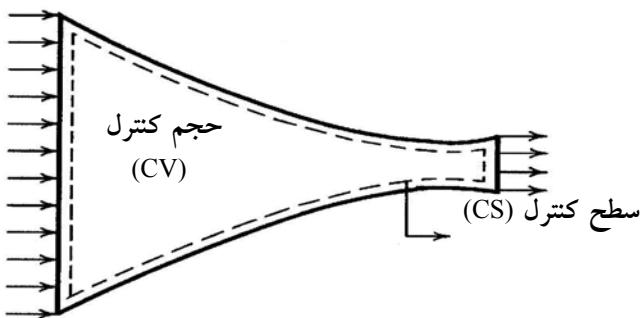
شکل ۹-۳ جرم مشخص یا سیستم (مجموعه سیلندر و پیستون)

#### ۳-۸-۲ حجم کنترل<sup>۲</sup> (حجم مشخص)

حجم کنترل ناحیه‌ای از فضای بررسی سیال است که دارای حجم ثابت است ولی جرم سیال ممکن است ثابت یا متغیر می‌باشد. به عبارت دیگر جرم و جنس ماده داخل حجم کنترل ممکن است در طی زمان تغییر کند ولی شکل حجم کنترل همیشه ثابت باقی می‌ماند. حجم کنترل انتخابی است ولی آن را معمولاً به مرزهای صلب منطبق می‌گیرند. مرزهای حجم کنترل را سطح کنترل (C. S) گویند.

1. System  
2. Control Volume

به عنوان مثال در جریان سیالات از شیپورها می‌توان قسمتی از سیال را مطابق شکل (۱۰-۳) به عنوان حجم کنترل در نظر گرفت و حرکت آن را مطالعه کرد. در به کار بردن قوانین جریان سیال، می‌توان از هر دو روش سیستم و حجم کنترل استفاده کرد.



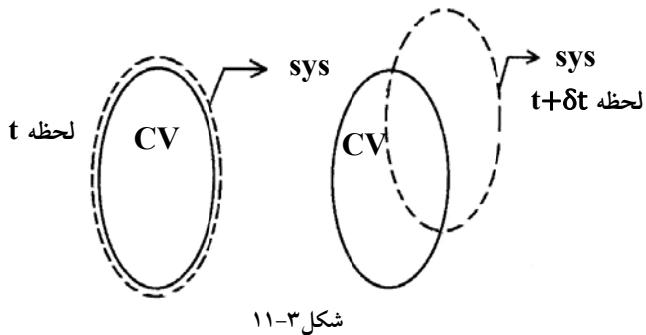
شکل ۱۰-۳ حجم کنترل و سطح کنترل

نکته: در مطالعه اجسام صلب، روش جرم مشخص بکار می‌رود زیرا در این حالت می‌توان به آسانی جسم صلب را مشخص کرد و آن را به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد ولی در مکانیک سیالات که با تعداد بیشماری از ذرات سیال مواجه هستیم، روش حجم کنترل ترجیح داده می‌شود.

### ۹-۳ معادله انتقال رینولدز

برای آنکه صورت حجم کنترلی قوانین اصلی را از روی صورت سیستمی آنها به دست آوریم، از معادله انتقال رینولدز استفاده خواهیم کرد.

خاصیتی از سیال مانند جرم، انرژی یا مومتم (اندازه حرکت) را در نظر می‌گیریم و مقدار این خاصیت در داخل سیستم در لحظه  $t$  را با  $N$  نشان می‌دهیم. مقدار این خاصیت بر واحد جرم سیال را نیز با  $\eta$  نشان می‌دهیم. حال فرض می‌کنیم که مطابق شکل (۱۱-۳) در لحظه  $t$ ، سیستم (جرم مشخص) در داخل حجم کنترل  $CV$  (حجم مشخص) قرار دارد. بدیهی است که در لحظه  $t + \delta t$  دیگر سیستم بر حجم کنترل منطبق نیست.



معادله انتقال رینولدز بیان می‌دارد که نرخ افزایش  $N$  در داخل سیستم برابر است با نرخ افزایش  $N$  در داخل حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص خروجی<sup>۱</sup>  $N$  از سطح کنترل.

بیان فوق به صورت ریاضی به شکل زیر نمایش داده می‌شود. سرعت  $V$  و حجم  $= V$

$$\left( \frac{dN}{dt} \right)_{\text{system}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{CV}} \eta \rho dV + \int_{\text{CS}} \eta \rho V \cdot dA \quad (2-3)$$

که در آن  $\eta$  و  $N$  یک خاصیت گستردگی (مانند جرم، انرژی یا مومنت) سیستم است.

روش سیستم را که در واقع حرکت ذرات را دنبال می‌کند روش تحلیل لاگرانژی گویند و روش حجم کنترل را که در واقع به مشاهده جریان از یک چارچوب متصل به حجم کنترل می‌نشیند، روش تحلیل اولری می‌گویند.

### ۱۰-۳ معادلات پیوستگی، انرژی و مومنت

در این بخش اصول بقای جرم، مومنت و انرژی را ابتدا برای سیستم بیان کرده، سپس با استفاده از معادله انتقال رینولدز آنها را برای حجم کنترل به دست می‌آوریم. کاربرد معادلات حاصله را در بخش‌های آینده شرح خواهیم داد.

#### ۱۰-۱ معادله پیوستگی

این رابطه که در حقیقت بیان دیگری از قانون کلی اصل بقاء ماده است، در عین سادگی

۱. منظور از «خالص خروجی» خروجی منهای ورودی است.

یکی از قوانین مهم مکانیک سیالات است که در اکثر موارد از آن استفاده می‌شود. اصل بقای جرم (معادله پیوستگی) بیان می‌کند که جرم یک سیستم در طی زمان تغییر نمی‌کند بنابراین اصل بقای جرم برای سیستم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (3-3)$$

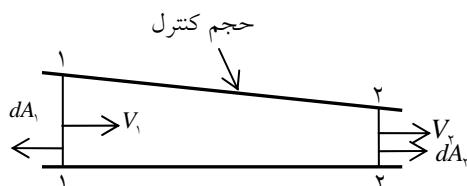
که  $m$  کل جرم سیستم است. حال در معادله انتقال رینولدز به جای  $N$ ، جرم سیستم یعنی  $m$  را قرار می‌دهیم. بدیهی است در این حالت  $\eta$  جرم واحد جرم یعنی ۱ خواهد شد.

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho V \cdot dA = 0 \quad (4-3)$$

معادله فوق، معادله پیوستگی نام دارد و بیان می‌کند که نرخ افزایش جرم داخل حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص خروجی جرم از حجم کنترل صفر است.

### دبی جریان (نرخ آبدی یا شدت جریان)

ابتدا جریان دائمی در یک لوله جریان را بررسی می‌کنیم. مطابق شکل (۱۲-۳) قسمتی از یک لوله جریان را به عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم. سطح کنترل از سه بخش تشکیل شده است؛ دیواره لوله جریان، سطح ادر مقاطع ورودی و سطح ادر مقاطع خروجی.



شکل: ۱۲-۳

چون جریان دائمی است، اولین جمله معادله (۴-۳) صفر است. بنابراین داریم:

$$\int_{CS} \rho V \cdot dA = 0 \quad (5-3)$$

معادله فوق بیان می‌کند که دبی جرمی خالص خروجی از سطح کنترل صفر است.

دبی جرمی خالص خروجی از مقاطع ۱ برابر  $\rho_1 V_1 \cdot dA_1 = -\rho_1 V_1 \cdot dA_1$ ، از مقاطع ۲

برابر  $\rho_v V_v \cdot dA_v = \rho_v V_v \cdot dA_v$  و از مقطع دیواره لوله جریان صفر است. لذا برای جریان دائمی در یک لوله جریان، معادله پیوستگی بین دو مقطع به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{m} = \rho_v V_{av_1} A_1 = \rho_v V_{av_2} A_2 \quad (6-3)$$

که  $\dot{m}$  دبی جریان و عبارت است از جرم سیال گذرنده از یک مقطع در واحد زمان است. واحد دبی جرمی در سیستم  $kg/s$ ،  $SI$  و در واحد انگلیسی  $lbm/s$  است.

سرعت متوسط در یک مقطع با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$V_{av} = \frac{1}{A} \int v dA \quad (8-3)$$

دبی حجمی یا به اختصار، دبی،  $Q$  عبارت است از حجم سیال گذرنده از یک مقطع در واحد زمان و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q = \int V \cdot dA = A V_{av} \quad (9-3)$$

در معادله فوق  $A$  سطح مقطع مجرأ و  $V_{av}$  سرعت متوسط جریان در این مقطع است.

واحد دبی حجمی در سیستم  $m^3/s$  و در سیستم انگلیسی  $ft^3/s$  است. لذا معادله پیوستگی به صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$\dot{m} = \rho Q_1 = \rho Q_2 \quad (10-3)$$

برای جریان تراکم‌ناپذیر دائمی داریم:

$$Q = A V_1 = A V_2 \quad (11-3)$$

**نکته ۱:** اگر دبی حجمی را با  $Q$  دبی وزنی را با  $Q_W$  و دبی جرمی را با  $\dot{m}$  نشان دهیم، در آنصورت خواهیم داشت:

$$Q_W = \gamma Q = g \dot{m} \quad (12-3)$$

$$\dot{m} = \rho Q$$

**نکته ۲:** برای محاسبه دبی حجمی از رابطه  $Q = A V$  استفاده می‌شود است. واحد دبی حجمی در سیستم  $m^3/s$  و در سیستم انگلیسی  $ft^3/s$  است

**نکته ۳:** برای محاسبه دبی وزنی از رابطه  $Q_w = \gamma A V = \gamma Q$  استفاده می‌شود.

واحد  $Q_w$  در سیستم متریک  $\frac{N}{s}$  و در سیستم انگلیسی  $\frac{lb}{s}$  است.

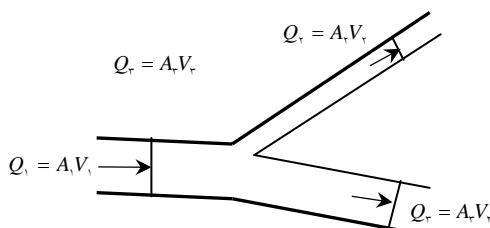
**نکته ۴:** برای محاسبه دبی جرمی از رابطه  $Q_w = \rho A V = \rho Q$  استفاده می‌شود.

واحد  $Q_m$  در سیستم متریک  $\frac{kg}{s}$  و در سیستم انگلیسی  $\frac{slug}{s}$  است.

به طور کلی می‌توانیم معادله پیوستگی را به صورت زیر بنویسیم:

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out} \Rightarrow \text{کل جریان خروجی از اتصال} = \text{کل جریان ورودی به اتصال}$$

با توجه به شکل (۱۳-۳) داریم:



شکل ۱۳-۳ معادله پیوستگی

و در این حالت:

$$\sum (\dot{m})_{in} = \sum (\dot{m})_{out} \quad (13-3)$$

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out} \Rightarrow \text{کل جریان خروجی از اتصال} = \text{کل جریان ورودی به اتصال} \Rightarrow$$

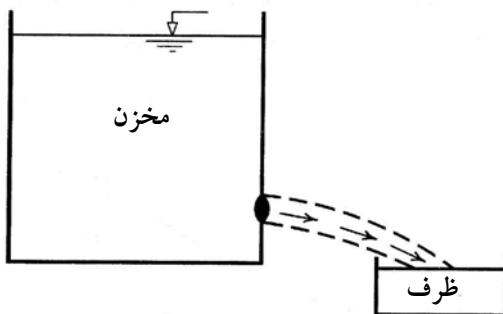
$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 + \rho_3 Q_3$$

و به عبارت دیگر برای سیالات تراکم‌ناپذیر (ثابت  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$ ) داریم:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \text{یا} \quad A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

و در حالت کلی بایستی در هر اتصال  $\sum_{i=1}^n \rho_i Q_i = 0$  باشد. جریان ورودی به اتصال را مثبت و جریان خروجی از اتصال را منفی در نظر می‌گیریم.

مثال ۱-۳: در یک مخزن بزرگ مطابق شکل زیر، روزنه‌ای تعییر شده است که آب را با سرعت ثابت تخلیه می‌کند به طوری که آب تخلیه شده، ظرفی به حجم ۱۲۰۰ لیتر را در مدت یک دقیقه پر می‌کند. مطلوب است تعیین دبی حجمی، دبی وزنی و دبی جرمی آب خروجی از مخزن؟



شکل ۱۴-۳

$$\text{حجم آب موجود در ظرف} = \frac{\text{دبی حجمی}}{\text{زمان}} = \frac{1200}{60} \frac{lit}{s} = 0/02 \frac{m^3}{s}$$

$$\text{وزن آب موجود در ظرف} = \frac{\text{دبی وزنی}}{\text{زمان}} = \frac{9806 \times 1200 \times 10^{-3}}{60} \frac{N}{s} = 196/12 \frac{N}{s}$$

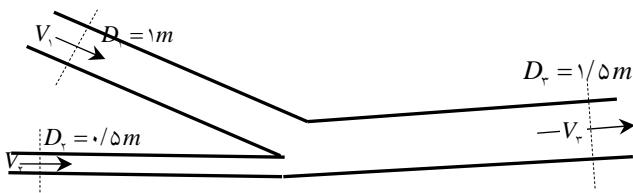
$$\text{جرم آب موجود در ظرف} = \frac{\text{دبی جرمی}}{\text{زمان}} = \frac{1000 \times 1200 \times 10^{-3}}{60} \frac{kg}{s} = 20 \frac{kg}{s}$$

**مثال ۳-۲:** اگر در جریان آبی، دبی عبوری از یک مقطع برابر  $\frac{lit}{s}$  باشد، دبی وزنی و دبی جرمی آب عبوری از آن مقطع را به دست آورید؟  
هر گاه کلمه دبی به تنها یک بکار برده می‌شود، منظور دبی حجمی است، چون در اغلب کارهای مهندسی از دبی حجمی استفاده می‌شود.

$$Q = \gamma Q = 9806 \times 0/02 = 196/12 \frac{N}{s}$$

$$\dot{m} = \left( \frac{\gamma}{g} \right) Q = \rho Q = 1000 \times 0/02 = 20 \frac{kg}{s}$$

**مثال ۳-۳:** دو لوله یکی به قطر  $5m/0$  و دیگری به قطر  $1m$  مطابق شکل زیر به یک لوله بزرگتر به قطر  $5m/1$  متصل شده‌اند. درون سیستم لوله‌ها، نفت با دانسیته  $880 \frac{kg}{m^3}$  جریان دارد. اگر دبی جرمی در بزرگترین مقطع برابر  $\frac{kg}{s}$   $4000$  و سرعت دومقطع کوچکتر با هم برابر باشند، سرعت جریان در هریک از لوله را به دست آورید؟



شکل ۱۵-۳

$$\dot{m} = \rho A V \rightarrow 4000 = 880 \times \left( \frac{\pi \times 1/5^2}{4} \right) \times V_r \rightarrow V_r = 2/5 \text{ m/s}$$

جرم مخصوص نفت در تمام لوله‌ها برابر مقدار ثابت  $880 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  می‌باشد، بنابراین جریان تراکم‌ناپذیر است و می‌توان معادله پیوستگی آن را در انشعاب مربوطه به صورت زیر نوشت:

$$\text{کل جریان خروجی از اتصال} = \text{کل جریان ورودی به اتصال}$$

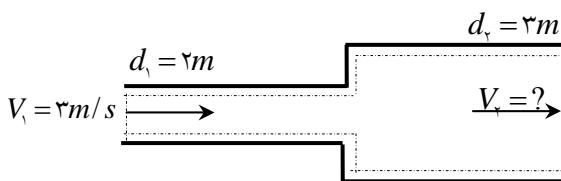
$$\sum Q_{\text{in}} = \sum Q_{\text{out}}$$

$$A_1 V_1 + A_2 V_2 = A_3 V_3 \rightarrow d_1^2 V_1 + d_2^2 V_2 = d_3^2 V_3$$

$$\frac{V_1 = V_r}{\text{---}} \rightarrow V_1 \times (1/5^2 + 1^2) = 1/5^2 \times 2/5 \rightarrow$$

$$V_1 = V_r = 4/63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**مثال ۱۶-۳:** یک لوله انتقال آب در شکل (۱۶-۳) نشان داده شده است. در مقطع (۱) قطر لوله  $2m$  و سرعت جریان  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است. دبی را تعیین کنید. در مقطع (۲) قطر لوله  $3m$  است. سرعت در مقطع (۲) را به دست آورید؟



شکل ۱۶-۳ حجم کنترل برای خط انتقال آب

**حل:** ابتدا دبی را به دست می‌آوریم:

$$Q = A_r V_r = \frac{\pi (r)^2}{4} = 9/42 \frac{m^3}{s}$$

و سپس سرعت در مقطع ۲ را حساب می‌کنیم:

$$V_r = \frac{Q}{A_r} = \frac{9/42}{2/25\pi} = 1/33 \frac{m}{s}$$

در مطالعه جریان‌های دو بعدی از فرم دیفرانسیلی معادله پیوستگی استفاده می‌شود.

**مثال ۳-۵:** آب در لوله به قطر ۱۰۰ mm و با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  جریان دارد. دبی آب را برحسب لیتر بر ثانیه حساب کنید. همچنین سرعت آب را در صورتی که قطر لوله به تدریج تا ۲۰۰ mm تغییر کند، در انتهای لوله محاسبه کنید؟

حل:

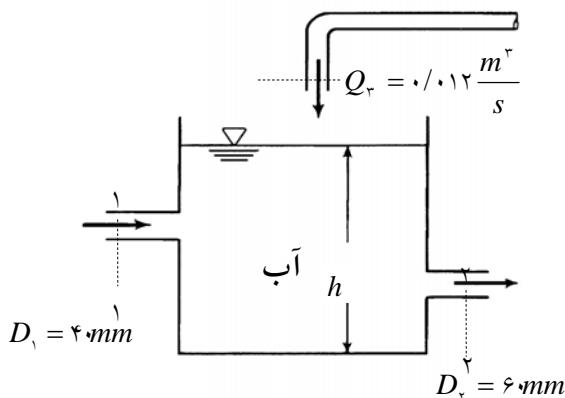
$$A_r = \frac{\pi d_r^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times (0.1)^2 = \pi/854 \times 10^{-3} m^2$$

$$Q_r = A_r V_r = (\pi/854 \times 10^{-3}) \times 10 = \pi/54 \times 10^{-3} m^3/s = \pi/54 lit/s$$

برای محاسبه سرعت آب در انتهای لوله آن را به  $V_r$  نشان داده و می‌نویسیم:

$$V_r = \frac{Q}{A_r} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} (d_r)^2} \Rightarrow V_r = \frac{\pi/54 \times 10^{-3}}{\frac{\pi}{4} (0.2)^2} = 2/5 m/s$$

**مثال ۳-۶:** مخزن آبی مطابق شکل از طریق مقطع ۱-۱ با سرعت  $V_r = 5 \frac{m}{s}$  و از طریق مقطع ۳-۳ با دبی  $Q_r = 0.012 \frac{m^3}{s}$  در حال پرشدن است اگر سطح آب در مخزن (h) ثابت باشد، سرعت خروجی در مقطع ۲-۲ چقدر خواهد بود؟



شکل ۱۷-۳

$$\begin{aligned}
 Q_1 + Q_r &= Q_r \\
 \left[ \frac{\pi(0.04)^2}{4} \right] \times 5 + 0.012 &= Q_r \\
 Q_r &= 0.1828 \text{ m/s} \\
 V_r &= \frac{Q_r}{A_r} = \frac{0.1828}{\frac{\pi(0.06)^2}{4}} \Rightarrow V_r = 6.47 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

### ۳-۱۰-۲ معادله مومنتوم (اندازه حرکت)

اهمیت معادله اندازه حرکت (مومنتوم) زمانی آشکار می‌شود که بخواهیم به‌طور مثال نیرویی که از طرف آب در حال حرکت به یک جسم مانند یک سرپریز، زانوی لوله و یا پایه یک پل وارد می‌شود، محاسبه کنیم. زیرا دانستن نیروهایی که سیالات در حال حرکت به محیط پیرامون خود وارد می‌کنند در طراحی سازه ضرورت پیدا می‌کند. از آن جایی که در معادله پیوستگی و معادله برینولدزی، عامل نیرو وجود ندارد، در بعضی موارد به معادله دیگری نیاز است تا بتوان به کمک آن نیروهای دینامیکی را محاسبه کرد. این معادله به معادله اندازه حرکت معروف است و در به‌دست آوردن آن از قانون دوم نیوتون استفاده می‌گردد.

$$\sum F = ma = m \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(mV) \quad (14-3)$$

حال اگر در معادله انتقال رینولدز به جای خاصیت  $N$ ، مومنتوم سیستم یعنی  $mV$  را قرار دهیم، در آن صورت بجای  $n$  نیز بایستی مومنتوم بر واحد جرم یعنی  $V$  را قرار دهیم.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \eta \rho dV + \int_{CS} \eta \rho V \cdot dA = 0$$

از طرف دیگر  $\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}(mV) = \sum F$  خواهد شد. پس در نهایت معادله انتقال رینولدز به صورت زیر در می‌آید:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} V \rho dV + \int_{CS} V \rho V \cdot dA \quad (15-3)$$

رابطه فوق فرم کلی معادله مومنتوم خطی برای حجم کنترل است و بیان می‌دارد

که برآیند نیروهای خارجی وارد بر حجم کنترل برابر است با نرخ افزایش مومنتوم در داخل حجم کنترل، به علاوه نرخ خالص خروج مومنتوم از حجم کنترل.

توجه کنید که در این حالت  $\sum F_{sys} = \sum F_{cv}$  است زیرا در لحظه t حجم کنترل و سیستم بر هم منطبق‌اند. حال اگر جریان دائمی باشد، در آن صورت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} V\rho dV = 0 \rightarrow \sum F = \int_{CS} V\rho V.dA$$

در این حالت برایند نیروهای خارجی وارد بر حجم کنترل برابر است با نرخ خالص خروج مومنتوم از سطح کنترل که اگر جریان یک بعدی و سرعت بر حسب مقدار متوسط (V) باشد، در آن صورت می‌توان نوشت:

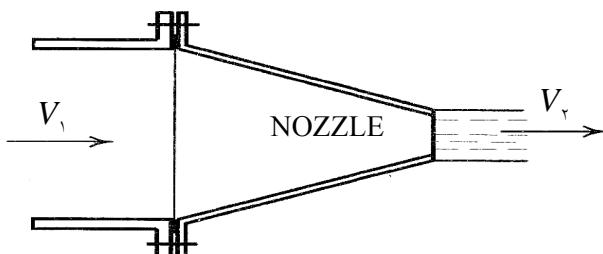
$$\sum F = (V\rho Q)_{out} - (V\rho Q)_{in} = (\rho Q V)_{out} - (\rho Q V)_{in}$$

با به کار گیری رابطه فوق برای یک لوله جریان می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum F &= \rho_r Q_r V_r - \rho_i Q_i V_i \xrightarrow[\rho_r Q_r = \rho_i Q_i]{\text{جریان دائمی}} \sum F = \rho Q (V_r - V_i) \\ &= \sum F = \dot{m} (V_r - V_i) \end{aligned} \quad (16-۳)$$

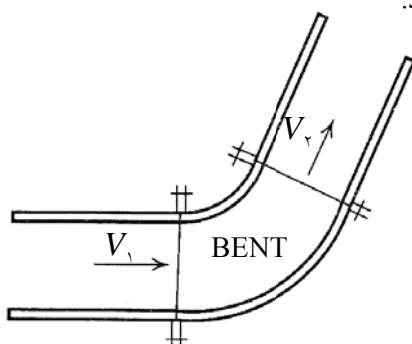
نکته: از آنجاییکه سرعت یک کمیت برداری است بایستی در به کار گیری معادله مومنتوم اندازه وجهت آن لحاظ شوند. طبق اندازه حرکت که بیان می‌دارد مجموع نیروها در یک سیستم برابر با تغییرات اندازه حرکت است، نیرو می‌تواند در اثر یکی از حالات‌های زیر و یا ترکیبی از آن‌ها اتفاق بیفتند، که عبارتند از:

(الف) تغییر در اندازه سرعت: یک مثال عملی از این حالت لوله مستقیمی است که در امتداد محور خود با کاهش قطر (کم شدن مساحت) مواجه شده است. در این حالت با کاهش مساحت مقطع سرعت جریان در لوله در لوله افزایش می‌یابد.



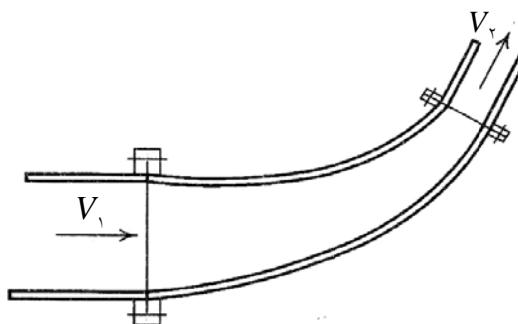
شکل ۱۸-۳

ب) تغییر در جهت سرعت: مثال عملی این حالت لوله‌ای با قطر ثابت است که تحت زاویه مشخصی خم شده است. این خم شدگی سبب می‌شود تا جهت سرعت جریان در لوله تغییر کنند.



شکل ۱۹-۳

ج) تغییر در اندازه و جهت سرعت: این حالت ترکیبی از دو وضعیت قبلی است که در لوله تغییر سطح مقطع و خم شدگی توأمً وجود دارند. زانوبی (خم) کاهنده مثالی عملی برای این حالت است.



شکل ۲۰-۳

مثال ۳-۷: از درون لوله‌ای به قطر ۳۰ سانتیمتر، آب با سرعت متوسط  $1/5$  متر در ثانیه، در جریان است. اگر در قسمتی از لوله قطر به طور ناگهانی به ۱۵ سانتیمتر کاهش یابد، نیرویی را که سبب افزایش سرعت در این قسمت از لوله شده است محاسبه کنید؟

حل: شدت جریان‌های حجمی و جرمی آب در لوله به شرح زیر است:

$$Q = A\bar{V} = \frac{\pi}{4}(30)^2 \times 1/5 \times 100 = 106028 \text{ cm}^3/\text{s}$$

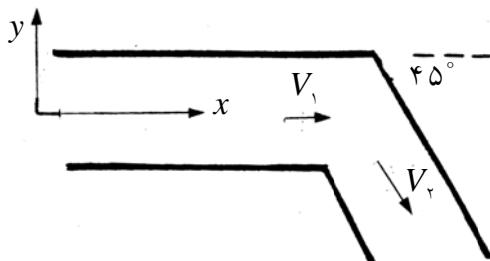
$$\dot{m} = Q\rho = 106028 \times 1 = 106028 \text{ gr/s}$$

$$V_1 = 150 \text{ cm/s} \quad A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad V_2 = \frac{\frac{\pi}{4}(30)^2 \times 150}{\frac{\pi}{4}(15)^2} = 600 \text{ cm/s}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 600 - 150 = 450 \text{ cm/s}$$

$$F = \dot{m} \Delta V = 106028 \times 450 = 47712937 \text{ dyne} = 4771 \text{ N}$$

**مثال ۳-۸:** امتداد یک لوله افقی به قطر ۳۰ سانتیمتر که در آن آب با سرعت ۳ متر در ثانیه در جریان است، به وسیله یک زانویی ۴۵ درجه، تغییر کرده است. اگر محور Xها را در جهت خطوط جریان اولیه لوله و محور Yها را عمود بر آن در نظر گیریم، مولفه‌های  $F_x$  و  $F_y$  را که در زانویی بر آب اثر می‌کند، محاسبه کنید؟ (شکل ۲۱-۳)



شکل ۲۱-۳

**حل:** شدت جریان‌های حجمی و جرمی آب در لوله به شرح زیر است:

$$Q = A\bar{V}_m = \frac{\pi}{4}(30)^2 \times 3 \times 100 = 212057 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$\dot{m} = Q\rho = 212057 \times 1 = 212057 \text{ gr/s}$$

در ورود آب به زانویی داریم:

$$V_x = 3 \text{ m/s} = 300 \text{ cm/s}$$

و در خروج آب از زانویی خواهیم داشت:

$$V_x = V_y = 3 \times \cos 45 = 3 \times 0.707 = 2/12 \text{ m/s} = 212 \text{ cm/s}$$

$$\Delta V_x = 30 - 212 = 88 \text{ cm/s}$$

$$\Delta V_y = 0 - 212 = -212 \text{ cm/s}$$

$$F_x = \dot{m} \Delta V_x = 212 \cdot 0.57 \times 88 = 18661.16 \text{ N}$$

$$F_y = \dot{m} \Delta V_y = 212 \cdot 0.57 \times (-212) = -449.5 \text{ N}$$

هر یک از این مولفه‌ها در جهت مولفه شتاب مربوط به خود، اثر می‌کنند. نیروی کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(186/4)^2 + (-45/8)^2} = 485.6 \text{ N}$$

### ۳-۱۰-۳ معادله انرژی

معادله انرژی بیان می‌کند که نرخ حرارت ورودی منهای نرخ کارخروجی از حجم کنترل برابر است با نرخ افزایش انرژی داخلی حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص انرژی از حجم کنترل، که به این صورت بیان می‌شود:

$$\frac{\delta Q_H}{\delta t} - \frac{\delta W_s}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho e dV + \int_{CS} \left( \frac{p}{\rho} + e \right) \rho V dA \quad (17-3)$$

به طور کلی می‌توان گفت که جمع انرژی یک سیال ایده‌آل به سه صورت انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است. انرژی‌های پتانسیل و جنبشی در مورد اجسام جامد نیز وجود دارد ولی انرژی فشاری از مشخصات اختصاصی سیالات است. در طول حرکت یک سیال ایده‌آل، این سه نوع انرژی ممکن است به هم تبدیل شوند، ولی در هر صورت، جمع آنها همواره مقدار ثابتی خواهد بود.

### ۱۱-۳ معادله اولر

اولر برای اولین بار قانون نیوتون را در حرکت ذرات سیال به کار برد، برای بررسی، اولر یک حجم کوچک استوانه‌ای شکل از سیال را در نظر گرفت و برای حالتی که این حجم تحت اثر نیروهای فشار و وزن با شتابی برابر  $a$  در حال حرکت است معادله نیوتون را نوشت. (توجه کنید که این حجم در راستای جهت حرکت ذرات در نظر گرفته شده است).

معادله اولر با توجه به سه فرض (۱) جریان بی اصطکاک (۲) جریان دائمی (۳) تغییرات در امتداد خط جریان، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dP}{\rho} + gdz + V dV = 0 \quad (18-3)$$

### ۱۲-۳ معادله برنولی در مورد سیالات ایده‌آل

معادله برنولی یکی از اساسی‌ترین معادلات مکانیک سیالات است و به جرات می‌توان گفت که تاکنون رابطه‌ای به این مهمی، در این رشتہ بیان شده است. این رابطه اولین بار در سال ۱۷۳۸ توسط برنولی دانشمند سویسی بیان و به نام او موسوم شد.

معادله برنولی برای حالتی که جرم مخصوص ثابت است و با چهار فرض (۱) جریان بی اصطکاک (۲) تراکم ناپذیر (۳) جریان دائمی (۴) در طول یک خط جریان ثابت، با انتگرال‌گیری از معادله اولر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = cte \quad (19-3)$$

جملات معادله فوق معرف انرژی بر واحد جرم می‌باشد و واحد آنها متر-نیوتن بر کیلوگرم است. مقدار ثابت (cte) برای هر خط جریان ثابت بوده و اگر خط جریان تغییر کند، مقدار ثابت تغییر خواهد کرد.

فرم دیگر معادله برنولی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2} + gz = cte \quad (20-3)$$

جملات معادله فوق معرف انرژی برواحده وزن است و واحد آنها متر-نیوتن بر نیوتن می‌باشد.

در رابطه برنولی سه عبارت به هم جمع شده‌اند که مجموع انرژی‌های فشاری، جنبشی و پتانسیل می‌باشد. هر یک از جملات معادله برنولی را می‌توان صورتی از انرژی دانست که به صورت هد انرژی درآمده‌اند و آنها را می‌توان بر حسب ارتفاع ستون سیال بیان نمود.  $\gamma$  که انرژی پتانسیل بر واحد وزن است، ارتفاع هندسی نامیده

$\frac{V^2}{2g}$  که انرژی جریانی بر واحد وزن است، ارتفاع فشاری نامیده می‌شود.

که انرژی جنبشی بر واحد وزن است، ارتفاع سرعتی نامیده می‌شود.

برای سیال غیرقابل تراکم با جرم مخصوص ثابت معادله برنولی بدین صورت

می باشد:

$$Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \rightarrow H_1 = H_2 \quad (21-6)$$

در این رابطه تمام اجزای فرمول از، جنس طول اند و بر حسب واحد (m) می باشند.

با افزایش هد انرژی فشاری، هد انرژی جنبشی کاهش می یابد، یعنی اینکه با هم رابطه عکس دارند.

با توجه به این که یکی از فرضیات معادله برنولی غیر لرج بودن سیال است، لذا از افتها که ریشه آن لزجت است، صرفنظر شده است. به همین دلیل برای تصحیح معادله برنولی، کاهش انرژی از تلفات و افتها به طرف دوم معادله برنولی ترم تلفات (losses =  $\sum h_l$ ) کلیه تلفات اعم از طول لوله، اتصالات و... را شامل می شود و (losses =  $\sum h_l$ ) افزوده می شود:

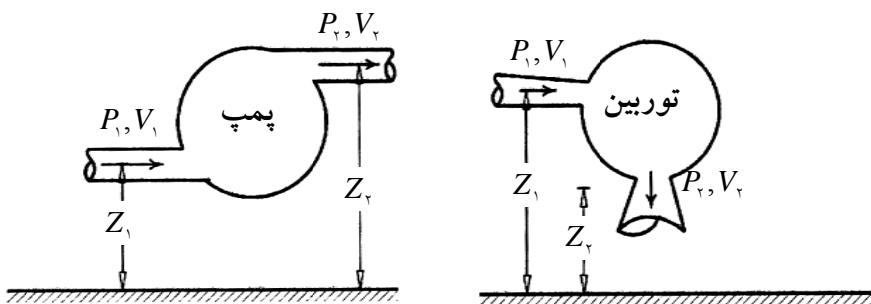
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_l$$

$$\sum h_l = h_f + h_e \quad (22-3)$$

در رابطه فوق  $h_f$  تلفات اصطکاکی یا طولی و  $h_e$  تلفات موضعی می باشد. از آنجا که رابطه برنولی را برای دو مقطع دلخواه و غیر مشخص ۱ و ۲ در نظر گرفتیم، لذا نتیجه می گیریم که ارتفاع کل H، یعنی مجموع ارتفاع هندسی، ارتفاع فشاری و ارتفاع سرعتی، در تمام مقاطع مختلف یک سیال ایده‌آل تراکم ناپذیر مقدار ثابتی است. چنانچه مقدار انرژی در دو خط جريان متفاوت مدنظر باشد، مقادير يكسانی برای H نخواهيم داشت. از طرفی مشخصی کردن خط جريان در مسائل نيز به طور دقیق ممکن نیست. لذا پیشنهاد می شود تا محور مرکزی لوله جريان<sup>1</sup> به عنوان خط جريان در نظر گرفته شود و معادله برنولی بر روی نقاط واقع بر آن نوشته شود. تفاوت رابطه برنولی در مورد سیالات ایده‌آل با سیال حقیقی یکی افت انرژی  $\sum h_l$ ، و دیگری دخالت ضریب  $\alpha$  ناشی از عدم غیر یکنواختی سرعتها در مقطع جريان است.

### ۱۳-۳ ماشین‌های هیدرولیکی

ماشین‌های هیدرولیکی (آبی) تأسیساتی هستند که با قرارگیری در مسیر جريان، باعث کاهش یا افزایش دبی جريان می‌شوند. اگر ماشین آبی مانند پمپ، انرژی خارجی در اختیار جريان قرار دهد و سبب افزایش انرژی سیال شود، به آن دهنده انرژی می‌گویند ولی چنانچه ماشین آبی مانند توربین، قسمتی از انرژی جريان را مصرف کند و باعث کاهش انرژی سیال شود، به آن گیرنده انرژی گفته می‌شود.



شکل ۲۲-۳

اگر در مسیر نقطه (۱) تا (۲) دستگاه‌هایی نظیر پمپ، توربین و یا هر دستگاه دیگری وجود داشته باشد، معادله برنولی نیاز به تصحیح دارد. دستگاه‌هایی نظیر پمپ که در آنها توان (انرژی) مصرف می‌شود، توان خود را به سیال داده و باعث افزایش انرژی می‌شود به همین دلیل طرف دوم معادله به اندازه هد انرژی دریافتی از پمپ ( $H_p$ )، نسبت به طرف اول معادله برنولی انرژی بیشتری دارد، لذا برای اینکه طرفین معادله برنولی توازن داشته باشند بایستی هد انرژی مصرفی بایستی از طرف دوم معادله برنولی کم شود. معادله برنولی را می‌توان به صورت زیرنوشت:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_l \quad (23-3)$$

در رابطه فوق  $H_p$  هد انرژی انتقال یافته است و  $\sum h_l$  هد انرژی مصرفی در سیستم می‌باشد.

برای دستگاهی نظیر توربین با توجه به اینکه توربین در مسیر سیال، انرژی سیال را گرفته و کار تولید می‌کند، لذا هد انرژی توربین ( $H_T$ ) باید به طرف دوم معادله برنولی افزوده شود. داریم:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_l + H_T \quad (24-3)$$

#### ۱۴-۳ محاسبه توان پمپ و توربین

در معادله برنولی هر جمله معرف انرژی در واحد وزن (ارتفاع نظیر انرژی) می‌باشد. هرگاه ارتفاع نظیر انرژی در دبی وزن سیال ضرب شود، حاصل برابر توان یا نرخ تبدیل انرژی خواهد بود.

$$P = \dot{m}gH = \rho g QH = \gamma QH \quad (25-3)$$

که در رابطه فوق پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$P$ : توان یا نرخ تبدیل انرژی واحد آن ژول در ثانیه یا وات است.

$\gamma$ : وزن مخصوص سیال بر حسب  $\frac{lb}{ft^3}$  در سیستم SI و در سیستم انگلیسی است.

$Q$ : دبی جریان بر حسب  $\frac{m^3}{s}$  و در سیستم انگلیسی است.

$H$ : ارتفاع نظیر انرژی بر حسب  $m$  (ft در سیستم انگلیسی) است در واقع می‌تواند هر ارتفاع لازم برای کسب توان مورد نظر باشد. برای مثال برای محاسبه توان حاصل از یک توربین به جای  $H$  از  $H_T$  برای محاسبه توان یک جت به جای  $H$  از  $\frac{V_j^2}{2g}$  که در آن  $V_j$  سرعت جت است و برای محاسبه توان تلف شده ناشی از اصطکاک سیال از  $h_f$  به جای  $H$  استفاده می‌شود.

#### ۱۴-۳ بازده

وقتی توسط یک ماشین آبی به یک سیال توان منتقل شده (پمپ) یا بر عکس از آن توان گرفته شود (توربین)، افت بوجود می‌آید که ناشی از اصطکاک است. به دلیل این افتها در یک پمپ، توان منتقل شده به سیال (قدرت سیال) همیشه

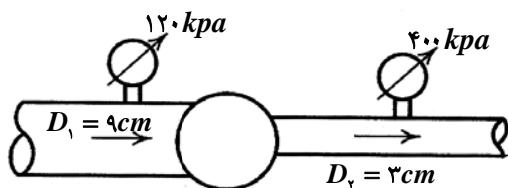
کمتر از توان ورودی محور است براین اساس بازدهی یک پمپ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_P = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی به سیال}} \quad (26-3)$$

در یک توربین (که توان را از سیال به محور منتقل می‌کند) توان خروجی از محور همیشه کمتر از توان گرفته شده از سیال است براین اساس بازدهی یک توربین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_T = \frac{\text{توان حاصل از توربین}}{\text{توان گرفته شده از سیال}} \quad (27-3)$$

مثال ۲۷-۳: در شکل زیر ارتفاع نظیر انرژی پمپ ( $H_P$ ) را محاسبه کنید؟ دبی جریان  $20 \frac{litr}{s}$  است و از کلیه تلفات صرفنظر می‌شود.



شکل ۲۷-۳

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.02}{\left(\frac{\pi \times 0.09^2}{4}\right)} = 3.1 m/s$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.02}{\left(\frac{\pi \times 0.04^2}{4}\right)} = 28.3 m/s$$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_P = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\rightarrow 0 + \frac{120}{9.81} + \frac{3/1}{2 \times 9.81} + h_P = 0 + \frac{400}{9.81} + \frac{28.3^2}{2 \times 9.81} \rightarrow H_P = 6.8 m$$

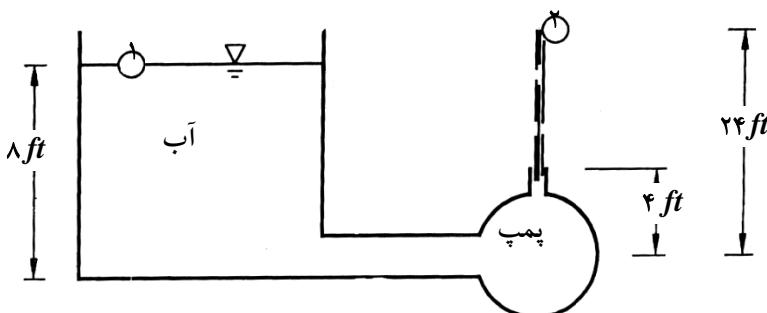
مثال ۱۰-۳: اگر دبی جریان آب در یک لوله  $m^3/s$  ۱۰ وافت بار در یک طول ۱۰۰۰ متری از آن  $m$  باشد، مقدار انرژی تلف شده ناشی از اصطکاک در این لوله را به دست آورید؟

$$\text{حل: } h_L = \frac{N}{m^3} \times 10 \left( \frac{m^3}{s} \right) = \text{نرخ انرژی تلف شده}$$

که در آن  $H = h_L$  در نظر گرفته می‌شود بنابراین:

وat  $1962000 = \text{نرخ انرژی تلف شده}$

مثال ۱۱-۳: هنگامی که دبی جریان در سیستم  $ft^3/s$  باشد، پمپ نمایش داده شده در آن به میزان  $\frac{880}{s} ft.lb$  توان به آب اضافه می‌کند. مقدار افت بار بین سطح آب در مخزن و رأس جت را محاسبه کنید؟



شكل مثال ۲۴-۳

حل: معادله انرژی را بین سطح آب در مخزن و رأس جت می‌نویسیم که در آن سطح مرتع محور لوله افقی می‌باشد:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_p = z_r + \frac{P_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + \sum h_l$$

که در آن  $P_1 = P_r = 0$  (زیرا فشار نسبی در او ۰ صفر است)،  $V_1 = 0$  (زیرا سطح مخزن بزرگ است) و  $V_r = 0$  (زیرا در رأس جت (بالاترین نقطه جت) سرعت صفر است).

برای تعیین  $H_p$  داریم:

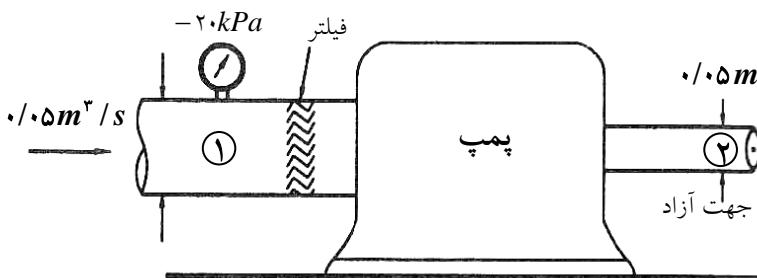
$$H_p = \frac{P}{\gamma Q} = \frac{880}{62/4 \times 0/6} = 23/5 ft$$

بنابراین رابطه (۱) برابر می‌شود با:

$$\sum h = z_1 - z_2 + H_p = 8 - 24 + 22/5 \Rightarrow \sum h_l = 7/5 ft$$

مقداری از تلفات مربوط به جریان آب داخل لوله و مقداری از آن مربوط به برخورد جت آب با هوای اطراف می‌باشد.

**مثال ۱۲-۳:** پمپ نمایش داده شده در این مثال، توان ۲۰ کیلو وات را به جریان آب اضافه می‌کند. اگر تنها افت موجود در این شکل مربوط به صافی واقع در ورودی پمپ باشد، افت بار برای این صافی چقدر خواهد بود؟



شکل ۲۵-۳

**حل:** معادله انرژی را بین نقاط ۱ و ۲ با در نظر گرفتن پمپ می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_p = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l \quad (1)$$

که در آن سطح مبنا از نقاط (۱) و (۲) عبور می‌کند ( $z_1 = z_2$ ) و  $P_1 = -20 kPa$  و  $P_2 = 0 kPa$  است (تخمیه به اتمسفر). همچنین داریم:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.05 \left( m^3/s \right)}{\frac{\pi}{4} (0.1m)^2} = 6.37 m/s$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.05 \left( m^3/s \right)}{\frac{\pi}{4} (0.05m)^2} = 25.1 m/s$$

همچنین:

$$H_p = \frac{P}{\gamma Q} = \frac{20 \times 10^3 \left( \frac{N.m}{s} \right)}{9810 \left( N/m^2 \right) \times (0.05 m^3/s)} = 40.8 m$$

اکنون رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

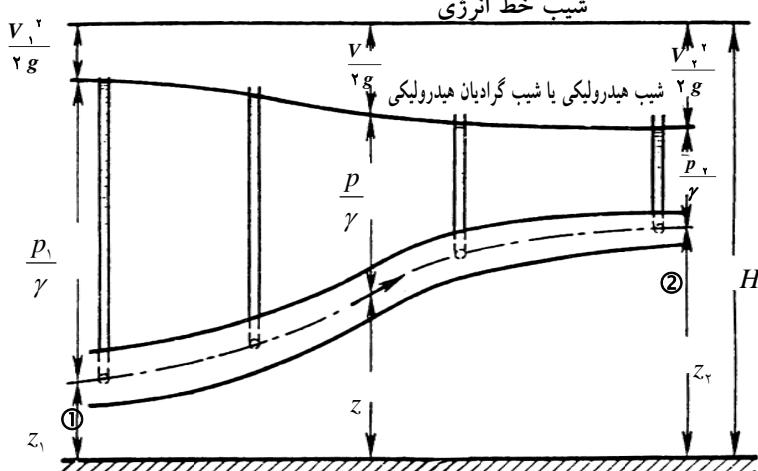
$$\frac{\left(-20 \times 10 \frac{N}{m^2}\right)}{9810 \frac{N}{m^2}} + \frac{\left(6/37 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \times \left(9/81 \frac{m}{s^2}\right)} + 40/10 m = \frac{\left(25/5 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \times \left(9/81 \frac{m}{s^2}\right)} + h_f$$

$$\Rightarrow h_f = 7/69 m$$

### ۱۵-۳ تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی)

به طوری که از شکل پیداست، اگر پیزومترهایی را در نقاط مختلف مسیر جریان، مطابق شکل (۴-۱۰) در یک لوله نصب کنیم، مایع تا ارتفاع  $\frac{p}{\gamma}$  در پیزومتر صعود خواهد کرد. با در نظر گرفتن معادله برنولی، به عبارت  $Z + \frac{P}{\gamma}$ ، ارتفاع پیزومتریک گفته می‌شود. شیب پیزومتریک یا شیب هیدرولیکی مکان هندسی نقاطی است که از ترسیم سطح آب در پیزومترها به دست می‌آید و آن را معمولاً به EGL نمایش می‌دهند.

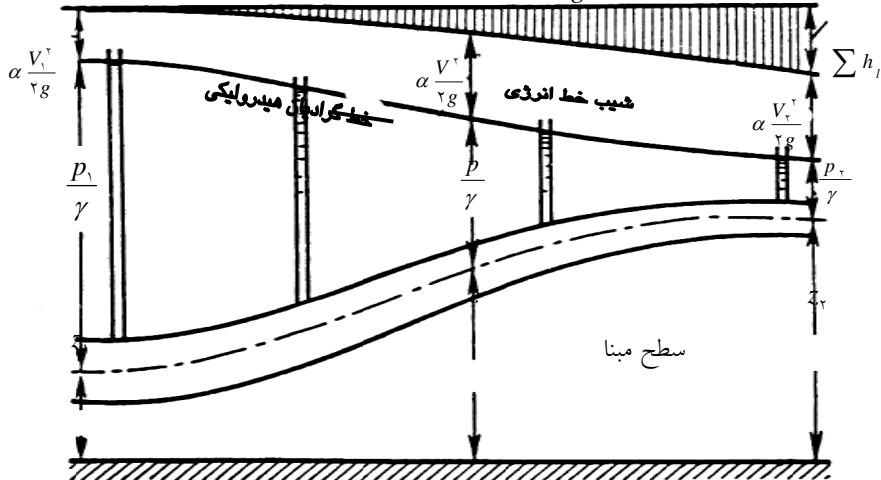
اگر ارتفاع نظیر سرعت  $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$  به خط شیب هیدرولیکی اضافه شود، شیب انرژی یا خط انرژی کل به دست خواهد آمد که آن را به EGL نمایش می‌دهند و به طوری که از شکل پیداست، در مورد سیالات ایده‌آل، این خط با سطح مبنای اولیه، موازی است. شکل (۲۶-۳)



شکل ۲۶-۳ بیان ترسیمی رابطه برنولی در مورد سیالات ایده‌آل تراکم ناپذیر [۳]

در سیال ایده‌آل خط شیب هیدرولیکی و خط شیب انرژی دارای شیب یکسان بوده و به موازات یکدیگر ترسیم می‌شوند (مگر در زمانی که مقطع جریان ثابت نباشد).

ولی دارای اختلافی به میزان  $\frac{V^2}{2g}$  خواهند بود.



شکل صفحه ۲۷-۳ بیان ترسیمی رابطه برنولی برای سیالات حقیقی [۳]

همچنین اگر در جریان سیال اصطکاک وجود داشته باشد و سیال واقعی باشد، در آن صورت در طول جریان با افت انرژی مواجه خواهیم شد. در اینجا خط انرژی افقی نیست و در مقطع دوم به اندازه  $\sum h_i$  سقوط کرده است شکل (۲۷-۳). باید توجه داشت که افت انرژی  $\sum h_i$  تلف شدن انرژی محسوب نمی‌شود بلکه موید بخشی از انرژی مفید است که به گرما تبدیل شده است (این مقدار انرژی باعث بالارفتن دمای سیال می‌شود).

نکاتی برای کاربرد معادله برنولی و ترسیم خطوط شیب هیدرولیکی و شیب انرژی در سیستم مورد مطالعه دو نقطه که در آنجا تعداد مجھولات حداقل است انتخاب کنید. یک سیستم مرجع را پایین نقطه سیستم به دلخواه انتخاب کنید تا از علامت‌های منفی در محاسبات جلوگیری شود و سپس معادله برنولی را در جهت جریان بنویسید. همان‌طوری که در معادله برنولی مشاهده می‌شود با افزایش هد انرژی فشاری، هد انرژی جنبشی کاهش می‌یابد، یعنی این که با هم رابطه عکس دارند.

برای سهولت محاسبات بهویژه در مایعات از فشار نسبی استفاده کنید زیرا اگر یک نقطه در سطح آب در یک مخزن باز یا در خروجی یک جت انتخاب شود، فشار در آنجا فشار جو بوده، در نتیجه فشار نسبی صفر خواهد بود.

اگر سرعت‌ها در دو نقطه مورد انتخاب برای کاربرد معادله برنولی مجهول باشند، آنها را توسط معادله پیوستگی به یکدیگر مرتبط کنید.

معادله برنولی بیان ریاضی اصل (کار - انرژی) است که بر طبق آن کار انجام شده روی یک ذره توسط تمام نیروهای وارد بر آن برابر تغییر انرژی جنبشی ذره می‌باشد.

برای محاسبه جهت جریان آب در یک لوله، معادله انرژی را برای جریان از مقطع (۱) به (۲) و همچنین از مقطع (۲) به (۱) می‌نویسیم. افت بار به دست آمده توسط معادله انرژی برای جهت صحیح جریان مثبت و برای جهت نادرست جریان منفی خواهد بود.

معادله برنولی اساساً بین دو نقطه از یک سیال مشخص نوشته می‌شود، نه دو سیال متفاوت.

در جریان‌های لزج به دلیل وجود اصطکاک ارتفاع خط EGL در طول جریان افت می‌کند.

یک پمپ باعث صعود ناگهانی EGL و HGL می‌شود. زیرا در این حالت پمپ به جریان انرژی می‌دهد. به طور مشابه، اگر به طور ناگهانی انرژی از جریان گرفته شود (برای مثال توسط توربین) در این صورت EGL و HGL به طور ناگهانی نزول خواهند کرد.

اگر در مسیر جریان شیر یا انساط یا انقباض ناگهانی وجود داشته باشد در ارتفاع خط EGL افت ناگهانی صورت خواهد گرفت.

بر حسب تعریف، خط شیب انرژی به مقدار  $\frac{V^2}{2g}$  بالای شیب هیدرولیکی قرار می‌گیرد. بنابراین اگر سرعت صفر باشد، برای مثال سرعت در سطح آب در یک مخزن یا دریاچه، خطوط شیب هیدرولیکی و انرژی بر سطح آب منطبق خواهند شد. همچنین خط EGL همواره بالاتر از خط HGL است.

در سطح آب یک کanal باز یا تخلیه جریان از یک لوله به اتمسفر فشار نسبی صفر است، بنابراین به دلیل  $\frac{P}{\gamma}$  شیب هیدرولیکی بر سطح آب منطبق خواهد بود. از

این موضوع می‌توان برای تعیین HGL در برخی سیستم‌های فیزیکی استفاده کرد. افت بار جریان در یک لوله یا کanal همیشه به این معناست که EGL دارای شیب به طرف پایین در جهت جریان است. تنها استثناء در این قاعده زمانی رخ می‌دهد که یک پمپ به مایع انرژی دهد. در نتیجه یک صعود ناگهانی در EGL و HGL در جهت پایین دست به وجود خواهد آمد.

با تغییر قطر لوله یا سطح مقطع کanal، سرعت جریان نیز تغییر خواهد کرد. در نتیجه فاصله بین EGL و HGL تغییر خواهد نمود.

اگر چه بسیاری از اتصالات باعث تغییر در شیب هیدرولیکی و انرژی می‌شوند که دارای جزئیات جالبی می‌باشند، اما اغلب از انحراف موضعی بین EGL به HGL

ناشی از تغییرات موضعی  $\frac{V^2}{2g}$  چشمپوشی می‌شود.

هرگاه در یک خط لوله، فشار بخشی ازلوله کمتر از اتمسفر باشد خط HGL زیر لوله قرار خواهد گرفت یا مقدار  $\frac{P}{\gamma}$  منفی خواهد شد. لذا در فاصله‌ای که خط لوله زیر خط تراز هیدرولیکی واقع می‌شود، این پدیده را سیفون گویند.

### ۳-۱۶ ضریب تصحیح انرژی جنبشی

از آنجایی که در معادله برنولی لزجت سیال برابر صفر در نظر گرفته شده است، بایستی در مقایسه با حالت واقعی که لزجت مقداری مخالف صفر دارد تصحیحی در نظر

بگیریم. به همین دلیل برای انرژی جنبشی  $\frac{V^2}{2g}$  ضریب تصحیح  $\alpha$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA = \frac{\int u^2 dA}{V^2 A} \quad (28-3)$$

$V$ : سرعت متوسط در سطح مقطع

$u$ : سرعت در هر نقطه از سطح مقطع

$A$ : مساحت سطح مقطع

بنابراین معادله انرژی بین دو نقطه (۱) و (۲) برای سیال تراکم‌ناپذیر به صورت

زیر درمی‌آید:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \alpha, \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \alpha, \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_i \quad (29-3)$$

برای جریان آرام در لوله‌ها  $\alpha = 2$  و برای جریان‌های آشفته در لوله‌ها مقدار  $\alpha$  بین  $1/10 < \alpha < 1/0.1$  تغییر می‌کند و در صورتی که توزیع سرعت یکنواخت باشد  $\alpha = 1$  و بجز در کارهای دقیق در سایر موارد از آن صرف‌نظر شده و برابر واحد در نظر گرفته می‌شود.

### ۱۷-۳ ضریب تصحیح اندازه حرکت

با توجه به اینکه سرعت در تمامی مقطع سطح کنترل ثابت نمی‌باشد بنابراین برای تصحیح آن ضریبی در نظر گرفته می‌شود که به آن ضریب تصحیح اندازه حرکت  $\beta$  گویند.

ضریب تصحیح اندازه حرکت برابر است با:

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA = \frac{\int u^2 dA}{V^2 A} \quad (30-3)$$

برای جریان آرام درون لوله مدور مستقیم مقدار  $\beta = \frac{4}{3}$  و برای جریان یکنواخت بوده و همواره  $\beta > 1$  خواهد بود.

بنابراین معادله اندازه حرکت بین دو مقطع و برای سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر در می‌آید:

$$F = \dot{m}(\beta V_2 - \beta V_1) = \rho Q(\beta V_2 - \beta V_1) \quad (31-3)$$

مثال ۱۳-۳: در لوله‌ای آب با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه جریان دارد. اولاً ارتفاع نظیر سرعت آن را برحسب متر آب تعیین کنید. ثانیاً این مقدار ارتفاع معادل چه مقدار فشار است.

حل:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{40}{2 \times 9.81} = 81/5$$

$$p = \gamma h = 1000 \times 9.81 \times 81/5 = 799515 \text{ N/m}^2$$

**مثال ۱۴-۳:** روغنی به جرم مخصوص نسبی ۷۵/۰ از درون لوله‌ای به قطر ۶ اینچ و تحت فشار ۱۰ بار در جریان است. اگر ارتفاع نظیر انرژی کل مایع نسبت به سطح مبنایی که ۲/۵ متر زیر محور لوله قرار گرفته برابر ۱۸۰ متر باشد، شدت جریان روغن را محاسبه کنید؟

حل: براساس رابطه برنولی داریم:

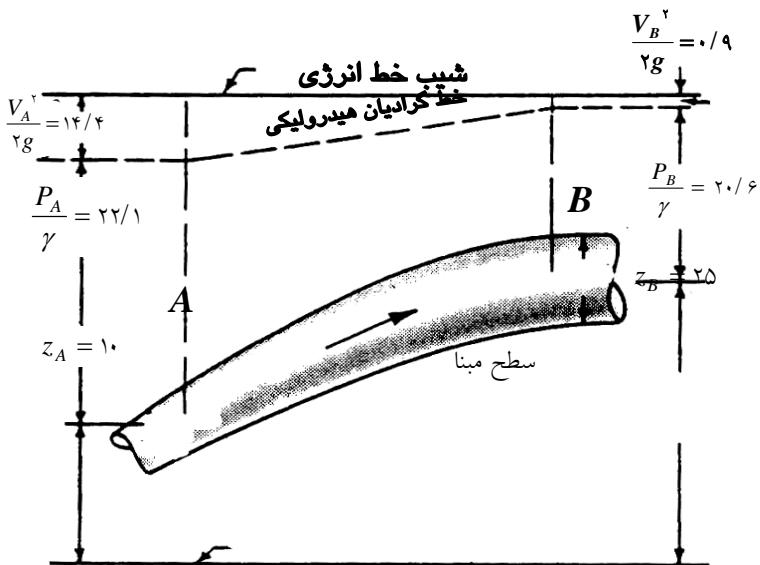
$$\text{ارتفاع نظیر انرژی کل روغن} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$180 = 2/5 + \frac{10 \times 10^5}{0.75 \times 9.81 \times 1000 \times 2 \times 9.81} + \frac{V^2}{2}$$

$$V = 28/58 \text{ m/s}$$

$$Q = AV = \frac{\pi}{4} \left( \frac{6 \times 2/54}{100} \right)^2 \times 28/58 = 0.0521 \text{ m}^3/\text{s} = 521 \text{ lit/s}$$

**مثال ۱۵-۳:** مطابق شکل ۴-۶ آب از نقطه A به نقطه B با شدت جریان ۱۳/۲ متر مکعب در ثانیه جریان دارد و فشار در نقطه A معادل ۲۲/۱ متر آب است. اگر از افت انرژی در طول AB صرفظر کنیم، فشار در نقطه B را محاسبه و خطوط فشار و انرژی را رسم کنید؟ قطر لوله در قسمت A و B به ترتیب ۱ و ۲ متر است.



شکل ۲۸-۳ مربوط به مثال ۳-۶

حل: رابطه برنولی بین دو نقطه A و B به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} &= z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \\
 V_A = \frac{Q}{A} = \frac{13/2}{\frac{\pi}{4}(1)^2} &= 16/8 m/s \quad , \quad V_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{13/2}{\frac{\pi}{4}(2)^2} = 4/2 m/s \\
 10 + 22/1 + \frac{(16/8)^2}{2g} &= 25 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{(4/2)^2}{2g}
 \end{aligned}$$

برای رسم خط انرژی، می‌توان فاصله آن را ( $H$ ) از طریق مجموع انرژی‌های مایع در یکی از نقطه A و B بدست آورد:

$$\begin{aligned}
 H &= z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 10 + 22/1 + 14/4 = 46/5 \\
 H &= z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = 25 + 20/5 + 0/9 = 46/5 \text{ mH}_vO
 \end{aligned}$$

### ۱۸-۳ کاربردهای معادله برنولی

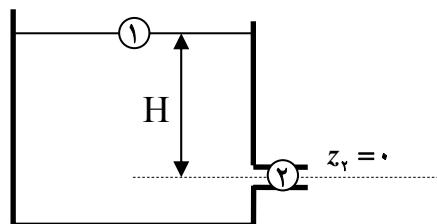
مسائل مختلفی وجود دارند که می‌توان با استفاده از معادله انرژی یا برنولی آنها را حل کرد. در ادامه به تحلیل برخی از حالات معمول جریان سیال می‌پردازیم که در آنها از معادله برنولی استفاده می‌شود. در همه موارد فرض بر این است که سیال ایده آل باشد (یعنی اتلاف انرژی نداریم).

### ۱۸-۳ سرعت تخلیه مخزن

اگر مخزن شکل (۳-۵) را در نظر بگیرید و نقاط (۱) و (۲) را در دو نقطه روی یک خط جریان فرض کنید، معادله برنولی بین آن دو نقطه به صورت زیر است:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

نقاط (۱) و (۲) در محیط اتمسفری بوده و فشار آنها با هم برابر است ( $p_1 = p_2 = p_{atm}$ ) همچنین با فرض  $z_2 = 0$  و انتخاب نقطه (۲) به عنوان مبنای (Datum) رابطه ساده‌تر نیز خواهد شد.



شکل ۲۹-۳

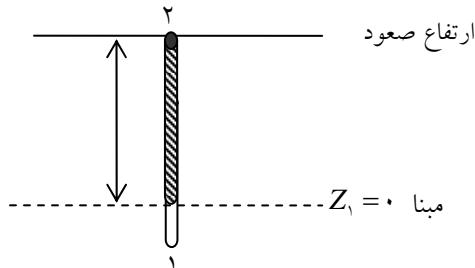
بنابراین داریم:

$$+ + + H = \frac{V^2}{2g} + + + \Rightarrow V = \sqrt{2gH} \quad (۳۲-۳)$$

معادله فوق بیان می‌کند که سرعت جریان خروجی برابر است با سرعت سقوط آزاد از سطح مخزن. این موضوع به نام قضیه توریچلی معروف است. همچنین مقدار دبی از حاصلضرب سرعت در سطح مقطع به دست می‌آید.

### ۳-۱۸-۱ ارتفاع صعود مایع پس از خارج شدن از لوله

لوله آبی را در نظر بگیرید که مایعی با سرعت  $V_1$  از آن رو به بالا خارج می‌شود، با نوشتند معادله برنولی برای آن، طبق شکل (۳۰-۳) ارتفاع صعود به صورت زیر محاسبه می‌شود.



شکل ۳۰-۳

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

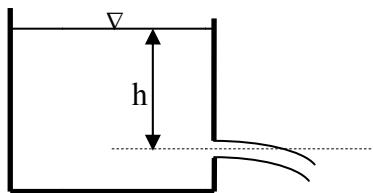
$$p_1 = p_2 = p_{atm} \quad z_1 = 0 \quad z_2 = H \quad V_2 = 0 \Rightarrow H = \frac{V_1^2}{2g}$$

### ۳-۱۸-۲ اندازه‌گیری دبی بهوسیله روزنه

روزنده مجرایی است که در داخل یک صفحه ایجاد می‌گردد و با قرار دادن آن به صورت عمود بر جهت جریان، میزان دبی را با استفاده از یکسری روابط خاص محاسبه می‌نمایند. روزنده‌ها به شکل مختلف وجود دارند اما سه فرم دایره، مربع و مستطیلی آن از همه متداول‌تر است.

همان‌طور که می‌دانیم ذرات آب پس از خروج از روزنه با شتاب ثقل آزاد رها می‌شوند به همین دلیل سرعت آنها از رابطه  $V = \sqrt{2gh}$  پیروی می‌کند. که در رابطه فاصله سطح آب تا مرکز ثقل روزنه است. بنابراین با توجه به رابطه  $Q = A \cdot V$  داریم:

$$V = A \cdot \sqrt{2gh} \quad (33-3)$$



شکل ۳۱-۳ مقطع قائم یک روزنه

اما به دلیل آنکه روزنه باعث ایجاد افت در سرعت و تخلیه می‌گردد که آن را به وسیله دو ضریب تصحیح می‌نماییم. بنابراین فرمول (۳۳-۳) به صورت زیر در می‌آید:

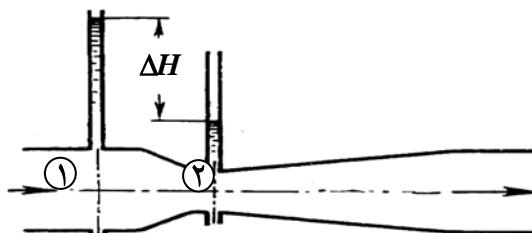
$$Q = C_V \cdot C_d \cdot A \sqrt{2gh} \quad (34-3)$$

$C_V$ : ضریب تصحیح سرعت که بین  $0/6$  تا  $0/7$  است.

$C_d$ : ضریب تخلیه که حدود  $0/6$  تا  $0/9$  است.

### ۳-۱۸-۳ لوله وانتوری

وانتوری برای اندازه گیری شدت جریان سیال (دبی سیال) در لوله‌ها به کار می‌رود (شکل ۳۲-۳). مطابق شکل، قسمت ورودی وانتوری از یک لوله با مقطع مخروطی تشکیل شده که به دنبال آن، یک لوله واگرا قرار گرفته است. از آنجا که مطابق شکل، سطح مقطع ۱-۱ بزرگ‌تر از سطح مقطع ۲-۲ است، لذا در مقطع اول، سرعت کمتر و فشار زیادتر است و اختلاف فشار دو مقطع را می‌توان به وسیله فشار سنج‌هایی که در این دو قسمت تعییه شده است، اندازه گیری نمود. اگر فشار در مقطع ۱ برابر  $P_1$ ، سرعت آن  $V_1$  و مقطع آن  $A_1$  باشد و مقادیر نظری آن برای مقطع ۲ به ترتیب  $P_2$ ،  $V_2$  و  $A_2$  فرض شود، با فرض توزیع یکنواخت سرعت در مقاطع و صرفنظر از افت، می‌توان رابطه برنولی را در مورد دو مقطع یاد شده به شرح زیر نوشت:



شکل ۳۲-۳ وانتوری [۲]

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

از آنجا که  $\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \Delta H$  است بنابراین رابطه به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \Delta H = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (35-3)$$

و چون طبق رابطه پیوستگی داریم  $Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} \quad \text{و} \quad V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

با قرار دادن مقادیر در رابطه ۳۵-۳ نتیجه زیر به دست خواهد آمد:

$$\Delta H = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{A_2^2 - A_1^2}{A_1 A_2} \right) \quad (36-3)$$

و یا

$$Q = \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_2^2 - A_1^2}} \sqrt{2g \Delta H} \quad (37-3)$$

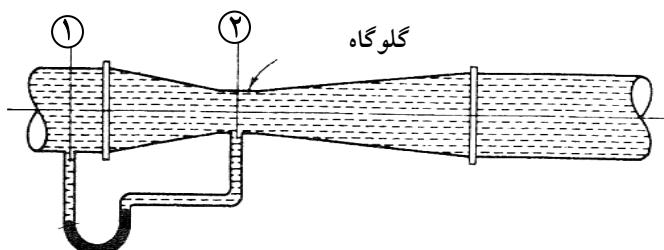
از آنجا که  $\frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_2^2 - A_1^2}} \sqrt{2g}$  مقدار ثابتی است که به هندسه وانتوری بستگی دارد

لذا اگر این مقدار را با  $C$  نشان دهیم، رابطه به صورت ساده زیر درمی آید:

$$Q = C \sqrt{\Delta H} \quad (38-3)$$

به عبارت دیگر، شدت جریان، تابعی از  $\Delta H$  است و بدین ترتیب، می توان فشارسنج را مستقیماً بر حسب شدت جریان مدرج کرد.

**مثال ۱۶-۳:** برای اندازه گیری دبی جریان روغن به چگالی  $0.9 \text{ kg/m}^3$  از یک لوله وانتوری استفاده کرده ایم که قطر آن در مقطع ۱ برابر  $15 \text{ cm}$  و در مقطع ۲ برابر  $10 \text{ cm}$  است. اختلاف فشار دو مقطع  $20 \text{ kPa}$  می باشد. دبی جریان را به دست آورید؟



شکل ۳۳-۳

حل: ابتدا معادله پیوستگی بین مقطع ۱ و ۲ را می‌نویسیم:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \frac{\pi}{4} (0.15)^2 V_1 = \frac{\pi}{4} (0.1)^2 V_2$$

$$V_1 = 56/59 Q \quad V_2 = 127/32 Q \quad \text{و به دست می‌آوریم:}$$

حال معادله برنولی را با توجه به  $z_1 = z_2$  به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$$

داریم:

$$\gamma = 0.9 \times 9806 = 8825 \frac{N}{m^3} \quad p_1 - p_2 = 20 kPa$$

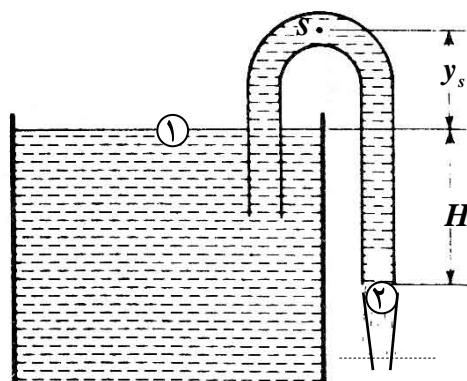
با جایگذاری این مقادیر و نیز جایگذاری  $V_1$  و  $V_2$  بر حسب  $Q$  داریم:

$$\frac{20000}{8825} = \frac{Q^2}{2g} \left[ \left( \frac{127}{32} \right)^2 - \left( \frac{56}{59} \right)^2 \right]$$

$$Q = 58/4 \frac{Lit}{s} \quad \text{با حل معادله فوق به دست می‌آوریم:}$$

### ۳-۱۸-۴ سیفون

لوله‌ای که مایع را از سطح آزاد بالاتر می‌برد و سپس آن را در ارتفاعی پایین‌تر از سطح آزاد تخلیه می‌کند، سیفون نام دارد. نکته جالب توجه این که فشار در بالاترین نقطه لوله سیفون در مقطع  $s$  کمتر از فشار جو است. بنابراین اگر این نقطه را بیش از اندازه از سطح آزاد مایع بالا ببریم، فشار در نقطه  $s$  به فشار بخار اشباع رسیده و سیفون دیگر قادر به تخلیه مایع نخواهد بود زیرا مایع به سرعت بخار شده و حباب‌های بخار مانع حرکت آن می‌شوند.



شکل ۳۴-۳ سیفون

فرض می‌کنیم که مایع سیفون را کاملاً پر کرده باشد و به طور پیوسته در آن جریان داشته باشد. معادله انرژی را بین نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$H = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l$$

$$H = \frac{V^2}{2g} + K \frac{V^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$K$  مجموع تمام ضرایب افت موضعی است. از ارتفاع نظیر سرعت فاکتور می‌گیریم:

$$H = \frac{V^2}{2g} (1 + K + \frac{fL}{D}) \quad (39-3)$$

روش حل این معادله مانند روش حل مسائل ساده جریان در لوله‌هاست. اگر دبی معلوم باشد، مستقیماً می‌توان  $H$  را تعیین کرد. اگر  $H$  معلوم باشد، برای تعیین دبی باید مقداری برای  $f$  فرض کرد و معادله را به روش آزمون و خطا حل نمود.

پس از حل معادله (۳۹-۳) می‌توانیم معادله را بین نقاط ۱ و ۲ بنویسیم و فشار در بالاترین نقطه سیفون را به دست آوریم:

$$= \frac{V^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + y_s + K' \frac{V^2}{2g} + f \frac{L' V^2}{D 2g}$$

$K'$  مجموع ضرایب افت موضعی بین نقاط موردنظر است.  $L'$  طول لوله تا  $s$  می‌باشد. از معادله فوق ارتفاع فشاری در بالاترین قسمت سیفون به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{P_s}{\gamma} = -y_s - \frac{V^2}{2g} (1 + K' + \frac{fL'}{D}) \quad (40-3)$$

این معادله نشان می‌دهد که فشار نسبی در قله سیفون منفی است.

**مثال ۱۷-۳:** سیفون نشان داده شده در شکل (۳۴-۳) دارای لوله به قطر ۱۲ mm بوده و ارتفاع سطح آزاد مایع درون مخزن آن از سطح مبنا ۳/۵m است. ارتفاع بالاترین نقطه لوله از سطح مبنا ۴/۸m و ارتفاع سطح خروجی لوله از سطح مبنا ۲/۲m و قطر مایع خروجی در مقطع ۲، ۱۰mm می‌باشد. دبی ایده‌آلی که از سیفون می‌گذرد را حساب کنید. فشار در بالاترین نقطه سیفون چقدر است؟

حل:

$$H = ۳/۵ - ۲/۲ = ۱/۳m$$

در این حالت:

با استفاده از معادله توریچلی داریم:

$$V_r = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 1/3} = 5.05 m/s$$

$$Q = V_r A = 5.05 \times \pi \times \frac{0.01}{4} = 0.397 L/s$$

برای تعیین فشار در مقطع ۳ از معادله برنولی بین نقاط ۱ و ۳ استفاده می‌کنیم.  
داریم:

$$P_1 = ? \quad P_3 = ?$$

$$V_1 = ? \quad V_3 = 5.05 \times \left( \frac{10}{12} \right) = 3.51 m/s$$

$$h_1 = 3/5m \quad h_3 = 4/8m$$

$$\rho = 10^3 kg/m^3$$

در نتیجه:

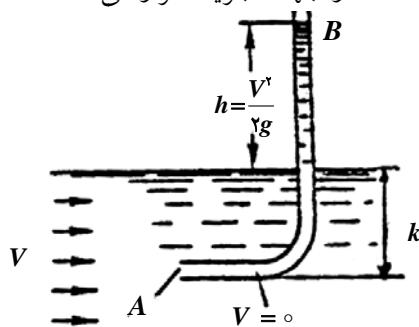
$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3$$

$$0 + 0 + 3/5 = \frac{p_3}{10^3 \times 9.81} + \frac{3/51}{2 \times 9.81} + 4/8$$

$$p_3 = -18/9 kPa$$

### ۳-۱۸-۵ لوله پیتو

لوله پیتو دستگاهی است که برای تعیین سرعت جریان به کار می‌رود و در حقیقت از یک لوله خمیده تشکیل شده است، که یک شاخه آن در امتداد جریان و دهانه آن به طرف بالا دست قرار می‌گیرد و شاخه دیگر لوله قائم بوده و به اتمسفر مربوط است که آن را مطابق شکل (۳۵-۳) در جهت جریان قرار می‌دهند.



شکل ۳-۳۵ لوله پیتو [۲۲۰] صفحه ۳

اگر رابطه برنولی را بین نقطه A و نقطه B بنویسیم، با توجه به اینکه فشار در نقطه B برابر فشار اتمسفر است، خواهیم داشت:

$$\frac{P_1}{\gamma} = z_1 + \frac{V_1^2}{2g}, \quad z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g},$$

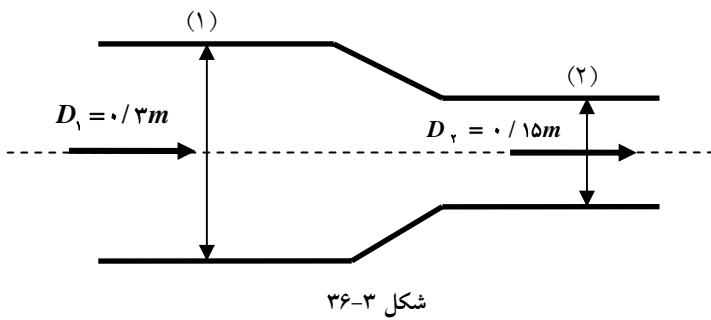
$$z_1 + k + \frac{V_1^2}{2g} = h + k + z_2 \Rightarrow h = \frac{V_1^2}{2g} \quad V_1 = \sqrt{2gh} \quad (41-3)$$

بنابراین ارتفاع h برابر ارتفاع نظیر سرعت مایع است و به کمک آن، می‌توان سرعت جریان را محاسبه کرد.

با توجه به کاربردهای معادله برنولی در زیر مثالهای متعددی آورده شده است.

**مثال ۱۸-۳:** نفت از یک لوله به قطر  $0/300$  متر با فشار  $300 \text{ kPa}$  به لوله‌ای به قطر  $0/150$  متر که در آن فشار  $120 \text{ kPa}$  است جریان دارد. اگر لوله‌ها افقی باشند و از اشراف لزجت صرف نظر کنیم، مقدار دبی نفت را محاسبه کنید؟

$$\gamma_{\text{نفت}} = 6/67 \text{ kN/m}^3$$



شکل ۳۶-۳

: حل

نقاط (۱) و (۲) را مطابق شکل بر روی محور دو لوله که در یک امتداد قرار دارند انتخاب می‌کنیم. همچنین بهتر است سطح مرجع را در لوله‌های افقی محور لوله در نظر بگیریم که در این صورت  $z_1 = z_2$  خواهد شد.  
اکنون رابطه برنولی را بین نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

چون  $z_1 = z_2$  است، بنابراین:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (1)$$

با توجه به داده‌های مسأله، در معادله فوق دو مجهول  $V_2, V_1$  وجود دارد بنابراین به یک معادله دیگر (معادله پیوستگی) نیاز است، براساس معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2$$

$$V_2 = \left( \frac{0.15}{0.10} \right)^2 V_1 \Rightarrow V_2 = 4 V_1$$

اگر در معادله (1) به جای  $V_2$  معادل آن را بحسب  $V_1$  از معادله (2) بگذاریم و ساده کنیم داریم:

$$15 V_1^2 = 2g \left( \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)$$

$$V_1^2 = \frac{2 \times 9.81}{15} \times \left( \frac{300 - 200}{6 - 67} \right) \Rightarrow V_1 = 5 / 94 m/s$$

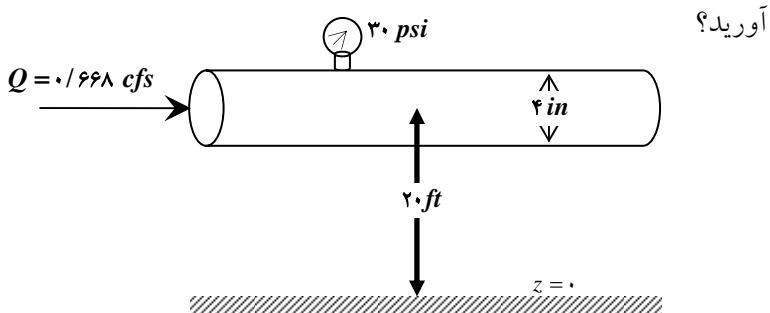
$$Q = A_1 V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi (0.10)^2}{4} \times 5 / 94 \Rightarrow Q = 0.142 m^3/s$$

مثال ۳-۱۹: از لوله‌ای به قطر  $666 \text{ mm}$  فوت مکعب بر ثانیه آب تحت فشار  $30 \text{ psi}$  عبور می‌کند.

الف) ارتفاع نظیر فشار را بحسب فوت آب حساب کنید؟

ب) ارتفاع نظیر سرعت را محاسبه کنید؟

ج) بار کل را نسبت به سطح مرجعی که  $20 \text{ ft}$  فوت زیر لوله قرار دارد به‌دست آورید؟



شکل ۳-۳

حل:

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{Ib}{in^3} \times \left( 144 \frac{in^3}{ft^3} \right)}{62.4 \left( \frac{Ib}{ft^3} \right)} = 69 / 2 ft \quad (\text{الف})$$

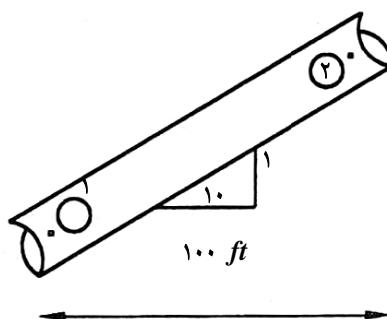
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.668}{\frac{\pi}{4} \left( \frac{4}{12} ft \right)^2} = 7.65 ft/s \quad (\text{ب})$$

بنابراین:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(7.65)^2}{2 \times 32.2 / 2} = 0.909 ft$$

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = 20 + 69 / 2 + 0 / 90.9 = 90 / 1 ft \quad (\text{ج})$$

**مثال ۲۰-۳:** آب به طور دائمی از یک مقطع به مقطع دیگر لوله شیب داری مطابق شکل این مثال جریان دارد. اگر در مقطع (۱) فشار استاتیک  $12 \text{ psi}$  و در مقطع (۲) فشار استاتیک  $5 \text{ psi}$  باشد، آب در کدام جهت جریان خواهد داشت؟



شکل ۲۰-۳

ابتدا معادله انرژی را از مقطع ۱ به مقطع ۲ می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma g} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l$$

$$+ \frac{12 \frac{lb}{in^2} \times 144 \frac{in^2}{ft^2}}{62/4 \frac{slug}{ft^2}} + \frac{V_1^2}{2g} = 10 + \frac{5 \frac{lb}{in^2} \times 144 \frac{in^2}{ft^2}}{62/4 \frac{slug}{ft^2}} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l$$

چون سطح مقطع لوله ثابت است بنابراین  $V_1 = V_2$  خواهد بود که در نتیجه از طرفین رابطه فوق حذف خواهند شد. بنابراین پس از ساده کردن رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\sum h_l = 61/15 ft$$

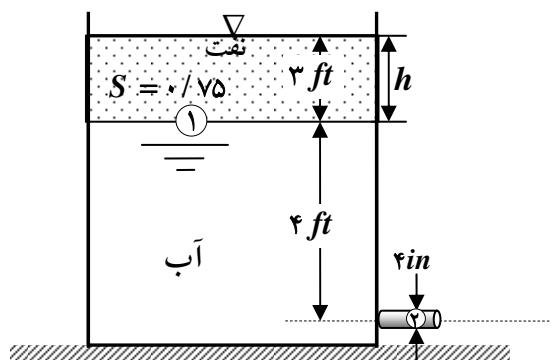
همچنین اگر معادله انرژی را از مقطع (۲) به مقطع (۱) بنویسیم:

$$z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \sum h_l$$

$$\sum h_l = z_2 - z_1 + \frac{P_2 - P_1}{\gamma} = 10 + \frac{(5 - 12) \times 144}{62/4} = -6/15 ft$$

چون افت بار محاسبه شده از (۱) به طرف (۲) مثبت است، بنابراین جهت صحیح جریان از (۱) به طرف (۲) می‌باشد.

**مثال ۳-۲۱:** با چشم‌پوشی از تلفات، مقدار دبی جریان در شکل (۳۹-۳) را به دست آورید؟



شکل ۳۹-۳

**حل:** اگر برای این مسئله نقاط ۱ و ۲ را مطابق مثال قبل در سطح مخزن و خروجی در نظر بگیریم، پاسخ مسئله درست نخواهد بود، زیرا مخزن از دو نوع مایع

تشکیل شده است. به این دلیل نقطه (۱) را در فصل مشترک دو مایع، نقطه ۲ را در خروجی جت از مخزن و سطح مرتع را محور جت خروجی در نظر می‌گیریم. بنابراین می‌توان نوشت:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

می‌دانیم فشار در نقطه ۱ در شکل فوق برابر ارتفاع سтон نفت در روی آن است، یعنی:

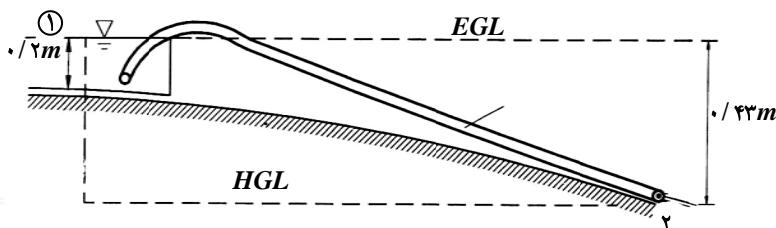
$$P_1 = SG_{نفت} \times \gamma \times h \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} = SG_{نفت} \times h = ۰/۷۵ \times ۳ = ۲/۲۵ \text{ ft}$$

همچنین  $V_1 = ۰$  چون سطح مخزن بزرگ است،  $P_2 = ۰$  چون فشار نسبی در ۲ صفر است و  $Z_2 = ۰$  چون سطح مرتع از (۲) می‌گذرد. بنابراین رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$۴ + ۲/۲۵ + ۰ = ۰ + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow ۶/۲۵ = \frac{V_2^2}{2 \times ۳۲/۲} \Rightarrow V_2 = ۲۰/۰۵ \text{ ft}$$

$$Q = A_r V_2 = \frac{\pi}{4} \left( \frac{۴}{۱۲} \text{ ft} \right)^2 \times ۲۰/۰۵ = ۱/۷۵ \text{ ft}^3/s$$

مثال ۲۲-۳: از یک لوله پلاستیکی به قطر ۲۰ mm برای تخلیه آب استخراج استفاده می‌شود. خط شیب هیدرولیکی HGL و خط شیب انرژی EGL را برای شکل این مثال ترسیم کنید؟ از تلفات چشمپوشی کنید.



شکل ۴۰-۳

چون  $P_1 = P_2 = ۰$  (فشار نسبی در ۱ و ۲ صفر است)،  $V_1 = ۰$  (مخزن بزرگ است)،  $Z_2 = ۰$  (سطح مرتع از ۲ می‌گذرد)

$$z_1 = ۰/۲ + ۰/۲۳ = ۰/۴۳ \text{ m}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} &= z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \\ . / 43 + 0 + 0 &= 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = . / 43 m \end{aligned}$$

چون جریان ایده‌آل (بدون تلفات) است و هیچ پمپ یا توربینی در مسیر جریان وجود ندارد، شیب انرژی EGL افقی و هم سطح با ارتفاع آب در مخزن خواهد بود.

شیب هیدرولیکی HGL به مقدار  $\frac{V^2}{2g}$  پایین‌تر از EGL مطابق شکل قرار دارد. چون قطر لوله ثابت است. بنابراین سرعت جریان در لوله ثابت خواهد بود و نمودار فوق به دست خواهد آمد.

**مثال ۳-۲۳:** روندی به جرم مخصوص نسبی ۰/۷۶۱ از مخزن A به مخزن E در جریان است. (شکل ۳-۴۱). انرژی در قسمت‌های مختلف سیستم، از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\text{از A تا B رابطه } \frac{V_1^2}{2g} / .$$

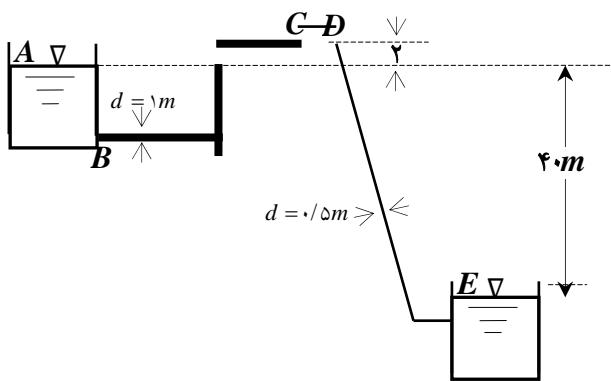
$$\text{از B تا C از رابطه } \frac{V_1^2}{2g} / .$$

$$\text{از C تا D از رابطه } . / 4 \frac{V_{1/5}^2}{2g}$$

$$\text{از D تا E از رابطه } . / 5 \frac{V_{1/5}^2}{2g}$$

الف) شدت جریان Q را محاسبه کنید؟

ب) فشار در نقطه C را به دست آورید؟



شکل ۳-۴۱

حل:

الف) با توجه به اینکه سرعت در نقاط A و E ناچیز است، بنابراین می‌توان آنها را معادل صفر در نظر گرفت. اگر فشار نسبی هوا را صفر فرض کنیم و ارتفاع نقطه E را به عنوان مبدأ در نظر گیریم، رابطه برنولی بین A و E به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} &= z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + \sum h_{A \rightarrow E} \\ 40.000 &= 40.000 + \left( 0.6 \frac{V_1^2}{2g} + 9 \frac{V_1^2}{2g} + 0.4 \frac{V_{.5}^2}{2g} + 9 \frac{V_{.5}^2}{2g} \right) \\ 40 &= 9.6 \frac{V_1^2}{2g} + 9.4 \frac{V_{.5}^2}{2g} \end{aligned}$$

با توجه به رابطه پیوستگی داریم:

$$\frac{\pi}{4} (1) \times V_1 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times V_{.5} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{4} V_{.5}$$

بنابراین اگر از این رابطه مقدار  $V_{.5}$  را بر حسب  $V_{.5}$  حساب کرده و در رابطه قبلی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$V_{.5} = 8/86 m/s , Q = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8/86 = 1/74 m^3/s$$

ب) با نوشتن رابطه برنولی بین A و C و انتخاب A به عنوان مبدأ خواهیم داشت:

$$40.000 = 2 + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + (0.60 + 9.0) \frac{V_1^2}{2g}$$

از طرفی بر اساس رابطه پیوستگی داریم:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{1}{16} \frac{V_{.5}^2}{2g} = \frac{(8/86)^2}{16 \times 2g} = \frac{1}{4} , V_1 = 2/21 m/s$$

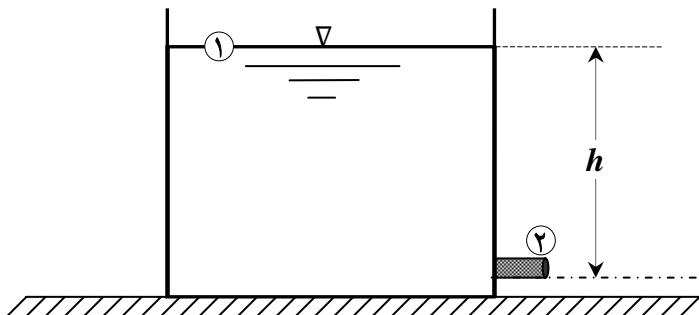
اگر این مقدار را در رابطه قبلی قرار دهیم، فشار در نقطه C به شرح زیر حاصل خواهد شد:

$$h = \frac{P_C}{\gamma} = -0/15 \quad \text{متر روغن}$$

برای تبدیل این فشار به پاسکال به شرح زیر عمل می‌کنیم:

$$P_C = \gamma h = 0/761 \times 1000 \times 9/81 (-0/15) = -1119/8 Pa$$

**مثال ۲۴-۳:** مطابق شکل یک مخزن بزرگ حاوی مایع، دارای یک سوراخ به عنوان خروجی می‌باشد، سرعت جت خروجی از این مخزن چقدر است؟



شکل ۴۲-۳

در اینجا چون مخزن فقط حاوی یک نوع مایع است پس نقاط ۱ و ۲ را مطابق شکل انتخاب می‌کنیم و سطح مبنا را محور جت خروجی در نظر می‌گیریم.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$P_1 = 0$  (چون فشار نسبی در سطح مخزن صفر است)،  $V_1 = 0$  (چون سطح مخزن خیلی بزرگ است)  $P_2 = 0$  (چون فشار جت خروجی برابر فشار اتمسفر است و از آنجا که در محاسبات از فشار نسبی استفاده می‌شود، فشار خروجی در (۲) صفر است). همچنین  $z_2 = 0$  چون واقع بر سطح مرجع است و  $h = z_1$  است.

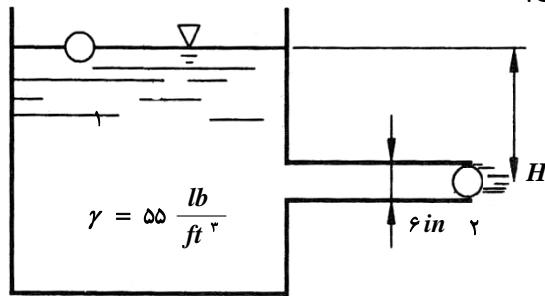
از رابطه (۱) نتیجه می‌شود:

$$h = z_1 = \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh}$$

مثال ۳-۲۵: تراز آب سطح مخزن نسبت به محور لوله خروجی  $H = 25 \text{ ft}$

می‌باشد. اگر مقدار تلفات مطابق شکل ذیل معادل  $\frac{3V_1^2}{2g}$  ft باشد؛ مقدار دبی

جریان چقدر است؟



شکل ۴۳-۳

حل:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_r + \frac{p_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + \sum h_l$$

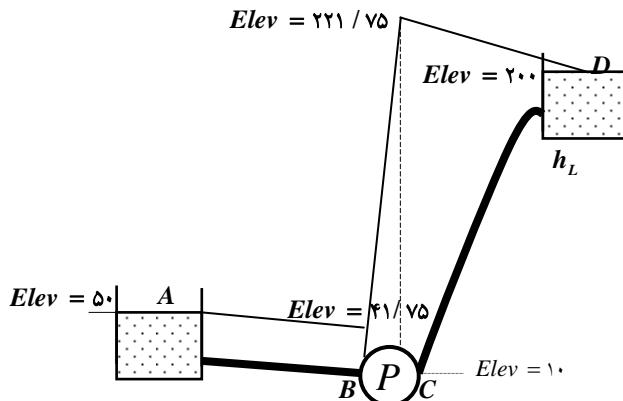
$$H_{++0} = z_r + \frac{V_r^2}{2g} + \frac{3V_r^2}{2g}$$

دقت کنید فشار نسبی در نقاط (۱) و (۲) صفر است و سطح مرجع محور لوله ( $z_r = 0$ ) است. چون سطح مخزن بزرگ است  $V_r = 0$  می‌باشد.

$$V_r = 20/0.5 \text{ ft/s}$$

$$Q = A_r V_r = \frac{\pi}{4} \left( \frac{6}{12} \right)^2 \times 20/0.5 = 3/94 \text{ cfs} \left( \frac{\text{ft}^3}{\text{s}} \right)$$

مثال ۴۵-۳: در شکل (۴۵-۳) روغنی به جرم مخصوص نسبی  $0.762$  به وسیله پمپ BC از مخزن A به مخزن D منتقل می‌شود. اگر افت انرژی از A تا B معادل  $8/25$  متر آب و از C تا D معادل  $21/75$  متر آب باشد، قدرت پمپ را محاسبه و خط انرژی در طول خط لوله را رسم کنید؟ قطر لوله در تمام قسمت‌ها یک متر و شدت جریان مایع در لوله  $60$  لیتر در ثانیه است.



شکل ۴۵-۳

حل: سرعت مایع در مخازن A و D به قدری ناچیز است که می‌توان از آن صرفنظر کرد. اگر خط BC را به عنوان مینا در نظر گیریم و از فشار هوا صرفنظر کنیم و رابطه برنولی را بین A و D بنویسیم، خواهیم داشت:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V^2_A}{2g} + H_{Pump} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V^2_D}{2g} + \sum h_l$$

$$40 + 0 + 0 + H_{Pump} = 190 + 0 + 0 + (8/25 + 21/75)$$

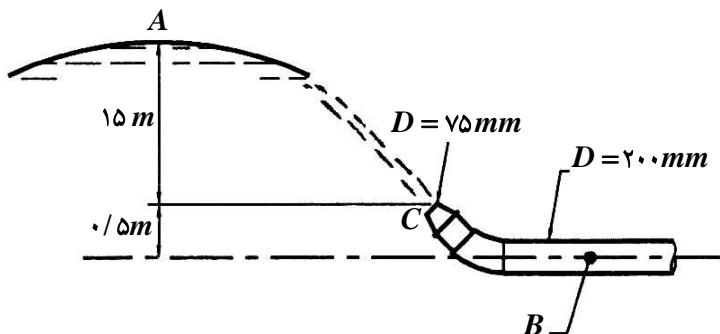
$$H_{Pump} = 180 \text{ m}$$

$$P_{Pump} = \gamma H Q = 9.81 \times 1000 \times 180 \times 0.06 = 105948 \text{ W} = 106 \text{ KW}$$

برای رسم خط انرژی به این نکته توجه می‌کنیم که این خط در نقطه A در ارتفاع ۵۰ متری بالای خط مبنای صفر قرار دارد. از نقطه A تا B خط انرژی به اندازه  $8/25$  متر سقوط می‌کند به طوری که ارتفاع آن در نقطه B برابر  $41/75 = 50 - 8/25 = 41/75$  متر خواهد بود. در اثر پمپ، ارتفاع خط انرژی به اندازه ارتفاع نظیر پمپ یعنی ۱۸۰ متر بالاتر می‌رود و ارتفاع آن معادل  $180 + 41/75 = 221/75$  متر خواهد شد. بین نقاط C و D خط انرژی به اندازه  $21/75$  متر سقوط می‌کند و ارتفاع آن در نقطه D برابر  $221/75 - 21/75 = 200$  متر است.

به کمک این اطلاعات، می‌توان خط انرژی را مطابق شکل رسم کرد.

**مثال ۲۸-۳:** در شکل (۴۴-۳)، سرعت در نقطه A برابر با  $18 \text{ m/s}$  می‌باشد، فشار در نقطه B را به دست آورید؟ از اصطکاک صرفنظر کنید.



شکل ۴۴-۳

$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + \sum h_l$$

$$\frac{P_B}{9.81} + \left( \frac{V_B^2}{2 \times 9.81 / 1000} \right) + \dots = \dots + \left( \frac{18}{2 \times 9.81 / 1000} \right) + (0.5 + 15) + \dots$$

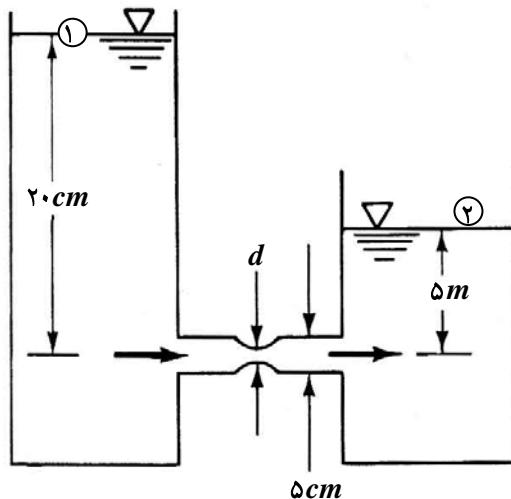
$$P_B = -0.49991 \times V_B^2 + 313 / 78 \quad , \quad \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_C$$

$$\dots + \frac{V_C^2}{(2 \times 9.81 / 1000)} + \dots = \dots + \frac{18}{2 \times 9.81 / 1000} + 15 + \dots \Rightarrow V_C = 24 / 86$$

$$A_B V_B = A_C V_C \Rightarrow \left[ (\pi) \left( \frac{200}{1000} \right)^2 \frac{1}{4} (V_B) \right] (V_C) = \left[ (\pi) \left( \frac{75}{1000} \right)^2 \frac{1}{4} (V_C) \right] (V_C)$$

$$V_B = 3 / 496 \text{ m/s} \quad , \quad P_B = (-0.49991)(3 / 496)^2 + 313 / 78 = 307 / 68 \text{ kN/m}^2$$

مثال ۳-۲۹: دبی جریان بین دو مخزن مطابق شکل،  $\frac{L}{s} = 16$  می باشد، افت بار در لوله ها را به دست آورید؟ اگر فشار اتمسفر  $100 \text{ kPa}$  و فشار بخار آب  $8 \text{ kPa}$  باشد، کاویتاسیون در چه قطری (D) رخ می دهد؟ از تلفات ناشی از تغییر قطر و نتوری صرفنظر کنید.



شکل ۳-۴۶

حل:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + z_r + h_f$$

$$V_{\text{گلوبی}} = \frac{Q}{A_{\text{گلوبی}}}$$

$$0+0+20=0+0+5+h_f = 15 \text{ m}$$

با فرض اینکه در مرکز تنگ شدگی یعنی  $\frac{15}{2} = 7.5 \text{ m}$ ، افت بار در هر طرف تنگ شدگی مساوی ( $h_f = 7.5 \text{ m}$ ) باشد، داریم:

$$V = \left[ \frac{\cdot / 0.16}{\frac{\pi d^2}{4}} \right]$$

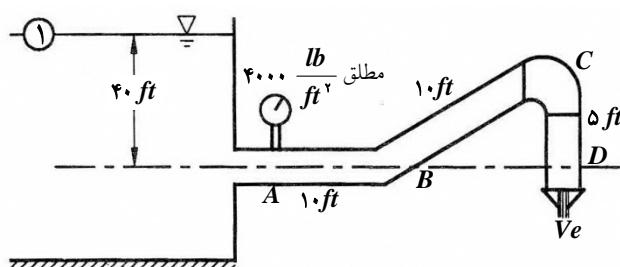
معادله برنولی را بین نقطه (۱) و تنگ شدگی مقطع با در نظر گرفتن

$$\text{گلوبی } P = \gamma kPa \text{ و } P = P_{atm} = 101 kPa$$

$$\frac{100}{9.8} + 0 + 20 = \frac{8}{9.8} + \left( \frac{V_{\max}^2}{2 \times 9.8} \right) + 0 + 7.5 \Rightarrow V_{\max} = 20 \text{ m/s}$$

$$20 = \left[ \frac{\cdot / 0.16}{\frac{\pi d^2}{4}} \right] \Rightarrow d = 0.314 \text{ m}$$

مثال ۳۰-۳: در سیستم شکل (۴۷-۳) قطر لوله ۶ in و قطر شپوره (Nozzle) خروجی ۲in است. سرعت جریان خروجی  $V_e$  را محاسبه کنید؟ از تلفات چشم پوشی کنید.



شکل ۴۷-۳

حل:

در این مثال چون فشار مطلق A داده شده است، لازم است فشار اتمسفر را در نقطه 1 در نظر بگیریم:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$40 \text{ (ft)} + \frac{14 / \sqrt{\left(\frac{lb}{ft^2}\right) \times 144 in^2 / ft^2}}{62 / 4 \frac{lb}{ft^3}} + \dots = \dots + \frac{400 \cdot \left(\frac{lb}{ft^2}\right)}{62 / 4 \left(\frac{lb}{ft^2}\right)} + \frac{V_A^2}{2 \times 32 / 2 \left(\frac{ft}{s^2}\right)}$$

$V_A = 25 / 14 \frac{ft}{s}$   
و چون قطر لوله در D,A یکسان است، بنابراین  $V_A = V_D = 25 / 14 \frac{ft}{s}$  خواهد بود. اکنون رابطه پیوستگی را بین D و خروجی شیپوره می‌نویسیم:

$$A_D V_D = A_e V_e$$

$$\frac{\pi}{4} \left( \frac{6}{12} \right)^2 \times 2514 = \frac{\pi}{4} \left( \frac{3}{12} \right)^2 \times V_e \Rightarrow V_e = 100 / 56 \frac{ft}{s}$$

دقت کنید اگر در این مثال، معادله برنولی بین نقطه (1) و خروجی شیپوره نوشته می‌شد، جواب فوق برای  $V_e$  حاصل نمی‌شد. دلیل این امر عدم استفاده از فشار مطلق معلوم در  $A$  و نامشخص بودن فاصله قائم خروجی شیپوره از سطح مرجع عبوری از D می‌باشد.

### سؤالات فصل جریان سیالات، مفاهیم و معادلات اصلی

۱. در جریان آشفته.....

(۱) ذرات سیال به طور منظم حرکت می‌کنند.

(۲) نیروی پیوستگی مولکول‌ها از انتقال مومنتوم در ایجاد تنفس برشی مؤثرتر است.

(۳) انتقال مومنتوم فقط در مقیاس مولکولی صورت می‌گیرد.

(۴) عموماً تنفس برشی در جریان آرام مشابه بیشتر است.

۲. لزجت گردابی.....

۱) یک خاصیت فیزیکی است.

۲) به آشفتگی جریان و جرم مخصوص سیال وابسته است.

۳) مستقل از نوع جریان است.

۴) تابع دما و فشار سیال است.

۳. جریان یک بعدی:

۱) جریان یکنواخت دائمی است.

۲) جریان یکنواخت است.

۳) جریانی است که در آن تغییر مشخصات در امتداد عمود بر جریان ناچیز است.

۴) منحصر به جریان در خط مستقیم است.

۴. جریان آشفته عموماً در حالتی اتفاق می‌افتد که.....

۱) سیال بسیار لزج باشد.

۲) مجاری جریان مانند لوله‌های مویین بسیار باریک باشند.

۳) لزجت سیال کم سرعت جریان زیاد و مجاری جریان بزرگ باشد.

۴) حرکت سیال بسیار آرام باشد.

۵. سیال ایده‌آل.....

۱) بسیار لزج است

۳) دارای اصطکاک و تراکم پذیر می‌باشد. ۴) بدون اصطکاک و تراکم ناپذیر می‌باشد.

۶. در جریان آرام.....

۱) حتی برای حالات بسیار ساده محتاج به انجام آزمایش هستیم.

۲) قانون لزجت نیوتن صادق است.

۳) ذرات سیال در مسیر نامنظم و درهم حرکت می‌کنند.

۴) لزجت سیال دارای اهمیت نیست.

۷. جریان یکنواخت جریانی است که.....

۱) دائمی باشد.

۳) در هر نقطه بردار سرعت آن ثابت بماند. ۴) در آن  $\frac{\partial V}{\partial s}$  صفر باشد.

۸. از جریان‌های زیر کدامیک نمونه عملی جریان دائمی غیر یکنواخت است؟

۱) جریان آب دریاچه در اطراف کشتی

(۲) جریات آب رودخانه در اطراف پایه‌های پل

(۳) جریان با دبی افزایش یابنده در لوله

(۴) جریان با دبی کاهش یابنده در یک مجرای همگرا

..... ۹. خط جریان.....

(۱) خطی است که از نقاط وسط مقاطع جریان می‌گذرد.

(۲) تنها برای جریان یکنواخت تعریف می‌شود.

(۳) در هر نقطه برابر سرعت عمود است.

(۴) در جریان دائمی در فضا ثابت است.

..... ۱۰. حجم کنترل.....

(۱) ناحیه معینی از فضا است.

(۲) جرم معینی از فضا است.

(۳) یک سیستم ایزوله است.

..... ۱۱. معادله پیوستگی.....

(۱) ایجاب می‌کند که قانون دوم نیوتون در تمام نقاط برابر باشد.

(۲) بیان کننده رابط انرژی و کار است.

(۳) بیان می‌کند که سرعت واقعی در روی مرز نسبت به مرز صفر است.

(۴) مومنتوم بر واحد حجم را برای دو نقطه روی خط جریان به یکدیگر ارتباط می‌دهد.

۱۲. آب در لوله‌ای به قطر  $50\text{ cm}$  با سرعت  $3\text{ m/s}$  جریان دارد دبی جریان بر حسب

متراکعب در ثانیه کدام است؟

(۱)  $0.589$       (۲)  $1/50$

(۳)  $2/536$       (۴)  $4/71$

..... ۱۳. معادله پیوستگی برای جریان سیال ایده‌آل.....

(۱) بیان می‌کند که دبی حجمی خالص ورودی به داخل هر حجم کوچک صفر می‌باشد.

(۲) بیان می‌کند که انرژی در طول خط جریان ثابت است.

(۳) بیان می‌کند که انرژی در تمام نقاط سیال یکسان است.

(۴) تنها برای جریان چرخشی به کار می‌رود.

$$14. \text{ واحد جملات معادله } C = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \text{ کدام است؟}$$

$$N \quad (2) \qquad m.N/s \quad (1)$$

$$m.N/N^2 \quad (4) \qquad m.N/kg \quad (3)$$

..... ۱۵. ضریب تصحیح انرژی جنبشی

$$1) \text{ در معادله پیوستگی به کار می رود. } \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA \quad (2) \text{ با رابطه بیان می شود.}$$

$$3) \text{ با رابطه } \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA \quad (4) \text{ با رابطه } \frac{1}{A} \int_A \frac{u}{V} dA \quad \text{بیان می شود.}$$

۱۶. ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای توزیع سرعت خطی بین دو صفحه چقدر است؟

$$1) \quad 0 \quad (1)$$

$$2) \quad \frac{4}{3} \quad (4) \quad 3) \quad \frac{4}{3} \quad (3)$$

۱۷. برای به دست آوردن معادله  $\sum F_x = \rho Q(V_{x(out)} - v_{x(in)})$  با کدامیک از فرضیات زیر بیان می شود؟

۱) سرعت روی مقاطع ثابت است. ۲) جریان دائمی است.

۳) جریان یکنواخت است. ۴) سیال تراکم ناپذیر است.

۱۸. ضریب تصحیح مومنتم به کدامیک از صورت های زیر بیان می گردد؟

$$\frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{A} \right)^2 dA \quad (2) \qquad \frac{1}{A} \int_A \frac{u}{V} dA \quad (1)$$

$$\frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA \quad (4) \qquad \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA \quad (3)$$

۱۹. برای توزیع سرعت خطی بین دو صفحه، ضریب تصحیح مومنتم چقدر است؟

$$1) \quad 0 \quad (1)$$

$$2) \quad \frac{4}{3} \quad (4) \quad 3) \quad \frac{4}{3} \quad (3)$$

۲۰. دریک خم  $180^\circ$  به قطر  $50mm$  مایعی به جرم مخصوص  $kg/m^3$   $1000$  جریان دارد سرعت  $m/s$   $6$  و فشار نسبی صفر است. نیروی جدا کننده خم از لوله بر حسب نیوتون کدام است؟

$$70/5 \quad (2) \quad 0 \quad (1)$$

$$5/5 \quad (4) \quad 141 \quad (3)$$

۲۱. معادله برنولی به شرطی بین دو نقطه از جریان یک سیال صادق است که ..... باشد.

(۱) خطوط جریان موازی

(۲) خطوط جریان دارای انحنای

(۳) سیال غیرچرخشی، غیرویسکوزیته و غیرقابل تراکم

(۴) سیال غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

۲۲. اگر آب در رودخانه‌ای با سرعت  $v$  جریان داشته باشد فشار آب وارد بر پایه پلی در مسیر این جریان چقدر است؟

$$p = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2) \quad p = \rho gh \quad (1)$$

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (4) \quad p = p_0 + \rho gh \quad (3)$$

۲۳. خط جریان عبارت است از:

(۱) خطی که کل انرژی جریان را نشان می‌دهد.

(۲) خطی که جریان مقطع عرضی (سطح مقطع) را نشان می‌دهد.

(۳) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت مماس بر آن است.

(۴) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت ترسیمی عمود بر آن است.

۲۴. کدام عبارت زیر معادل شبیه خط انرژی سیال است؟

(۱) گردایان انرژی جنبشی سیال در طول لوله

(۲) گردایان انرژی پتانسیل در طول لوله

(۳) گردایان پیزومتریک یک سیال در طول لوله

(۴) گردایان مجموع انرژی جنبشی و پیزومتریک سیال در طول لوله

۲۵. معادله برنولی در امتداد خط جریان در کدام شرایط صادق است:

(۱) جریان دائم، غیرچرخشی و غیرویسکوز

(۲) جریان دائم غیرچرخشی و قابل تراکم

(۳) جریان دائم غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

(۴) جریان غیرچرخشی، غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

۲۶. جریان غیرلزج جریانی است که در آن:

۱) گرادیان فشار ناچیز باشد ۲) گرادیان سرعت ناچیز باشد.

۳) لزجت سیال صفر باشد ۴) ویسکوزیته نداشته باشد.

$$27. \text{ رابطه برنولی} \quad P_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = P_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad \text{را می‌توان در هر لحظه}$$

۱) در تمام میدان یک جریان تراکم‌ناپذیر غیرچرخشی بین هر دو نقطه نوشته.

۲) در جریان بالا جهت خیلی کم مثل هوا در امتداد یک لوله جریان در هر طولی نوشته.

۳) در امتداد خط جریان در لایه مرزی لامینار نوشته.

۴) فقط در امتداد دو نقطه هر خط جریان وقتی که سیال ثابت باشد، می‌توان نوشته.

۲۸. در چه صورتی می‌توان از معادله برنولی بین دو نقطه دلخواه استفاده کرد؟

۱) خطوط جریان همگرایی داشته باشند.

۲) سیال غیرلزج باشد.

۳) از افت فشار صرفنظر گردد.

۴) در هر شرایطی می‌توان از معادله برنولی بین هر دو نقطه دلخواه استفاده کرد.



## فصل چهارم

### جريان عبوری از لوله‌ها

#### ۱-۴ مقدمه

یکی از راههای انتقال و توزیع آب شرب در شهرها سیستم لوله‌هایی باشد. معمولاً آب از محل سدها یا چاهها با لوله‌هایی که قطر آنها تأمین‌کننده نیاز محل مصرف است، به مخازن تصفیه و سپس به منازل منتقل می‌گردد. مساله اصلی مربوط به لوله‌ها، افت انرژی ناشی از حرکت سیال است. حرکت آب در لوله‌ها از محلی که انرژی بیشتری دارد به سمت محلی که انرژی کمتری است بر طبق معادله انرژی یا برنولی صورت می‌گیرد.

در فصول گذشته معادلات اصلی مربوط به تحلیل جريان سیال را تشریح کردیم. در اغلب موارد فرض کردیم که سیال بی اصطکاک و تلفات صفر باشد، بی‌آنکه در مورد علل ایجاد آنها تفحص کنیم. در این فصل به بررسی جريان سیال واقعی می‌پردازیم، یعنی وضعیتهايی را مطالعه می‌کنیم که در آنها تلفات اهمیت دارد. یکی از علل پدید آمدن تلفات، لزجت سیال است که باعث می‌شود در جريان تنش‌های برشی به وجود آیند.

برای درک مفهوم لزجت، سه بطری هم اندازه را در نظر بگیرید. اولین بطری را با یک مایع سبک مثل الکل، دومین بطری را با آب و سومین بطری را با روغن به یک میزان پر کنید. اگر هر سه بطری را به یک مقدار کم کنید، متوجه خواهید شد که بطری حاوی الکل ابتدا خالی می‌شود و سپس به ترتیب بطری‌های آب و روغن خالی خواهند شد. با تحلیل این مسئله در می‌یابیم که هر مایع دارای خاصیتی به نام لزجت است که

دبی جریان مایع را کنترل می‌کند.

#### ۲-۴ انواع جریان در لوله‌ها

جریان سیالات در لوله‌ها به دو گونه ۱. آرام (لایه‌ای) ۲. آشفته (درهم) صورت می‌گیرد که در این بخش به بررسی آنها می‌پردازیم.

#### ۱-۲-۴ جریان آرام<sup>۱</sup> (ورقه‌ای)

هنگامی که حرکت سیال به صورت لایه‌های موازی با یکدیگر صورت گیرد، جریان از نوع آرام است که مربوط به مایعات بسیار لزج مثل حرکت روغن یا گلیسیرین در لوله یا مایعات با سرعت کم می‌باشد. این نوع جریان به ندرت در طبیعت یافت می‌شود. برای مثال حرکت آب در لایه‌های زیرزمین که سرعت آن در حدود چند متر در سال است نمونه‌هایی از جریان آرام هستند.

#### ۲-۲-۴ جریان آشفته<sup>۲</sup> (متلاطم یا درهم)

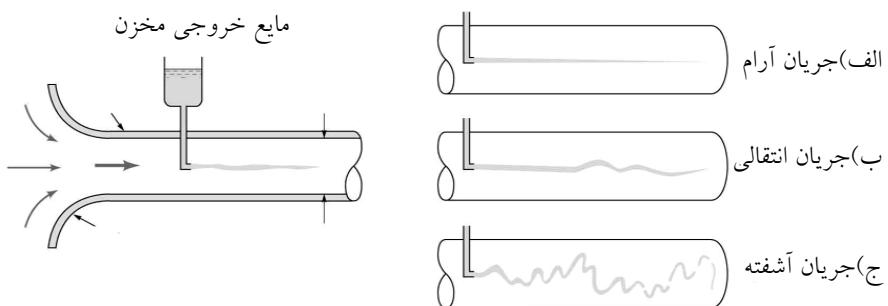
جریان آشفته جریانی است که در آن بی ثباتی و ناپایداری به طور مداوم وجود دارد، همچنین در جریان آشفته قسمت‌های مختلف سیال با هم مخلوط شده و فشار و سرعت جریان در هر نقطه نسبت به زمان متغیر است. در حالت جریان متلاطم، فقط امتداد تقریبی خطوط جریان از شکل بستر تعیت می‌نماید و در حالت کلی حرکت ذرات سیال نامنظم بوده و مسیر آنها به صورت منحنی‌های نامشخص می‌باشد. در این حالت تبادل مومنتم شدیدی بین ذرات وجود خواهد داشت. برای مثال حرکت آب در لوله‌ها با سرعت زیاد و جریان در رودخانه‌ها کوهستانی نمونه‌هایی از جریان آشفته هستند.

#### ۳-۴ معیار آرام یا آشفته بودن جریان با استفاده از عدد رینولدز

مخزن شکل (۱-۴) را در نظر بگیرید که مایع درون مخزن توسط لوله‌ای از انتهای مخزن در حال تخلیه است. در ابتدای آزمایش، لوله توسط شیری بسته شده است. درون لوله،

1. Laminar  
2. Turbulent flow

طرف کوچکی حاوی یک ماده رنگی است که در صورت جاری شدن مایع درون لوله، ماده رنگی نیز حرکت خواهد کرد. اگر شیر را به مقدار کمی باز کنیم، مایع درون لوله با سرعت کم درون لوله حرکت خواهد کرد. ماده رنگی نیز به واسطه حرکت مایع درون لوله حرکت می‌کند. در سرعت‌های پایین مایع، ماده رنگی به صورت یک لایه نازک درون لوله حرکت می‌کند. با افزایش سرعت مایع (باز شدن بیشتر لوله) هنوز ماده رنگی به صورت لایه درون لوله جاری است تا اینکه به حالت حدی می‌رسیم که در آن ماده رنگی از حالت لایه آرام و صاف خارج شده و شروع به نوسان می‌کند.



شکل ۱-۴

حالتی که ماده رنگی به صورت لایه‌ای درون لوله حرکت می‌کند را جریان آرام و حالتی که مایع از حالت لایه‌ای خارج می‌شود را جریان انتقالی (گذرا یا بینابین) گویند. با افزایش سرعت مایع، نوسان ماده رنگی بیشتر شده ولی هنوز پیوستگی خود را حفظ کرده و در لوله پخش نشده است و جریان هنوز انتقالی است. با افزایش بیشتر سرعت مایع به حالت حد دوم می‌رسیم که در آن ماده رنگی درون لوله پخش شده و هیچ تمایز بین ماده رنگی و مایع اولیه وجود ندارد. به این حالت، جریان آشفته یا مغوش گویند. (شکل ج ۱-۴)

برای اینکه این آزمایش را برای مقاطع مختلف تکرار نکنیم و برای سهولت کار عدد بدون بعدی به نام عدد رینولدز تعریف می‌شود که معیاری برای تعیین نوع جریان می‌باشد.

شرایطی که سبب بروز هر کدام از جریان‌های آرام و آشفته می‌شود در سال

۱۸۸۳ توسط شخصی به نام آزبون رینو لدز<sup>۱</sup> بررسی گردید. وی دریافت که سه عامل در نوع حرکت نقش دارند:

۱. سرعت سیال: هر چه سرعت بالاتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.
  ۲. لزجت (ویسکوزیته یا گرانروی) سیال: هر چه لزجت کمتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.
  ۳. قطر لوله: هر چه قطر لوله بیشتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.
- لذا رینو لدز نتایج فوق را در یک عدد که شاخص نوع حرکت باشد خلاصه نمود. این عدد یک کمیت بدون بعد است و بنام عدد رینولذ معروف شده است و به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{VD}{\mu} = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (1-4)$$

که در آن:  $Re$ : عدد رینو لدز؛  $V$ : سرعت متوسط جریان در لوله؛  $D$ : قطر لوله؛  $\mu$ : لزجت سینماتیکی،  $\rho$ : چگالی سیال و  $\mu$ : لزجت دینامیکی سیال است. عدد رینولذ نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجی است. حال اگر این نسبت کوچک باشد، به این معنی است که نیروی لزجی قابل ملاحظه است و می‌تواند از آشفتگی جریان جلوگیری کند. در این حالت جریان سیال آرام خواهد بود. ولی اگر عدد رینولذ بزرگ باشد، نیروی لزجی در برابر اینرسی قابل صرفنظر کردن است. در این حالت اینرسی سبب ایجاد شتاب در سیال و آشفتگی جریان می‌شود. اگر عدد رینولذ کمتر از ۲۳۰۰ (در برخی کتب کمتر از ۲۱۰۰ یا ۲۰۰۰) باشد جریان به صورت آرام است و اگر عدد رینولذ بیشتر از ۴۰۰۰ باشد، جریان به صورت آشفته می‌باشد. چنانچه عدد رینولذ بین ۲۳۰۰ تا ۴۰۰۰ باشد، جریان به صورت گذرا یا بینابین یا انتقالی خواهد بود که پس از این، جریان از حالت آرام به حالت متلاطم تبدیل می‌شود.

نوع جریان	عدد رینولذ
مطمئناً جریان آرام یا لایه‌ای یا ورقه‌ای احتمال دارد آرام و یا آشفته باشد (بینابین) جریان سیال آشفته خواهد بود.	$Re < 2300$ $2300 < Re < 4000$ $Re > 4000$

عدد رينولدز ۲۳۰۰ را عدد رينولدز بحرانی می‌گويند و تبديل جريان آرام به متلاطم در هر لوله هنگامی رخ می‌دهد که عدد رينولدز از عدد رينولدز بحرانی ( $Re > 2300$ ) تجاوز نماید.

**مثال ۱-۴:** آب در درجه حرارت  $50^\circ F$  در يك لوله به قطر  $D = ۰/۷۳\text{in}$  جريان دارد، مطلوب است محاسبه:

الف) حداقل زمان لازم برای پر کردن يك ظرف به حجم  $۰/۰۱۲۵ \text{ ft}^۳$  با آب، اگر جريان در لوله آرام باشد.

ب) حداكتر زمانی که برای پر کردن همان ظرف با آب طول می‌کشد، اگر جريان در لوله آشفته باشد.

**حل:** برای درجه حرارت  $F = ۵۰^\circ$  مقدار لزجت ديناميکي برابر

$$(\mu = ۲/۷۳ \times ۱۰^{-۵} \text{ lb.s/ft}^۳)$$

همچنين می‌دانيم  $\rho = ۱/۹۴ \text{ slug/ft}^۳$  است.

الف) برای جريان آرام، حداقل زمان لازم برای پر کردن ظرف هنگامی است که عدد رينولدز، حداكتر مقدار مجاز برای جريان آرام را داشته باشد. در اين مثال حداكتر مقدار مجاز را  $Re = ۲۳۰۰$  فرض می‌کنيم بنابراین:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = ۲۳۰۰ \Rightarrow V = \frac{۲۳۰۰ \mu}{\rho D} = \frac{۲۳۰۰ \times ۲/۷۳ \times ۱۰^{-۵}}{۱/۹۴ \times ۰/۷۳} \Rightarrow V = ۰/۵۳۲ \text{ ft/s}$$

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{V}{AV} = \frac{۰/۰۱۲۵}{\frac{\pi}{۴} \left( \frac{۰/۷۳}{۱۲} \right)^۲ \times ۰/۵۳۲} = ۸/۰۸ \text{ ثانية}$$

ب) اگر جريان در لوله آشفته باشد، حداكتر زمان برای پر کردن ظرف هنگامی است که عدد رينولدز، حداقل مقدار مجاز برای جريان آشفته را داشته باشد يعني:  $Re = ۴۰۰۰$

$$\frac{\rho V D}{\mu} = ۴۰۰۰ \Rightarrow V = \frac{۴۰۰۰ \times ۲/۷۳ \times ۱۰^{-۵}}{۱/۹۴ \times ۰/۷۳} = ۰/۹۲۵ \text{ ft/s}$$

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{۰/۰۱۲۵}{\frac{\pi}{۴} \left( \frac{۰/۷۳}{۱۲} \right)^۲ \times ۰/۹۲۵} = ۴/۶۵ \text{ ثانية}$$

علت وجود دبی جریان (Q) بیشتر در جریان آشفته نسبت به جریان آرام، مقاومت کمتر در مقابل جریان آشفته است.

**مثال ۴-۲:** سرعت بحرانی ( $V_C$ ) نفت هنگامی که در یک لوله به قطر  $m/15$

$$\text{جریان دارد، چقدر است؟} \quad (v = 8 \times 10^{-5} m^3/s)$$

**حل:** می‌دانیم عدد رینولدز بحرانی (تبديل جریان آرام به جریان گذرا (بینابین) برابر  $Re = 2300$  است، بنابراین:

$$Re = \frac{V_C D}{\nu} \Rightarrow V_C = \frac{2300 \nu}{D} = \frac{2300 \times 8 \times 10^{-5}}{m/15} = 1/22 m/s$$

اگر به جای  $Re = 2300$  از  $Re = 2100$  استفاده کنیم،  $V_C = 1/12 m/s$  خواهد شد.

**مثال ۴-۳:** قطر یک لوله را طوری تعیین کنید که در آن مایعی با لزجت سینماتیکی  $v = 6/55 \times 10^{-5} m^3/s$  با دبی  $0/201 m^3/s$  به صورت جریان آرام در حرکت باشد.

**حل:**

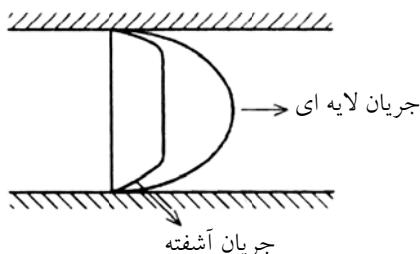
$$Q = AV \Rightarrow 0/201 = \frac{\pi D^4}{4} \times V \Rightarrow V = \frac{0/804}{\pi D^4}$$

همچنین برای جریان آرام در لوله داریم:

$$Re = \frac{VD}{\nu} \Rightarrow 2300 = \frac{0/804 D}{D^4 \times 6/55 \times 10^{-5}} \Rightarrow D = 1/69 ft$$

#### ۴-۴ نیمرخ توزیع سرعت‌ها

از جمله تفاوت‌های دیگر جریان آشفته و آرام این است که منحنی توزیع سرعت‌ها نیز در این دو حالت متفاوت است. البته منحنی توزیع سرعت‌ها در مورد جریان آشفته را باید برای یک لحظه زمانی خاص بررسی کرد زیرا در لحظات مختلف، این منحنی‌ها متفاوت‌اند. بدیهی است برای مقایسه دو منحنی در یک لوله، باید دو سیال مختلف را انتخاب کرد که سرعت واحدی، در مورد یکی جریان آرام و در مورد دیگری جریان آشفته را به وجود آورد.

شکل ۲-۴ مقایسه نیمرخ توزیع سرعت‌ها در جریان آرام و آشفته<sup>[۳]</sup>

مقایسه منحنی توزیع سرعت‌ها در مورد یک لوله معین و با یک شدت جریان ثابت در دو حالت جریان آرام و آشفته، تفاوت‌های بارزی را آشکار می‌سازد (شکل ۲-۴). چنانچه از شکل دیده می‌شود، منحنی مزبور در مورد جریان آشفته، نسبت به منحنی نظیر جریان آرام، یکنواخت تر و شیب آن در جداره‌های لوله زیادتر است. بنابراین، ضریب  $\alpha$  در رابطه برنولی، که بستگی به نحوه توزیع سرعت‌ها داشت، در جریان آشفته به مراتب کوچکتر از جریان آرام است.

#### ۴-۵ جریان‌های داخلی و خارجی

جریان‌ها را بر اساس وسعت میدان جریان به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم‌بندی می‌نمایند. جریان داخلی<sup>۱</sup> چنانچه از نام آن بر می‌آید، به جریان سیال در داخل یک ناحیه محصور اطلاق می‌شود. مانند جریان در لوله یا شبیوره. جریان خارجی<sup>۲</sup> به جریان سیال در یک ناحیه نامحصور اطلاق می‌شود و در آن توجه ما معطوف است به الگوی جریان در پیرامون جسمی که در معرض جریان قرار دارد. مانند جریان در اطراف ایرفول یا قایق یا زیر دریایی.

#### ۶-۴ لایه مرزی

حرکت سیال واقعی به شدت متأثر از حضور مرز جامد است. ذراتی از سیال که با مرز تماس دارند، ساکن می‌مانند. در مجاورت مرز ناحیه‌ای به وجود می‌آید که در آن گرادیان سرعت بزرگ است و تنش‌های برشی اهمیت دارند. این ناحیه، لایه مرزی

1. Internal Flow  
2. External Flow

نامیده می‌شود. در روی یک مرز یک تنش برشی به سیال وارد می‌شود که سرعت آن را کاهش می‌دهد.

#### ۷-۴ جریان کاملاً توسعه یافته<sup>۱</sup>

ناحیه ورودی ناحیه‌ای است از ورودی لوله شروع شده و تا نقطه‌ای که لایه‌های مرزی در مرکز لوله به هم می‌رسند ادامه می‌یابد. طول این ناحیه را طول ورودی می‌نامیم. در شکل (۳-۴) جریان در ناحیه ورودی یک لوله را درنظر می‌گیریم. در ورودی لوله سرعت یکنواخت است. با توجه به اصل عدم لغش، سرعت در دیواره لوله در کل مسیر برابر صفر است. دیواره لوله یک نیروی برشی اعمال می‌کند که در نتیجه آن سرعت جریان در کنار سطح کاهش پیدا می‌کند. کاهش سرعت و کند شدن جریان از محور مرکزی تا خط مرزی لوله ادامه می‌یابد.

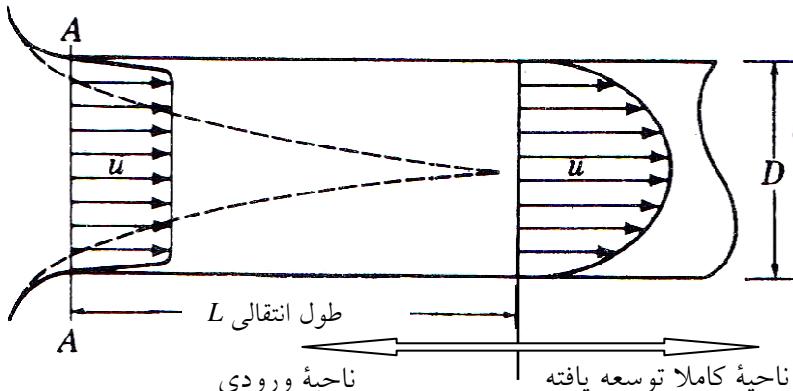
ناحیه پس از ناحیه ورودی را ناحیه توسعه یافته می‌نامیم، در این ناحیه توزیع سرعت ثابت می‌شود.

طول ناحیه ورودی ( $L$ ) در جریان آرام و آشفته از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\frac{L}{D} = 0.058 \text{ Re} \quad (2-4)$$

$$\frac{L}{D} \leq 10 : \text{جریان آشفته (در هم)} \quad (3-4)$$

$L$  طول ورودی،  $D$  قطر لوله و  $Re$  عدد رینولدز می‌باشد.



شکل ۳-۴ ناحیه ورودی لوله

با توجه به رابطه جريان درهم، مشاهده می‌شود که طول ورودی تابع عدد رينولدز نیست و طول ناحیه ورودی در جريان درهم بسيار کوتاه‌تر از جريان آرام است.

**مثال ۴-۴:** سیال تراکم‌ناپذیری در لوله‌ای به قطر  $D$  و طول  $L$  جريان دارد. در حالتی که عدد رينولدز در لوله ۱۰۰ باشد، طول توسعه يافته نسبت به قطر لوله تقریباً چقدر است؟

$$\frac{L}{D} \approx 0.6 \quad (2)$$

$$\frac{L}{D} \approx 0.06 \quad (4)$$

$$\frac{L}{D} \approx 6 \quad (1)$$

$$\frac{L}{D} \approx 6.0 \quad (3)$$

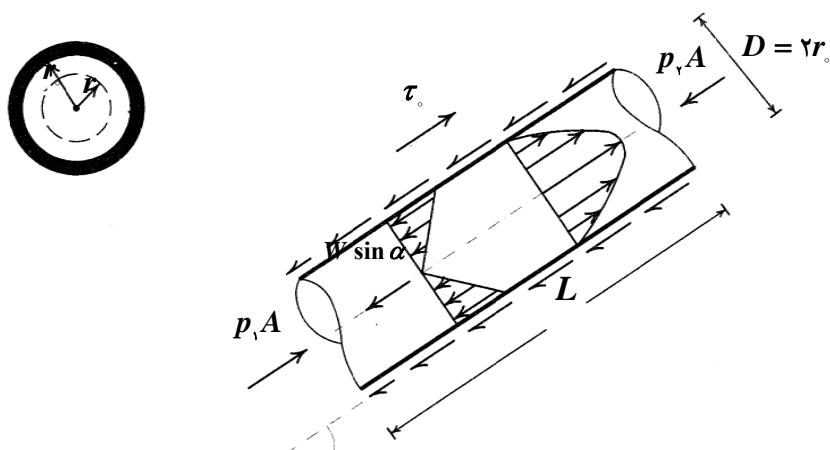
**حل:** برای جريان آرام داریم:

$$\frac{L}{D} = 0.06 \quad Re = 0.06 \times 100 = 6$$

گزینه ۱ صحیح است.

#### ۸-۴ تنش برشی در لوله‌ها

برای محاسبه تنش برشی در لوله مدور را وقتی جريان دائمی، تراکم‌ناپذیر و یکنواخت است بدین صورت عمل می‌نماییم. مطابق شکل (۴-۴) قطعه‌ای از لوله به طول  $L$  را در نظر می‌گیریم و دیاگرام آزاد آن را رسم می‌کنیم:



شکل ۴-۴

با نوشتن معادله مومتم و استفاده از روابط برنولی برای حجم کتربل در داخل لوله خواهیم داشت:

$$\tau_{\circ} = \frac{h_f \gamma D}{4L} = \frac{h_f \gamma r_{\circ}}{2L} \quad (4-4)$$

که در این رابطه:

$\tau$ : تنش برشی روی جداره لوله

$h_f$ : میزان افت انرژی ناشی از اصطکاک در طول  $L$  از جریان

$L$ : طولی از جریان که در آن افت  $h_f$  اتفاق افتاده است.

$r$ : وزن مخصوص سیال

$D$ : به ترتیب قطر و شعاع لوله

نکته (۱): رابطه (۴-۴) برای هر دو نوع رژیم جریان یعنی جریان آشفته و آرام صادق است.

نکته (۲): اگر فاصله یک نقطه دلخواه سیال از محور هندسی لوله را با  $z$  نشان دهیم، ثابت می شود که تنش برشی در آن نقطه برابر است با:

$$\tau = \frac{h_f \gamma r}{2L} = \tau_{\circ} \left( \frac{r}{r_{\circ}} \right) \quad (5-4)$$

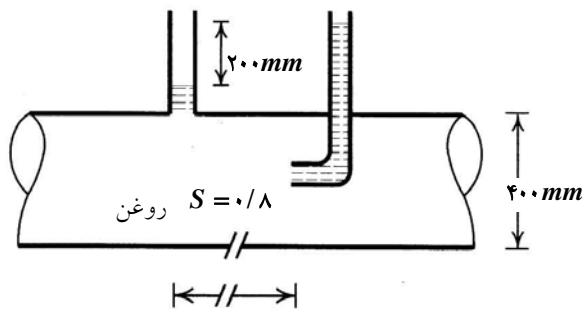
بنابراین می توان گفت، تنش برشی در لوله دارای رابطه خطی با شعاع است و مقادیر حداقل آن به ترتیب در جداره ها ( $r = r_{\circ}$ ) و در محور هندسی لوله ( $r = 0$ ) می باشد.

نکته (۳): اگر لوله مدور بصورت افقی باشد، در آنصورت خواهیم داشت:

$$Z_1 = Z_2 \rightarrow h_f \gamma = \Delta p \rightarrow \tau_{\circ} = \frac{\Delta P D}{4L} = \frac{\Delta P}{L} \left( \frac{D}{4} \right) \quad (6-4)$$

مثال ۴-۵: اگر دبی عبوری از لوله نشان داده شده در شکل ۱۲۰ باشد، تنش برشی وارد بر جدار لوله چقدر است؟

$$\left( \pi \approx 3, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$



شکل ۵-۴

روی محور لوله نقاط (۱) و (۲) را به ترتیب زیر پیزومتر و در دهانه ورودی لوله پیتو در نظر می‌گیریم. با نوشتن معادله برنولی بین این دو نقطه خواهیم داشت:

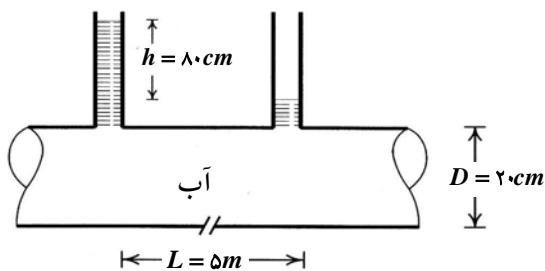
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \dots + h_f \rightarrow h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{Q}{A} = \frac{120 \times 10^{-3}}{\left( \frac{\pi \times 0.1^2}{4} \right)} = 1 \frac{m}{s} \\ \frac{\Delta P}{\gamma} = 200 \text{ mm} = 0.2 \text{ m} \end{array} \right. \rightarrow h_f = 0.2 + \frac{1^2}{2 \times 1} = 0.25 \text{ m}$$

مقدار تنش برشی در جدار لوله برابر است با:

$$\tau_o = \frac{h_f \gamma D}{4L} = \frac{0.25 \times 10 \times 0.8 \times 0.01}{4 \times 1} = 0.02 \text{ KPa} = 20 \text{ Pa}$$

**مثال ۶-۴:** در شکل زیر مقدار تنش برشی واردہ بر جدار لوله چقدر است؟ اگر تنش دو برابر شود افت فشار در واحد طول چند برابر می‌شود؟



شکل ۶-۴

$$\tau_0 = \frac{\Delta PD}{4L} = \frac{0.8 \times 9 / 806 \times 0 / 2}{4 \times 5} = 0.075 KPa = 7.5 Pa$$

#### ۹-۴ جریان آرام در لوله با سطح مقطع مدور

توزیع تنش برشی در لوله‌های مدور به صورت خطی و توزیع سرعت در لوله مدور به صورت سهمیگون است. همچنین مقدار سرعت متوسط دبی جریان و افت انرژی ناشی از اصطکاک (رابطه هاگن - پوازی) به صورت زیر بیان می‌شود:

سرعت متوسط:

$$V = \frac{u_{\max}}{2} \rightarrow V = \frac{\gamma h_f D^4}{32 \mu L} \quad (7-4)$$

دبی جریان در لوله‌های آرام:

$$Q = V \cdot A = \left( \frac{h_f \gamma D^4}{32 \mu L} \right) \left( \frac{\pi D^4}{4} \right) \rightarrow Q = \frac{\pi h_f \gamma D^4}{128 \mu L} \quad (8-4)$$

بنابراین برای یک لوله افقی، دبی جریان آرام:

الف) به طور مستقیم متناسب با افت فشار است.

ب) به طور معکوس متناسب با لزجت و طول لوله است.

ج) به طور مستقیم متناسب با توان چهارم قطر لوله است. بنابراین با ثابت بودن تمام پارامترها، اگر قطر لوله دوبرابر شود، مقدار دبی جریان ۱۶ برابر خواهد شد.

اگر لوله غیر افقی باشد، دبی جریان آرام از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Q = \frac{\pi (\Delta P - \gamma L \sin \theta) D^4}{128 \mu L} \quad (9-4)$$

که در آن  $\theta$  زاویه بین لوله و سطح افق است. برای جریان در لوله بطرف بالا

$\theta < 0$  است.

افت انرژی ناشی از اصطکاک (رابطه هاگن - پوازی)

$$V = \frac{h_f \gamma D^4}{32 \mu L} \rightarrow h_f = \frac{32 \mu V L}{\gamma D^4} \quad (10-4)$$

مثال ۷-۴: در یک لوله افقی به قطر 2cm روغن با لزجت 0/18Pa.s و جرم

مخصوص جریان دارد. افت فشار در واحد طول لوله  $\frac{kPa}{m}$  ۱۲۰ است. دبی جریان را

به دست آورید؟

$$Q = \frac{\pi \Delta PD^4}{128 \mu L} = \frac{\pi D^4}{128 \mu} \left( \frac{\Delta P}{L} \right) = \frac{\pi \times 0.02^4}{128 \times 0.18} \times (120 \times 10) = 2/62 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 2/62 \frac{Lit}{s}$$

حال صحت فرض اولیه را بررسی می‌کنیم:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2/62 \times 10^{-3}}{\left( \frac{\pi \times 0.02^2}{4} \right)} = 1/34 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1450 \times 1/34 \times 0.02}{0.18} = 1344$$

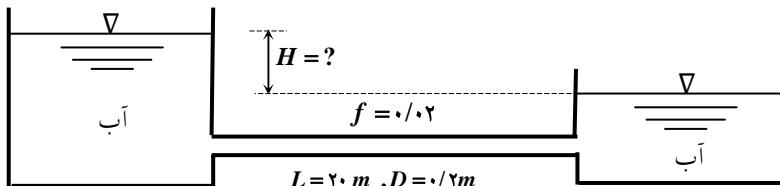
همان‌طور که ملاحظه می‌شود عدد رینولدز کوچکتر از ۲۳۰۰ است، یعنی فرض اولیه ما مبتنی بر آرام بودن جریان صحیح بوده است.

**مثال ۴-۸:** در شکل زیر،  $\frac{f}{D} = 0.075$  برابر است. اگر از افتهای موضعی صرف‌نظر شود، مطلوب است تعیین:

الف) مقدار ارتفاع  $H$ ؟

ب) تنش برشی روی جدار لوله؟

ج) دبی جریان عبوری از لوله؟



شکل ۷-۴

$$h_f = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \rightarrow h_f = f \frac{V^2}{D \cdot \frac{2g}{L}} = 0.075$$

$$h_f = 0.075 \times 20 = 1.5 m$$

الف) با نوشتن معادله برنولی بین دو نقطه‌ای که در بالا دست و پایین دست جریان، روی سطح آزاد آب قرار گرفته‌اند، نتیجه می‌شود که:

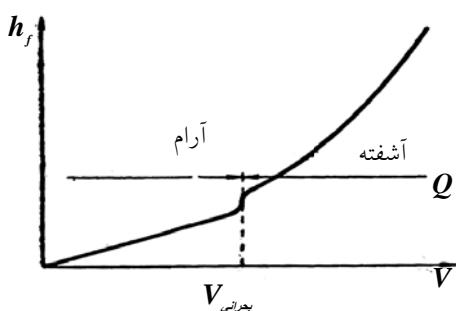
$$H = h_f = 1/5m \quad \text{ب)}$$

$$\tau_0 = \frac{h_f \gamma D}{4L} = \frac{1/0.2 \times 2 \times Q^2}{4 \times 20} \rightarrow Q = 1/12 \frac{m^3}{s} = 120 \frac{lit}{s} \quad \text{ج)}$$

#### ۱۰-۴ محاسبه افت

افت انرژی و یا به عبارت دیگر ارتفاع نظیر افت انرژی، به عواملی نظیر شکل، اندازه و ناهمواری مسیر جریان، سرعت و لزجت سیال بستگی دارد و مستقل از فشار مطلق سیال است. میزان افت انرژی دردبی برابر در لوله، در مورد جریان آشفته و آرام متفاوت و در حالت آشفته، به مرتبه زیادتر از حالت آرام است. افزایش افت، ناشی از تولید موج و اختلاط منحنی‌های مسیرذرات است. مورد جریان آرام، میزان افت با توان اول سرعت(یا شدت جریان) متناسب است، در صورتی که در تبدیل جریان به حالت آشفته، میزان افت به طور ناگهانی بالا می‌رود و در این حالت، منحنی تغییرات آن نسبت به سرعت، به صورت یک سهمی درمی‌آید (شکل ۸-۴)

از آنجا که مطالعه جریان آشفته فوق العاده پیچیده و محاسبه تحلیلی آن مشکل است، لذا مطالعات این حالت، بیشتر بر اساس کارهای تجربی و بررسی قوانین مختلف حرکت، با استفاده از مدل‌های هیدرولیکی انجام می‌گیرد و در این مورد، فرمولهای متعددی وجود دارد که باید آنها را در مورد لوله‌های صاف و زبر به طور جداگانه مورد بررسی قرار داد.



شکل ۸-۴ تغییرات افت نسبت به سرعت یا شدت جریان در حالات مختلف

افت انرژی بین دو نقطه از جریان یک سیال حقیقی را می‌توان طبق رابطه برنولی، به صورت زیر به دست آورد:

$$Z_i + \frac{V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} = Z_r + \frac{V_r^2}{2g} + \frac{P_r}{\gamma} + \sum h \quad (11-4)$$

بنابراین می‌توان گفت، در حالت کلی افت انرژی، مجموع دو افت (اصطکاکی) طولی و موضعی خواهد بود.

$$\sum h = h_f + h_L \quad (12-4)$$

اگر اتلاف انرژی دراثر وجود اصطکاک باشد، به آن افت انرژی اصطکاکی یا  $h_f$  می‌گویند ولی چنانچه تغییر ناگهانی مقطع یا تغییر امتداد مسیر جربیان سبب اتلاف انرژی شود، در آن صورت افت انرژی موضعی ( $h_L$ ) خواهیم داشت.

علت افت انرژی در رابطه فوق را باید در عوامل زیر جستجو کرد:

۱. وجود اصطکاک بین ذرات سیال در اثر وجود لزجت یا بین ذرات سیال و

جدار لوله یا کanal هدایت سیال

۲. وجود جربیان‌های گردابی در مسیر جربیان به دلیل تغییر سریع مقطع و یا تغییر امتداد مسیر جربیان که منجر به ایجاد حرکت‌های نامنظم در سیال می‌شود.

اگر افت فشار ایجاد شده در لوله‌ای به طول  $L$  و قطر  $D$  را با  $\Delta P$  نمایش دهیم و سرعت سیال درون لوله برابر  $V$  باشد، برای تعیین افت ناشی از اصطکاک از معادله زیر که به معادله دارسی - ویسباخ است استفاده می‌کنیم:

$$h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{L V^2}{D \cdot 2g} \quad (13-4)$$

که در آن  $h_f$  افت ارتفاع یا افت خط تراز هیدرولیکی؛  $f$  ضریب اصطکاک؛  $L$  طول لوله؛  $D$  قطر داخلی لوله و  $V$  سرعت متوسط در آن است. بُعد  $h_f$  طول است و بر حسب نیوتون - متر بر نیوتون بیان می‌شود.

رابطه فوق به نام رابطه دارسی - ویسباخ معروف می‌باشد و برای جربیان‌های آرام و آشفته صادق است.  $h_f$  هد تلفات اصطکاکی بوده و از تقسیم افت فشار ایجاد شده بر حسب  $\Delta P$  برابر  $\gamma$  به دست می‌آید.  $f$  در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری  $\epsilon$  می‌باشد و به نام ضریب اصطکاک Moody معروف است. در مورد لوله‌های صاف، افت ناشی از اصطکاک را می‌توان تماماً به کمک عدد رینولدز محاسبه کرد ولی در لوله‌های زبر، ضریب اصطکاک  $f$  علاوه بر عدد رینولدز، به زبری سطح داخلی لوله نیز بستگی دارد. یکی از مشکلات در این زمینه محاسبه زبری مطلق است. به این

دلیل در عمل از زبری نسبی  $\frac{e}{d}$  برای محاسبه ضریب اصطکاک  $f$  در لوله‌ها استفاده می‌شود. در واقع علت تعریف زبری نسبی این است که زبری مطلق امکان دارد در مورد لوله‌های بزرگ چندان اهمیتی نداشته باشد در صورتیکه همین زبری، در لوله‌های کوچک می‌تواند افت قابل توجهی را ایجاد کند. علاوه بر زبری نسبی، شکل و نحوه توزیع ناهمواری‌ها نیز در مقاومت و در نتیجه در میزان افت تأثیر دارد. ساده‌ترین حالت آن است که ناهمواری سطح یکنواخت و متجانس باشد که در این حالت لوله با زبری یکنواخت خوانده می‌شود. مقدار  $f$  برای مواد مختلف از جدول (۷-۳) به دست می‌آید.

جدول ۷-۳: نمونه مقادیر زبری دیواره برای مجراهای تجاری

زبری ( $e$ )	مصالح (نو)
$m$	$ft$
۰/۰۰۰۹ - ۰/۰۰۹	فولاد پرچی
۰/۰۰۰۳ - ۰/۰۰۳	بتن
۰/۰۰۰۲ - ۰/۰۰۹	چوب
۰/۰۰۰۲۶	چدن
۰/۰۰۰۱۵	آهن گالوانیزه
۰/۰۰۰۱	چدن قیراندواد
۰/۰۰۰۰۴۶	فولاد تجاری یا فولاد نرم
۰/۰۰۰۰۱۵	لوله برنجی یا لوله مسی
«صاف»	شیشه و پلاستیک

(ضریب اصطکاک برای لوله جریان) Lewis F. mody:

با توجه به این که تعیین ضریب اصطکاک  $f$  از دیاگرام مودی به ویژه در مسائلی که حل آنها مستلزم کاربرد روش‌های آزمون و خطاست، نسبتاً وقت‌گیر است. بدین لحاظ در کارهای صنعتی برای محاسبات تلفات اصطکاکی معمولاً از فرمول‌های تجربی استفاده می‌کنند.

#### ۱۱-۴ طریقه محاسبه $f$ (ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ)

برای به دست آوردن  $f$  روش‌ها و معادلات تجربی زیادی به دست آمده است. نمودار مودی (شکل) امکان محاسبه ضریب اصطکاک را به کمک عدد رینولدز ( $Re$ ) و زبری

نسبی  $\frac{\varepsilon}{D}$  فراهم می‌کند.

اين نمودار به کمک کلبروک با استفاده از داده‌های تجربی نیکورادزه واز طریق رگرسیون آماری برای لوله‌های تجاری با دامنه نسبی ( $5/\varepsilon < Re < 3330$ ) به دست آمده است.

ضریب اصطکاک در حالت کلی تابع عدد رینولدز وزیری نسبی است:

$$f = \phi(Re, \frac{\varepsilon}{d}) \quad (14-4)$$

همان‌طوری که در شکل (۴-۹) مشاهده می‌کنید دیاگرام مودی با توجه به رژیم جريان شامل سه ناحیه می‌باشد.

۱. ناحیه جريان آرام: اين ناحیه در سمت چپ دیاگرام مودی قراردارد و شامل اعداد کوچکتر ۲۳۰۰ می‌باشد. در اين ناحیه ضریب اصطکاک تنها تابع عدد رینولدز است واز رابطه زير به دست می‌آيد:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (15-4)$$

۲. ناحیه جريان بینایین: اين ناحیه که به آن ناحیه بحرانی نیز می‌گویند پس از ناحیه جريان آرام قرار دارد و مربوط به اعداد رینولدز بین ۲۳۰۰ و ۴۰۰۰ است. در اين حالت جريان ناپایدار بوده و کوچک‌ترین اختشاشی در آن سبب تبدیل جريان از حالت آرام به آشفته می‌گردد. ضریب اصطکاک در ناحیه جريان عبوری تابعی از عدد رینولدز وزیری نسبی لوله است ولی به علت ماهیت گذراي جريان در دیاگرام مودی قابل نمایش نمی‌باشد.

۳. ناحیه جريان آشفته: اين ناحیه از عدد رینولدز  $Re = 4000$  به بعد شروع می‌شود.

در ناحیه جريان آشفته  $f = \phi(Re, \frac{\varepsilon}{d})$  می‌باشد و ضریب مودی با تغییر  $Re$  و  $\frac{\varepsilon}{D}$  تغییر می‌کند. تا اين ناحیه با افزایش  $Re$ ، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. در ناحیه کاملاً آشفته با رینولدزهای خیلی بالا ( $Re > 10^8$ ) ضریب مودی تنها تابع  $\frac{\varepsilon}{D}$  می‌باشد و عدد رینولدز هیچ تاثیری روی  $f$  ندارد.

در حالت کلی می‌توان گفت: با افزایش عدد رینولدز،  $f$  کاهش می‌یابد، مگر در  $Re$  خیلی بزرگ ( $Re > 10^8$ ) که  $f$  تابعی از  $Re$  نیست. در ضمن در حالت کلی با

افزایش  $f$ ، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد.

تغییرات  $f$  با عدد رینولدز در نمودار مودی

الف) تا موقعی که جریان آرام است با افزایش عدد رینولدز، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

ب) در ناحیه گذرا ضریب اصطکاک با سرعت افزایش می‌یابد.

ج) در ناحیه جریان آشفته با افزایش عدد رینولدز، ضریب اصطکاک در امتداد منحنی لوله صاف کاهش می‌یابد.

د) در اعداد رینولدز خیلی زیاد، جریان کاملاً زبر است و ضریب اصطکاک در یک مقدار ثابت، زبری نسبی به شکل خط راست درمی‌آید.

همچنین به غیر از نمودار مودی با استفاده از فرمولهای تجربی می‌توان ضریب اصطکاک  $f$  را تعیین نمود. برای جریان در لوله‌های با جدار صاف و زبر فرمولهای تجربی زیادی بین  $Re$  و  $f$  به دست آمده که تعدادی از آنها به شرح زیر می‌باشد:

برای لوله‌های صاف:

فرمول بلازیوس:

$$f = 0.3164 Re^{-0.25} \quad 2300 < Re < 10^6 \quad (16-4)$$

فرمول کلبروک:

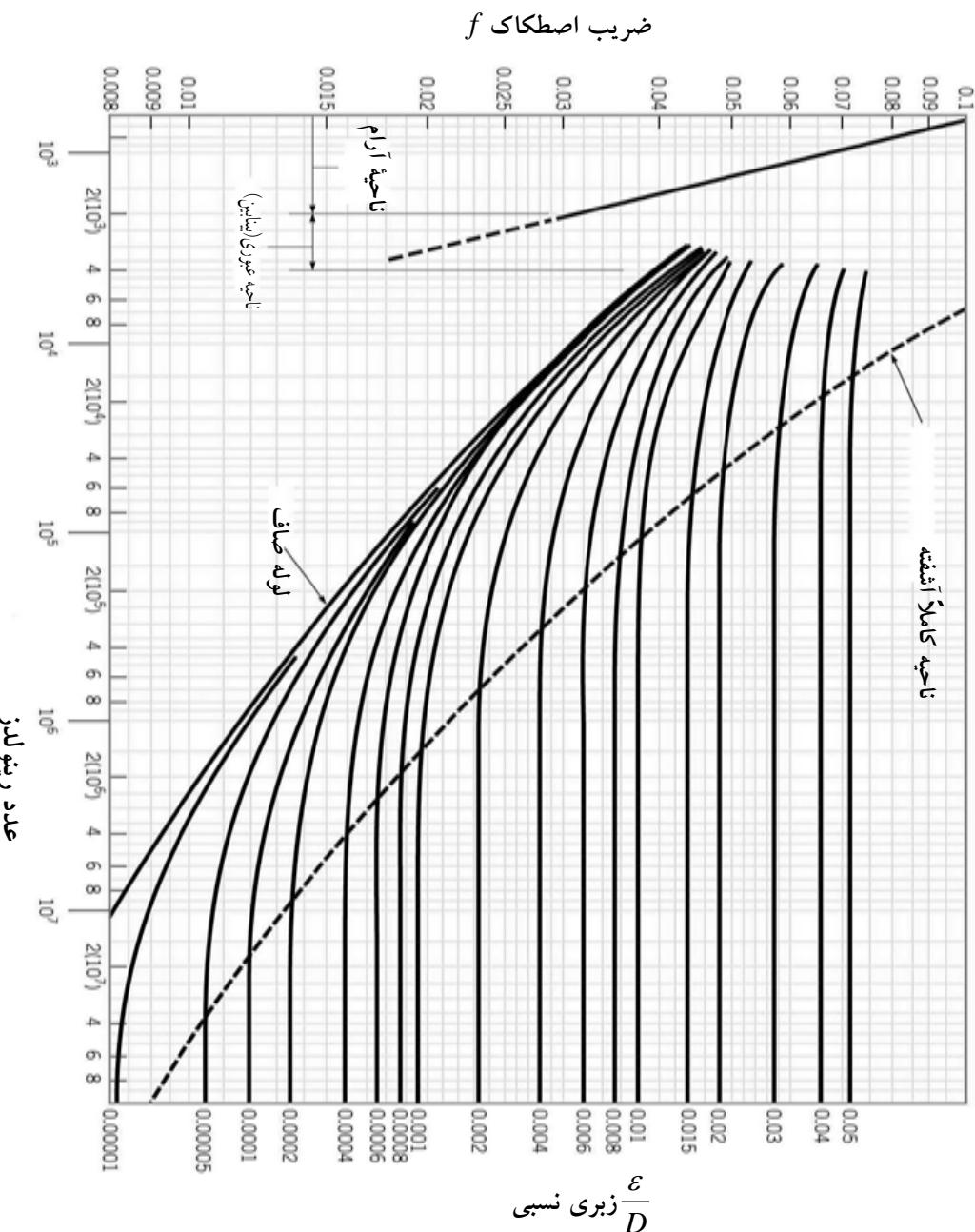
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{Re \sqrt{f}}{2/51} \quad (17-4)$$

فرمول پرانتل:

$$f = \frac{1}{[2 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8]^2} \quad Re < 4 \times 10^6 \quad (18-4)$$

فرمول نیکورادزه:

$$f = 0.032 + 0.221 Re^{-0.237} \quad 10^6 < Re < 10^8 \quad (19-4)$$



شکل ۹-۴ نمودار مودی

## ۲. برای لوله‌های زبر:

فرمول کلبروک:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \operatorname{Log} \left( \frac{\varepsilon}{3/\sqrt{d}} + \frac{2/51}{\operatorname{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (20-4)$$

فرمول پرانتل:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \operatorname{Log} \left( \frac{\varepsilon}{d} \right) \quad (21-4)$$

برای ناحیه کاملاً زبر:

$$f = \frac{1}{\left[ 1/14 - 2 \operatorname{Log} \left( \frac{\varepsilon}{D} \right) \right]^2} \quad (22-4)$$

۳. برای ناحیه انتقال:

فرمول کلبروک:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1/14 - 2 \operatorname{Log} \left( \frac{\varepsilon}{D} + \frac{9/35}{\operatorname{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (23-4)$$

۴-۳-۲ برای محدوده وسیعی از ناحیه انتقال و زبر:

$$f = \frac{0.25}{\log \left\{ \left[ \left( \frac{\varepsilon}{3/\sqrt{d}} \right) + \left( \frac{5/74}{\operatorname{Re}^{0.9}} \right) \right] \right\}} \quad (24-4)$$

برای اجتناب از معادلات ضمنی فوق (یعنی اگر  $\operatorname{Re}$  و  $\frac{\varepsilon}{D}$  معلوم باشند، مقدار  $f$ 

باید از طریق سعی و خطا محاسبه شود)، Haaland معادله صریح را ارائه کرده است:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1/8 \operatorname{Log} \left( \frac{6/9}{\operatorname{Re}} + \frac{\varepsilon}{3/\sqrt{d}} \right)^{1/11} \quad (25-4)$$

نکات:

نکته: معادله دارسی - ویسیاخ برای هر دو رژیم جریان آرام و درهم قابل استفاده است.

نکته: معادله دارسی - ویسیاخ را می‌توان برای هر مجرایی (دایروی، غیر دایروی و کانال‌های رو باز) به کار برد.

کل نکته: با استفاده از معادله دارسی - ویسباخ داریم:

$$f \text{ و } L = cte \Rightarrow h_f \propto \frac{Q^2}{d^5} \text{ یا } \frac{h_{f_1}}{h_{f_2}} = \left( \frac{Q_1}{Q_2} \right)^{2/5} \quad (26-4)$$

$$f \text{ و } L \text{ و } h_f = cte \Rightarrow Q \propto d^{2/5} \text{ یا } \frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{2/5} \quad (27-4)$$

کل نکته: رابطه بین  $h_f$  و سرعت به شکل زیر است:

$$h_f \propto V \quad (28-4)$$

$$h_f \propto V^{1/5} \quad (29-4)$$

کل نکته: در جریان کاملاً زیر  $h_f$  دقیقاً با توان دوم  $V$  تغییر می‌کند یعنی:

$$h_f \propto V^2$$

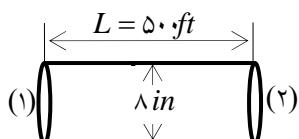
کل با افزایش سرعت، عدد رینولدز افزایش،  $f$  کاهش ولی  $h_f$  افزایش می‌یابد

زیرا با توجه به رابطه  $h_f = \frac{L}{D} f \frac{V^2}{2g}$  افزایش  $V$  خیلی بیشتر از کاهش  $f$  می‌باشد و لذا افزایش  $h_f$  خواهیم داشت.

کل نکته: دیاگرام مودی ضریب اصطکاک لوله‌های نو را مشخص می‌کند. برای لوله‌های کار کرده ضریب اصطکاک، بیشتر از لوله‌های نو است.

کل نکته: توزیع سرعت در جریان آشفته تخت است و می‌توان سرعت متوسط را تقریباً برابر با سرعت ماکریم در نظر گرفت.

مثال ۴-۹: مطابق شکل از داخل یک لوله افقی به قطر ۸ اینچ و طول ۵۰۰ فوت؛ آب با دبی در جریان است. اگر اختلاف فشار در دو سر لوله  $\frac{9}{80}$  فوت باشد، مطلوبست محاسبه ضریب اصطکاک در این لوله؟



شکل ۱۰-۴

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\gamma / 31}{\frac{\pi}{4} \left( \frac{\Delta}{D} \right)^2} \Rightarrow V = 18 / 1 \frac{ft}{s}$$

می‌دانیم: رابطه انرژی را بین نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

محور لوله را به عنوان سطح مبنا انتخاب می‌کنیم. چون لوله افقی است، پس  $z_1 = z_2$  همچنین چون سطح مقطع لوله ثابت است ( $D_1 = D_2$ ) در نتیجه رابطه پیوستگی خواهد بود. بنابراین رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{\gamma} &= \frac{P_2}{\gamma} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \\ \frac{P_1 - P_2}{\gamma} &= \frac{\Delta P}{\gamma} = 18 / 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 18 / 9 = f \frac{\frac{500}{\Delta}}{\frac{12}{12}} \times \frac{18 / 1^2}{2 \times 32 / 2} \Rightarrow f = 0.0212$$

#### ۱۲-۴ معادلات تجربی برای تعیین دبی جریان

برای جریان آب در مجاري بسته و باز و در دماهای معمولی می‌توان از فرمولهای مانینگ و هیزن - ویلیامز استفاده کرد زیرا اثر لزجت در نظر گرفته نشده است و این دو فرمول فقط برای اعداد رینولدز بالا قابل استفاده می‌باشند.

#### ۱۲-۴-۱ فرمول هیزن - ویلیامز

اگر چه معادلات دارسی - ویسباخ یکی از اساس ترین روشها برای تعیین افت بار و یا افت فشار در مجرای‌های بسته می‌باشد، معادلات تجربی نیز غالباً مورد استفاده واقع می‌شوند. یکی از معادلات که استفاده زیادی دارد معادله هیزن - ویلیامز می‌باشد.

$$\left. \begin{aligned} SI) V &= 0.8492 CAR^{0.63} S^{0.54} && \text{(سیستم)} \\ V &= 1/318 CAR^{0.63} S^{0.54} && \text{(سیستم انگلیسی)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q = VA \quad (30-4)$$

$V$ : سرعت جریان؛  $R$ : شعاع هیدرولیکی؛  $S$ : شب خط تراز انرژی (افت هد

بر واحد طول مقدار)؛  $A$ : سطح مقطع جریان؛  $Q$ : دبی جریان و  $C$ : ضریب زبری هیزن - ویلیامز (که در جدول ۱-۴ آورده شده است).

اگر را بدانیم و بخواهیم افت بار را محاسبه کنیم، معادله هیزن ویلیامز برای لوله‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

در سیستم بین‌المللی

$$h_f = \frac{10/7L}{(C^{1/85})(D^{4/87})} \quad (31-4)$$

در این معادله  $D$  بر حسب inch و  $L$  بر حسب ft می‌باشد.

در سیستم انگلیسی:

$$h_f = \frac{8/52 \times 10^5 L}{(C^{1/85})(D^{4/87})} \quad (32-4)$$

در این معادله  $D$  و  $L$  بر حسب ft می‌باشد.

جدول ۱-۴: نمونه مقادیر ضریب هیزن و ویلیامز  $C$

لوله‌های مستقیم و بی‌نهایت هموار	لوله‌ها
فولاد یا چدن نو	۱۴۰
چوب، بتون	۱۳۰
فولاد پرچ شده‌ی نو ورنگ شده	۱۲۰
چدن کهنه	۱۱۰
چدن بسیار کهنه وزنگ زده	۱۰۰
	۸۰

از روی دیاگرام هیزن - ویلیامز نیز می‌توان ضریب زبری  $C$  را به دست آورد که در شکل (۱۱-۴) آورده شده است.

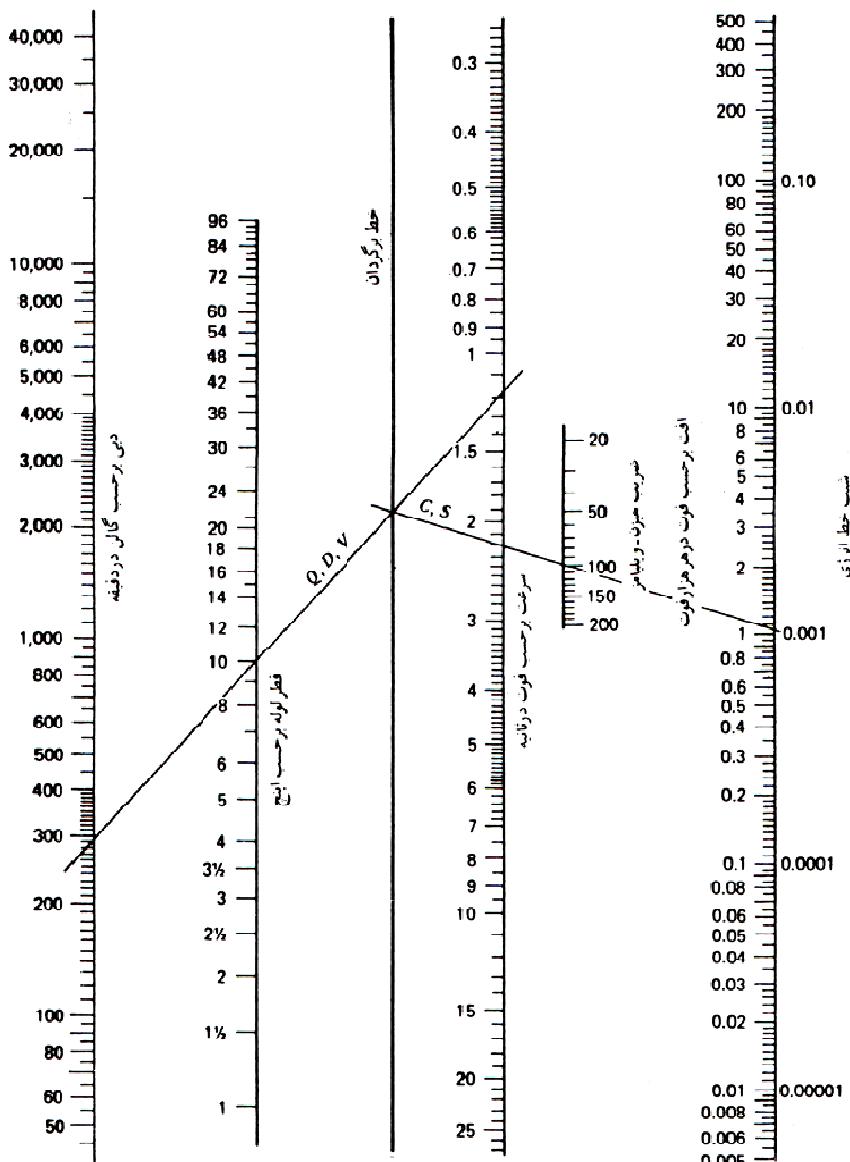
## ۲-۱۲-۴ فرمول مانینگ

معادله تجربی دیگری که برای جریان در کانال‌های روباز استفاده می‌شود معادله مانینگ می‌باشد.

$$V = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (\text{سیستم SI}) \quad (33-4)$$

$$V = \frac{1/486}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (\text{سیستم انگلیسی}) \quad (34-4)$$

$n$ : ضریب زبری مانینگ (که در جدول ۲-۴ آورده شده است).



شکل ۱۱-۴ دیاگرام هیزن - ویلیامز

جدول ۲-۴: مقادیر  $n$  در فرمول مانینگ

$Max$	$n$	سطح طبیعی
$Min$		
۰/۰۱۳	۰/۰۱۰	سطح سیمانی هیدراته نشده
۰/۰۱۳	۰/۰۱۰	لوله چوبی دارای نوار فلزی
۰/۰۱۴	۰/۰۱۰	فلومهای تخته ای، هموار
۰/۰۱۷	۰/۰۱۰	لوله فاضلاب لعادبار
۰/۰۱۵	۰/۰۱۱	فلومهای فلزی، هموار
۰/۰۱۳	۰/۰۱۱	پتن، پیش ساخته
۰/۰۱۵	۰/۰۱۱	سطوح ملات سیمانی
۰/۰۱۵	۰/۰۱۱	فلومهای تخته ای، ناهموار
۰/۰۱۷	۰/۰۱۱	سفال رسی زهکشی (در حالت کلی)
۰/۰۱۶	۰/۰۱۲	پتن، یکپارچه
۰/۰۱۷	۰/۰۱۲	آجر با ملات سیمان
۰/۰۱۷	۰/۰۱۳	چدن(نو)
۰/۰۳۰	۰/۰۱۷	سطوح سیمانی لشه سنگی
۰/۰۲۰	۰/۰۱۷	فولاد پرچ شده
۰/۰۲۵	۰/۰۲۱	لوله‌های فلزی موجدار
۰/۰۲۵	۰/۰۱۷	کانالها و نهرها، زمین هموار
۰/۰۳۰	۰/۰۲۲	فلومهای فلزی، موجدار کانالها:
۰/۰۳۳	۰/۰۲۵	خاکبرداری در زمین، هموار
۰/۰۳۵	۰/۰۲۵	خاکبرداری در سنگ، هموار
۰/۰۴۰	۰/۰۲۵	بسترها زبر و علفهای هرز در جداره‌ها
۰/۰۴۵	۰/۰۳۵	خاکبرداری در سیگ، ناهموار، نامنظم رودخانه‌های طبیعی:
۰/۰۳۳	۰/۰۲۵	هموارترین
۰/۰۶۰	۰/۰۴۵	ناهموارترین
۰/۱۵۰	۰/۰۷۵	دارای علف هرز زیاد

مثال ۴-۱۰: جربیانی از روغن ( $Lit/s = 10^{-5} m^3/s$ ) به میزان  $140$  از داخل یک لوله صاف به طول  $200$  متر و قطر  $200$  متر عبور می‌نماید. افت بار انرژی در اینحالت چند متر روغن است؟

$$(f = \frac{0.316}{Re^{0.75}}, \quad g = 9.8 m/s^2, \quad \pi = 3.14) \quad )$$

18/48 (۴)

9/27 (۳)

4/63 (۲)

2/31 (۱)

حل:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0/14}{\pi \times 0/2^4} = 4/459 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{VD}{v} = \frac{4/459 \times 0/2}{1/25} = 89172$$

$$f = \frac{0/316}{Re^{0.25}} = \frac{0/316}{89172^{0.25}} = 0/0183$$

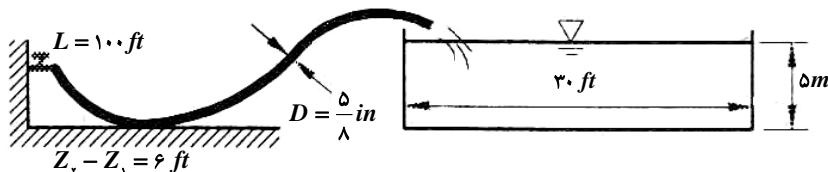
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0/0183 \times \frac{200}{0/2} \times \frac{4/459^2}{2 \times 9/8} = 18/56 \text{ m}$$

گزینه ۴ صحیح است.

**مثال ۱۱-۴:** یک مخزن به قطر ۳۰ فوت و عمق ۵ فوت واقع در بالای سطح زمین

توسط یک لوله با جدار داخلی صاف و طول ۱۰۰ فوت و قطر  $\frac{5}{8}$  اینچ پر می‌شود. اگر فشار آب در شیر آبی که شیلنگ به آن متصل است مقدار ۵۵ psi ثابت باشد، چقدر طول می‌کشد تا مخزن پر شود؟ آب از لوله به صورت یک جت آزاد به ارتفاع عفوت بالای شیر آب خارج می‌شود.

$$[v = 1/21 \times 10^{-5} \text{ ft/s}]$$



شکل ۱۲-۴

حل:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_r + \frac{p_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

(چون قطر لوله ثابت است و جریان دائمی است)  $V_1 = V_r = V$

$P_2 = 0$  (چون فشار نسبی در ۲ صفر است)

$z_2 = 55 \text{ lb/in}^2$ ,  $z_2 = 6 \text{ ft}$  (سطح مبنا) است.

بنابراین از رابطه (۱) داریم:

$$+ \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + f \frac{V^2}{Dg} = 0$$

$$\frac{55 \times 144}{62/4} = 6 + f \left[ \frac{100}{\left( \frac{5}{8} \right)^2 / 12} \right] \frac{V^2}{2 \times 32/2}$$

یا

$$fV^2 = 4/06 \quad (2)$$

همچنین عدد رینولدز برابر است با:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{V \left[ \frac{5}{\frac{8}{12}} \right]}{1/21 \times 10^{-5}} \Rightarrow Re = 4300 V \quad (3)$$

برای جدار صاف  $f = 0$  بنابراین  $\frac{\varepsilon}{D} = 0$  است.

همچنین نمودار مودی را برای فرایند سعی و خطاب عنوان رابطه (۴) در نظر می‌گیریم.

در اینجا لازم است برای محاسبه  $Re, V, f$  از روابط (۲)، (۳) و (۴) به طریق سعی و خطاب استفاده کنیم.

ابتدا فرض می‌کنیم  $f = 0.02$  باشد، در نتیجه از معادله (۲)،  $V = 14/2 ft/s$  و از معادله (۳)  $Re = 6/11 \times 10^4$  می‌شود. با استفاده از نمودار مودی مقدار  $f = 0.0196$  حاصل می‌شود که برابر مقدار فرض شده  $0.02$  نیست. اکنون  $V = 14/4 ft/s$  و  $Re = 6/19 \times 10^4$  می‌شود.

همچنین از نمودار مودی  $f = 0.019$  می‌شود که برابر مقدار فرض شده است.

بنابراین مقدار  $V = 14/4 ft/s$  صحیح است.

در نتیجه:

$$Q = A V = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{\left( \frac{5}{8} \right)^2}{12} \right] \times 14 / 4 = 0.307 \frac{ft^3}{s}$$

یا

$$t = \frac{Q t}{Q} = \frac{\frac{\pi}{4} (30)^2 \times 5}{0.307}$$

ثانیه  $t = 1/151 \times 10^5$

**مثال ۱۲-۴:** آب در داخل یک لوله پلاستیکی صاف ( $\varepsilon = 0$ ) به قطر  $200\text{ mm}$  و با

دبی  $1/\text{s}$  جریان دارد. ضریب اصطکاک برای جریان در این لوله را محاسبه کنید؟

**حل:** برای لوله پلاستیکی صاف زبری مطلق ( $\varepsilon$ ) صفر است، در نتیجه زبری

نسبی نیز صفر خواهد بود.

همچنین می‌دانیم:

$$\frac{Q}{A} = \frac{1/1}{\frac{\pi}{4} (0/2)^2} = 3/18 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{(3/18 \text{ m/s})(0/2 \text{ m})}{(1/12 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 5/68 \times 10^5$$

بنابراین:

**اکنون با استفاده از نمودار مودی می‌توان مقدار  $f$  را به دست آورد:**  $f = 0/0128$

**مثال ۱۳-۴:** دبی روغن برابر  $126$  لیتر بر ثانیه با لزجت سینماتیکی  $0.001 \text{ m}^3/\text{s}$  از داخل لوله‌ای تحت فشار با قطر  $40 \text{ cm}$  و طول  $4000 \text{ m}$  جریان دارد. مقدار انرژی

تلف شده بر حسب متر چقدر است؟  $\left( g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1/126}{\frac{\pi}{4} (0/4)^2} = 1 \text{ m/s}$$

حل:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{1 \times 0/4}{0/001} = 40$$

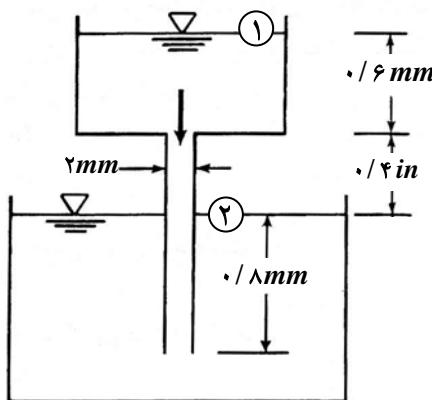
چون  $2000 < Re = 4000 < 20000$ ، بنابراین جریان آرام می‌باشد. در نتیجه انرژی تلف شده

از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$h_f = \frac{32 \nu VL}{g D^4} = \frac{32 \times 0.001 \times 1 \times 400}{10 \times (0.02)^4} \Rightarrow h_L = 8.0 \text{ m}$$

مثال ۱۴-۴: اگر سیال دارای چگالی  $\rho = 788 \text{ kg/m}^3$  و همچنین ضریب لزجت دینامیکی  $\mu = 1/2 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}$  باشد، مقدار دبی جریان سیال را برحسب لیتر در ساعت محاسبه کنید؟

حل: رابطه انرژی را بین نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:



شکل ۱۳-۴

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$(0.14 + 0.14) + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 + h_f$$

$$h_f = 1 \text{ m}$$

توجه کنید فشار نسبی در نقاط (۱) و (۲) صفر است و به دلیل بزرگ بودن سطح مخازن  $V_1 = 0$  و  $V_2 = 0$  هستند. بنابراین:

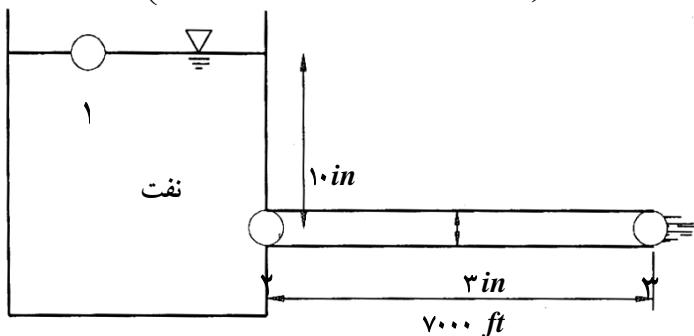
$$h_f = \frac{128 \mu L Q}{\pi \rho g D^4}$$

$$1 = \frac{128 \times 1/2 \times 10^{-3} \times (0.14 + 0.14)Q}{\pi \times 788 \times 9.81 \times 0.02^4}$$

$$Q = \gamma / 59 \text{ Lit/hr}$$

**مثال ۱۵-۴:** یک مخزن بزرگ نفت به لوله‌ای بطول ۷۰۰۰ فوت و قطر ۳ اینچ مطابق شکل متصل است. فرض کنید جریان در لوله آرام است. سرعت و دبی نفت که به صورت آزاد از لوله خارج می‌شود، چقدر است؟ با محاسبه عدد رینولدز تحقیق کنید که آیا جریان آرام است یا خیر؟ فقط تلفات در طول را در نظر بگیرید و از تلفات در ورودی لوله چشمپوشی نمایند.

$$\left( SG_{\text{نفت}} = 0.8 \text{ و } v_{\text{نفت}} = 14^+ \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)$$



شکل ۱۴-۴

حل:

$$Z_r + \frac{P_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} = Z_r + \frac{P_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + h_f$$

$$+ \frac{P_r}{0.8 \times 62/4} + \frac{V_r^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_r^2}{2g} + h_f$$

دقت کنید در رابطه فوق  $Z_r = Z_r = 0$  زیرا مبدأ محور لوله است. همچنین  $P_r = 0$  است زیرا فشار نسبی در نقطه ۳ مساوی صفر می‌باشد. از طرف دیگر می‌دانیم قطر لوله ثابت است، در نتیجه  $\frac{V_r^2}{2g} = \frac{V_r^2}{2g}$  خواهد بود. بنابراین رابطه فوق را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{P_r}{0.8 \times 62/4} = h_f \quad (1)$$

$$h_f = \frac{\frac{32vV_r L}{gD}}{\frac{32/2 \times \left(\frac{3}{12}\right)^2}{2 \times 32/2}} \Rightarrow h_f = 11/13 V_r^2 \quad (2)$$

همچنین رابطه انرژی را بین (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} &= Z_r + \frac{P_r}{\gamma} + \frac{V_r^2}{2g} + h_f \\ 10 + 0 + 0 &= 0 + \frac{P_r}{0.8 \times 62/4} + \frac{V_r^2}{2 \times 32/2} + \\ \frac{P_r}{0.8 \times 62/4} &= 10 - \frac{V_r^2}{2 \times 32/2} \end{aligned} \quad (3)$$

اگر روابط (۱) و (۲) را مساوی قرار دهیم:

$$\frac{P_r}{0.8 \times 62/4} = 11/13 V_r^2 \quad (4)$$

همچنین روابط (۳) و (۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} 11/13 V_r^2 &= 10 - \frac{V_r^2}{2 \times 32/2} \Rightarrow V_r = 0.89 \frac{ft}{s} \\ Q = A_r V_r &= \frac{\pi D^4}{4} \times V_r = \frac{\pi}{4} \left(\frac{3}{12}\right)^4 \times 0.89 \Rightarrow Q = 0.0437 cfs \end{aligned}$$

برای آنکه بدانیم جریان آرام است، عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0.89 \times \frac{3}{12}}{10^{-4}} \Rightarrow Re = 2225 < 2300$$

بنابراین جریان آرام است.

### ۵-۱۳ نیروی دراگ سیال ( مقاومت سیال )

اصولاً بر هر جسم غوطه‌ور در یک سیال که نسبت به آن در حال حرکت باشد، نیرویی از طرف سیال وارد می‌شود که با حرکت آن مخالفت می‌کند به عبارت دیگر نیروی عکس‌العملی بر این جسم را در برابر نیروی ناشی از جریان، نیروی دراگ ( مقاومت ) گویند.

نیروی دراگ به سه صورت وجود دارد:

۱. نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان
۲. نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی اصطکاکی که به دراگ اصطکاکی معروف

است

۳. نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم که به دراگ فشاری معروف است.

عوامل موثر بر نیروی دراگ واردہ بر جسم غوطه ور عبارت اند از:

شکل آیرودینامیکی جسم (S)

سطح تصویر جسم بر روی صفحه‌ای عمود بر جهت جریان (A)

سرعت نزدیک شدن سیال به جسم

جرم مخصوص سیال ( $\rho$ ) و لزجت سیال ( $\mu$ )

در حالت کلی نیروی دراگ عبارت است از:

$$F_D = f(S) \rho \mu V^2 A \quad (35-4)$$

$$F_D = f(Re, S) \times \frac{1}{2} A \rho V^2 \quad \text{وبه عبارت دیگر:}$$

$$F_D = C_D \frac{1}{2} A \rho V^2 \quad (36-4) \quad \text{یا}$$

(S): ضریب دراگ که تابعی از عدد رینولدز و شکل آیرودینامیکی جسم

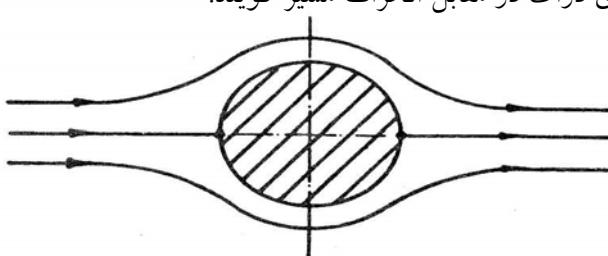
می‌باشد.

برای هر جسم با شکل مشخص فقط یک رابطه خاص بین  $Re$  و  $C_D$  وجود دارد یعنی:

$$C_D = f(Re, S) \quad (37-4)$$

### ۱۳-۵ نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان

خطوط جریان عبوری را در اطراف استوانه‌ای در نظر می‌گیریم که عدد رینولدز این جریان  $Re < 100$  است. در این حالت تأثیرات لزجت غالب بوده و نیروی دراگ در مقابل جریان تماماً ناشی از مقاومت بررشی سیال است. در چنین حالتی نیروی وارد بر جسم را نیروی دراگ در مقابل انحراف مسیر گویند.



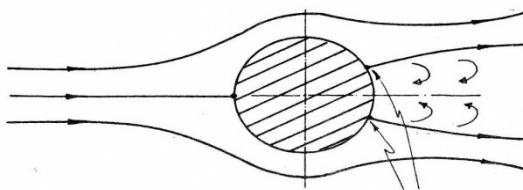
شکل ۱۵-۴ خطوط جریان در اطراف استوانه  $Re < 100$

### ۲-۱۳-۵ نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی (یا نیروی دراگ اصطکاکی)

هنگامی که عدد رینولدز  $Re > 10^4$  شود در اطراف جسم لایه بسیار نازکی از سیال به نام لایه مرزی به وجود می‌آید. در این ناحیه سرعت جريان از صفر در مجاورت سطح جانبی جسم تا حد سرعت جريان تغییر می‌کند. منبع تنش‌ها در امتداد لایه مرزی ایجاد نیروی دراگ سطحی که همان نیروی دراگ اصطکاکی است، می‌باشد.

### ۲-۱۳-۶ نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم

چنانچه شکل هندسی جسم به گونه‌ای باشد که موجب شود خطوط جريان سیال از بدنه جسم جدا شوند، در این صورت مانند شکل (۱۴-۴) در پشت جسم، حالت جريان آشفته به وجود آمده و فشار در این منطقه کاهش می‌یابد. اختلاف فشار ایجاد شده، جسم را در معرض نیروی جلو برنده قرار می‌دهد. اين نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم است.



شكل ۱۴-۴ خط جريان جدا شده از اطراف استوانه

### جريان عبوری در لوله‌ها

۱. ضریب اصطکاک در یک لوله کاملاً زبرد جريان متلاطم..... است.
    - ۱) تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی
    - ۲) تابعی از زبری نسبی
  - ۲) فقط تابعی از عدد رینولدز
  - ۳) مستقل از عدد رینولدز و زبری نسبی
۲. یک لوله جريان، متلاطم گفته می‌شود که در رژیم انتقالی باشد در صورتی که ضریب اصطکاک  $f$  ..... باشد.
- ۱) فقط مستقل از عدد رینولدز
  - ۲) مستقل از زبری نسبی
  - ۳) تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی

۴) هم مستقل از عدد رینولدز و هم مستقل از زبری نسبی

۳. دو مخزن بوسیله خط لوله‌ای شامل دو لوله  $A$  و  $B$  با ضریب اصطکاک و طول یکسان، به صورت سری متصل می‌شوند. در صورتی که قطر لوله  $A$ ، ۲۰٪ بیشتر از قطر لوله  $B$  باشد، نسبت افت هد در  $A$  نسبت به افت هد در  $B$  مساوی است با:

$$(1) \quad 0.833 / 0.6$$

$$(2) \quad 0.402 / 0.529$$

۴. دو مخزن بوسیله دو لوله  $M$  و  $N$  با قطر و طول یکسان به‌طور موازی متصل می‌شوند. در صورتی که ضریب اصطکاک لوله  $M$ ، ۴ برابر ضریب اصطکاک لوله  $N$  باشد، نسبت دبی در لوله  $M$  به دبی در لوله  $N$  مساوی است با:

$$(1) \quad 0.25 / 0.5$$

$$(2) \quad 4 / 2$$

۵. در فرمول هیزن - ویلیامز برای خطوط لوله، مقدار ضریب  $C_H$  برای لوله آبست سیمانی ..... است.

$$(1) \quad 10 / 65$$

$$(2) \quad 140 / 340$$

۶. در طراحی خط لوله، مرسوم است که در فرض ناشی از کهنه شدن لوله‌ها .....  
۱) ضریب اصطکاک  $f$  با زمان به‌طور خطی افزایش می‌یابد.

۲) اندازه زبری معادل دانه ماسه با زمان به‌طور خطی افزایش می‌یابد.

۳) این لوله‌ها با زمان به‌طور خطی صاف تر می‌شوند.

۴) هیچ تغییر قابل توجهی در ضریب اصطکاک رخ نمی‌دهد.

۷. دو شبکه لوله هنگامی گفته می‌شوند که در طولهایشان معادل می‌باشند که  
۱) دبی‌ها و قطرها یکی باشند.

۲) هر دو شبکه لوله به‌طور سری باشند.

۳) بوسیله دبی یکسانی در هر دو شبکه لوله، افت هد یکسانی ایجاد شود.

۴) در هر دو شبکه لوله ضریب اصطکاک و دبی یکسانی موجود باشد.

۸. ضریب اصطکاک برای جریان آشفته در کانال‌های زبر .....  
۱) به عدد رینولدز بستگی دارد

۲) به‌طور خطی با عکس عدد رینولدز بستگی دارد

(۳) مستقل از زبری سطح است

(۴) مستقل از عدد رینولدز جریان است.

۹. دو سیستم لوله گفته می‌شود که به‌طور سری معادل می‌باشد هنگامی که

(۱) متوسط قطر در هر دو سیستم یکسان است.

(۲) متوسط ضریب اصطکاک در هر دو سیستم یکسان است.

(۳) طول کلی لوله‌ها در هر دو سیستم یکسان است.

(۴) دبی تحت هد یکسان در هر دو سیستم یکسان است.

۱۰. اگر انتهای یک شیلنگ آب را فشار دهیم به‌طوری که آب از سطح مقطع کمتری

خارج شود:

(۱) سرعت فوران آب افزایش می‌یابد چون دبی جریان ثابت است و سطح مقطع کم می‌شود.

(۲) سرعت فوران هیچ تغییری نمی‌کند.

(۳) سرعت فوران کم می‌شود.

(۴) سرعت فوران می‌تواند افزایش و یا کاهش می‌یابد چون دبی جریان ثابت نیست.

۱۱. در سرعت متوسط یکسان، نسبت افت هد در واحد طول برای لوله در حالت

جریان پر به همان لوله در حالت جریان نیمه پر خواهد بود:

$$\frac{1}{64} \quad (2) \quad (1)$$

$$\frac{0}{61} \quad (4) \quad (0/5)$$

۱۲. یک لوله با قطر  $20\text{ cm}$  دبی  $35\text{ Lit/s}$  را از طریق یک ورودی ناگهانی از مخزن

بزرگی انتقال می‌دهد. افت هد در این ورودی تقریباً مساوی است با:

$$0/03\text{ m} \quad (2) \quad (1)$$

$$0/09\text{ m} \quad (4) \quad (0/06\text{ m})$$

۱۳. در یک لوله مدور قطر لوله به‌طور ناگهانی دو برابر می‌شود. در صورتی که ارتفاع

نظیر سرعت جریان در این لوله قبل از افزایش قطر  $h$  باشد، بنابراین افت انرژی در

افزایش ناگهانی قطر مساوی با..... خواهد بود.

$$\frac{3h}{4} \quad (2) \quad \frac{h}{4} \quad (1)$$

$$\frac{9h}{16} \quad (4) \quad \frac{h}{16} \quad (3)$$

۱۴. در صورتی که ضریب اصطکاک جریان آرام عبوری از لوله مدوری  $1/0$  باشد، بنابراین عدد رینولدز این جریان خواهد بود:

- (۱) ۳۲۰      (۲) ۲۰۰۰  
 (۳) ۶۴۰      (۴) ۶۴

۱۵. در داخل لوله‌ای یک بار جریان توسعه یافته آرام و بار دیگر جریان توسعه یافته درهم داریم. چنانچه سرعت مرکز لوله در هر دو حالت یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) دبی جریان رژیم درهم بیشتر از رژیم آرام است.  
 (۲) دبی جریان رژیم درهم مساوی رژیم آرام است.  
 (۳) دبی جریان رژیم درهم کمتر از رژیم آرام است.  
 (۴) دبی جریان به عوامل دیگری بستگی دارد.

۱۶. در لوله‌ای با قطر  $d$ ، جهت انتقال روغن با میزان جریان  $Q$  روی فاصله  $L$ ، افت هد  $h$  است. این لوله با لوله دیگری با نصف قطر  $\frac{h}{2}$  عوض می‌شود تمام عوامل دیگر ثابت باقی می‌مانند، افت هد در این حالت خواهد بود:

- (۱)  $0.5 h$       (۲)  $2 h$   
 (۳)  $8 h$       (۴)  $32 h$

۱۷. با استفاده از رابطه دارسی - وايسباخ، در صورتی که قطر لوله‌ای به میزان  $20$  درصد کوچک‌تر شود ولی سایر کمیت‌ها ثابت بمانند، افت اصطکاکی در این لوله چند برابر می‌شود؟

- (۱) دو برابر      (۲) چهار برابر  
 (۳) سه برابر      (۴)  $1/25$

۱۸. در لوله‌ای با طول و جنسهای یکسان به‌طور موازی با یکدیگر متصل می‌باشند. قطر لوله اول  $D$  و قطر لوله دوم  $3D$  می‌باشد. نسبت دبی‌ها  $\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)$  چقدر است؟

- (۱)  $1/7$       (۲)  $5/2$   
 (۳)  $9$       (۴)  $15/6$

۱۹. لوله‌های شماره (۱) و (۲) بین نقاط  $A$  و  $B$  به‌طور موازی کار گذاشته شده اند که در آن طول لوله،  $f$  ضریب اصطکاک دارسی - وايسباخ،  $D$  قطر لوله،  $V$

سرعت جریان و  $Q$  دبی جریان را بیان می‌کند. با صرفنظر کردن از افت انرژی موضعی، مشخص کنید که بین این دو لوله کدامیک از روابط زیر صادق است؟

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{f_1 L_1 D_1^5}{f_2 L_2 D_2^5}} \quad (2)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_2^5}{f_1 L_1 D_1^5}} \quad (1)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{f_1 L_1 D_1^5}{f_2 L_2 D_2^5}} \quad (4)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{f_2 L_2 D_2^5}{f_1 L_1 D_1^5}} \quad (3)$$

۲۰. کدام جمله در رابطه با ضریب  $f$  در رابطه دارسی - واپسیاخ غلط است؟

(۱) برای اعداد رینولدز کاملاً بالا، به ازای یک زبری نسبی خاص، ضریب  $f$  ثابت است.

(۲) ضریب  $f$  در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام فقط ابع عدد رینولدز است.

(۳) ضریب  $f$  در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های کاملاً آشفته فقط تابع زبری نسبی است.

(۴) ضریب  $f$  در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام و انتقالی فقط تابع زبری نسبی است.

۲۱. سیالی با لزجت  $\tau_w = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  در لوله‌ای به قطر ۳۵ سانتیمتر با سرعت  $2/5 \text{ m/s}$  در جریان است. افت انرژی برای ۱۰۰ متر لوله مساوی چند متر از ارتفاع سیال است؟

۳/۳۳ (۲)

۲/۵ (۱)

۶/۶۷ (۴)

۵/۷۵ (۳)

۲۲. در داخل یک لوله زبر (در جریان Fully Turbulent Flow) ضریب اصطکاک بستگی به کدام یک از عبارت‌های زیر دارد؟

(۱)  $Re$  و زبری

(۲) عدد  $Re$

(۳) زبری

(۴) لایه آرام داخل لایه مرزی (Laminar Sub layer)

۲۳. هوا با ویسکوزیته سینماتیک  $1/5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  با سرعت  $25 \text{ m/s}$  در یک کانال

کور که سطح مقطع آن مربعی به طول ضلع ۵۰ سانتی متر می باشد، عبور می نماید.  
در این حالت عدد رینولدز کدام است؟

- (۱) ۲۱۲۵۰۰      (۲) ۱۲۵۰۰۰۰  
(۳) ۲۲۵۰۰۰۰      (۴) ۶۰۰۰۰۰۰

۲۴. در داخل لوله‌ای به قطر D سیالی با چگالی  $\rho$  و لزجت  $\mu$  جریان دارد. چنانچه افت فشار در طول L از لوله که در آن جریان توسعه یافته است، برابر a باشد تنش برشی برابر است با:

$$\frac{aL}{4D} \quad (۱)$$

$$\frac{aL}{\mu L} \quad (۲)$$

$$\frac{aD}{\pi L} \quad (۳)$$

۲۵. کدام عبارت در مورد ویسکوزیته موثر سیال در رژیم جریان آشفته صحیح است؟  
در ناحیه لایه آرام:

- (۱) تنش برشی سیال بزرگتر از تنش برشی سطح جسم است  
(۲) ویسکوزیته موثر کوچکتر از ویسکوزیته مولکولی سیال است  
(۳) ویسکوزیته موثر برابر ویسکوزیته مولکولی سیال است  
(۴) ویسکوزیته موثر بزرگتر از ویسکوزیته مولکولی سیال است

۲۶. طول ورودی جریان آرام فاصله‌ای است که.....

(۱) افت فشار به طور خطی تغییر می کند  
(۲) جریان آرام به آشفته تبدیل می شود  
(۳) جریان سیال توسعه می یابد  
(۴) ضریب اصطکاک به طور خطی تغییر می کند

۲۷. اگر در جریان آرام و نیز توربولنت در داخل لوله هر دو نقش برشی روی دیواره برابر فرض شود، نسبت گرادیان فشار جریان آرام به جریان توربولنت کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲  
(۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۸. دو لوله با قطر و طول و دبی یکسان داریم. لوله اولی از جنس سیمانو دومی از جنس شیشه کاملاً صاف می باشد. جریان آب در هر دو لوله ورقه‌ای Laminar و با لزجت یکسان است. کدام گزینه در خصوص افت انرژی در این لوله صحیح

است؟

- ۱) افت انرژی هر دو لوله يکسان است.
- ۲) افت انرژی لوله سیمانی به علت تفاوت زیری، بیشتر است.
- ۳) چون لوله شیشه‌ای صاف است، جريان با سرعت بیشتر حرکت خواهد کرد و در نتیجه افت انرژی در آن بیشتر خواهد بود.
- ۴) با اطلاعات داده شده، اظهار نظر در خصوص مقایسه افت انرژی دو لوله امکان پذیر نیست.

۲۹. جريان یک سيال لزج در داخل یک لوله با عدد رينولذ  $Re = 1500$  برقرار است.

اگر طول لوله  $20$  متر، قطر آن  $5$  سانتی متر و لزجت سینماتیکی آن برابر

$$2 \times 10^{-5} \frac{m^5}{s}$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$(1) 211 / 0 \text{ متر}$$

$$(2) 316 / 0 \text{ متر}$$

$$(3) 474 / 0 \text{ متر}$$

۳۰. سيالی با لزجت سینماتیک  $5 \times 10^{-4} \frac{m^5}{s} = 5$ ، در لوله‌ای به قطر  $35$  سانتی متر با

سرعت  $2/5 \frac{m}{s}$  در جريان است. افت انرژی برای  $100$  متر لوله مساوی چند متر

از ارتفاع سيال است؟

$$(1) 2/5$$

$$(2) 3/33$$

$$(3) 5/75$$

۳۱. در یک جريان آشفته (*Turbulent*) کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

۱) لایه‌های سيال به طور موازی با هم حرکت می‌کنند.

۲) تنش بین لایه‌ها از حالت مشابه در جريان ورقه‌ای بیشتر است.

۳) چسبندگی بین لایه‌ها اثر مهم و تعیین کننده‌ای دارد.

۴) ضریب دارسی - وايسباخ در همه موارد فقط تابعی از عدد رینولذ است.

۳۲. دو لوله با طول و جنس‌های يکسان به طور موازی به يكديگر متصل می‌باشند. قطر

$$\left( \frac{Q_2}{Q_1} \right)$$

$$(1) 1/7$$

$$(2) 5/2$$

$$(3) 910$$

$$(4) 15/6$$

۳۳. با استفاده از رابطه دارسی - وايسباخ، نشان دهيد که اگر قطر لوله‌ای به میزان ۲۰ درصد کوچکتر شود ولی سایر کمیت‌ها ثابت بماند، افت اصطکاکی در این لوله:

- (۱) دو برابر می‌شود.
- (۲) چهار برابر می‌شود.
- (۳) سه برابر می‌شود.
- (۴) ۱ / ۲۵ برابر می‌شود.

۳۴. روغن با چگالی نسبی ۸۵ / ۰ در یک لوله به قطر داخلی  $cm\ 75$  با سرعت متوسط  $10/5\ m/sec$  را جريان می‌يابد. افت فشار در طول ۳۰۰ متری لوله برابر  $Kp = 10$  می‌باشد. ضریب افت اصطکاکی لوله چقدر می‌باشد؟

- (۱) ۰ / ۰۲۴
- (۲) ۰ / ۰۱۴
- (۳) ۰ / ۰۲۸
- (۴) ۰ / ۰۳۶

۳۵. اگر در جريان کاملاً آشفته در لوله‌ها ارتفاع زبری معادل لوله‌ای دو برابر شود در اين صورت دبی چه تغييري می‌كند؟

- (۱) نصف می‌شود.
- (۲) تغييري نمي‌كند.
- (۳) بسته به مشخصات لوله و جريان دارد.

۳۶. اگر در جريان لایه‌ای در لوله‌ها فقط قطر دو برابر گردد (افت کل و طول لوله ثابت بماند) نسبت دبی جديد به دبی قديم چقدر است؟

- (۱) ۱۶
- (۲) ۳۲
- (۳) ۸
- (۴) ۴

۳۷. در جريان آرام افت انرژي با سرعت:

- (۱) رابطه معکوس دارد.
- (۲) رابطه مستقيم دارد.
- (۳) با توان دوم سرعت رابطه معکوس دارد. (۴) ارتباط ندارد.

۳۸. افت بار خطی (Pressure Loss) در جريان درهم (متلاطم) در داخل يك لوله:

- (۱) به طور مستقيم با سرعت جريان بستگي دارد.
- (۲) به طور معکوس با توان دوم سرعت تغيير مي‌كند.
- (۳) به طور معکوس با توان دوم قطر لوله بستگي دارد.
- (۴) به طور تقربي با توان دوم سرعت تغيير مي‌كند.

۳۹. در جريان مغشوش در حالت ناحيه جريان لوله جدار زبر می‌توان گفت:

- (۱) ضريب اصطکاک به زبری نسبی بستگي ندارد.

۴۲) افت انرژی تقریباً تابعی از توان دوم سرعت و ضریب اصطکاک تابعی از زبری نسبی

۳) لوله زبرتر ضریب اصطکاک مساوی لوله صافی تر است.

۴) ضریب اصطکاک تابعی است فقط از « رینولدز » جريان

۴۰. جريان هوا با سرعت  $m/s = 10$  در لوله‌ای جريان دارد. چگالی هوا  $Kg/m^3 = 1/2$  است.

در صورتی که ضریب اصطکاک مودی برابر اين جريان برابر  $2 \times 10^2$  باشد، تنش

برشی وارد بر جداره لوله چند نیوتن بر متر مربع ( $N/m^2$ ) می‌باشد؟

$$0.3 \quad (1)$$

$$0.5 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (3)$$

۴۱. جريانی از روغن  $Lit/s = 10^5 m^3/s$  به میزان  $140$  از داخل یک لوله صاف به طول  $200$  متر و قطر  $200$  میلی متر عبور می‌نماید. افت بار انرژی در اين حالت چند متر روغن است؟

$$\left( f = 0.316 / Re^{0.75} \right) \quad (1)$$

$$4/63 \quad (2)$$

$$18/47 \quad (3)$$

۴۲. در جريان آرام یک سیال نیوتنی از داخل لوله افقی در صورتی که قطر لوله نصف گردد دبی جريان ثابت بماند، افت فشار در واحد طول چند برابر می‌شود؟

$$8 \quad (1)$$

$$16 \quad (2)$$

$$32 \quad (3)$$

۴۳. در لوله‌ای سیال با جريان آرام جاری است. در صورتی که قطر لوله دوباره شود ولی جريان همچنان آرام باقی بماند و تغییری نیز در سرعت ایجاد نگردد افت فشار چگونه است؟

$$(1) \text{ به } \frac{1}{2} \text{ تقلیل می‌یابد.}$$

$$(2) ۲ برابر می‌شود. \quad (3) \text{ به } \frac{1}{4} \text{ تقلیل می‌یابد.}$$

۴۴. آب با سرعت  $2/5 cm/s$  در یک لوله افقی به قطر  $5 cm$  جريان دارد. مقدار افت فشار بر واحد طول لوله برابر چند پاسکال می‌باشد؟

$$\left( \rho_{H,O} = 1000 \text{ kg/m}^3 \right) , v_{H,O} = 1.0 \times 10^3 \text{ m/s} , \pi = 3.141592653589793$$

۴۵. در جریان متلاطم در لوله با رینولدزهای بسیار بالا فاکتور اصطکاک تابعی از:

$$f = f\left(\operatorname{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (4)$$

۴۶. آب در لوله‌ای به قطر 10cm جریان دارد. به طور تقریبی در چه شدت جریانی

انتقال از رژیم آرام به درهم اتفاق می‌افتد؟

۴۷. افت فشار در یک خط لوله به قطر ۶۰ سانتیمتر و طول ۱۵ متر برابر ۷۰ کیلو پاسکال می باشد. تنش برش (Shear Stress) در بدنه لوله چند پاسکال است؟

۷۰٪ (۲  
۷۰٪ (۴

۴۸. اگر سیالی که ویسکوزیته آن با افزایش نرخ برش کاهش می‌باید در لوله‌ای جریان باید. مقدار افت فشار آن در مقاسه با سیاله که ویسکوزیته آن ثابت است:

۱) کمتر است  
۲) بیشتر است  
۳) تفاوتی نمی‌کند  
۴) هیچکدام

۴۹. سرعت برای چیزی که باید درون سال آرام باشد بک لوله:

- ۱) در تمام سطح مقطع ثابت است.

۲) در دیواره، ماکزیمم مقدار را داراست.

(۳) در جداره صفر و به طرف مرکز به‌طور خطی افزایش می‌پابد.

(۴) در چداره صفر و به طرف مرکز به طور سهموی افزایش می‌باید.

د، چه بان آرام داخلا، لوله کدام یک از گزینه‌هاست؛ زیرا صحیح می‌باشد

۵۰. در جریان آرام داخل لوله کدام یک از گزینه‌ها زیر صحیح می‌باشد؟

۱) مراکزیم سرعت و مراکزیم تنفسی در مرکز لوله وجود دارند

۲) پیشینه سرعت در مرکز لوله و ماکزیمم تنش برشی روی دیوا

افتدیم

۵

(۳) محل ماکزیمم شدن سرعت و تنش برشی در جریانهای پایدار در مرکز لوله واقع می‌شوند.

(۴) محل ماکزیمم شدن سرعت و تنش برشی بستگی به نوع جریان دارد و در جریانهای آرام و درهم متفاوت است.

۵۱. برای جریان در یک لوله معین، در حالتی که افت ارتفاع اصطکاکی متناسب با مجدور دبی است، ضریب اصطکاک  $f$  :

۱) ثابت است ۲) متناسب با  $Re$  است

۳) متناسب با  $Re^{-0.25}$  است. ۴) متناسب با  $Re^{-0.75}$  است.

۵۲. اگر در جریان کاملاً آشفته در لوله‌ها ارتفاع زبری معادل لوله‌ای دو برابر شود در این صورت دبی چه تغییری می‌کند؟

۱) نصف می‌شود ۲) تغییری نمی‌کند

۳) دو برابر می‌شود ۴) بسته به مشخصات لوله و جریان دارد.

۵۳. شب خط انرژی جریان تحت فشار در شرایط آشفته کامل:

۱) با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد

۲) به عدد رینولدز بستگی ندارد

۳) به زبری جداره لوله بستگی ندارد

۴) با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد.

۵۴. در جریان آرام افت انرژی با سرعت:

۱) رابطه معکوس دارد

۲) رابطه مستقیم دارد

۳) با توان دوم سرعت رابطه معکوس دارد (۴) ارتباط ندارد

## فصل پنجم

### محاسبه افت‌ها در لوله‌ها

#### ۱-۵ افت انرژی در خطوط لوله

یکی از شاخه‌های کاربردی علم مکانیک سیالات، برآورده افت انرژی جریان سیال در سیستم‌های لوله کشی و به خصوص تأسیسات آبرسانی است. عموماً شبکه لوله‌ها به صورت سری، موازی و حلقه‌ی دار سیستم آبرسانی طراحی می‌گردند. بنابراین سنجش میزان افت انرژی در نقاط مختلف برای انجام محاسبات دقیق آبرسانی لازم است.

افت‌های حاصله در حرکت سیالات در لوله‌ها را می‌توان به دو بخش افت‌های اصطکاکی (طولی یا خطی) و موضعی (فرعی) تقسیم نمود که افت اصطکاکی ناشی از لزجت و اصطکاک داخلی سیال و افت موضعی به واسطه عوارض موضعی و یا تغییر ناگهانی سطح مقطع پدید می‌آید. بنابراین افت کلی لوله از مجموع افتهای اصطکاکی و موضعی آن به دست می‌آید.

$$\sum h_l = h_f + h_e \quad (1-5)$$

برای محاسبه افت اعم از اصطکاکی و یا موضعی در یک لوله، ابتدا باید نوع جریان آن را تعیین کرد و برای این کار ابتدا عدد رینولدز مربوط به آن را محاسبه می‌کنند. با معلوم شدن نوع جریان، می‌توان با استفاده از فرمول‌ها، جداول و یا منحنی‌ها افت را محاسبه کرد.

#### ۲-۵ افت اصطکاکی (طولی یا خطی) در خطوط لوله

قسمت اعظم افت حاصله در لوله‌ها را افت ناشی از اصطکاک تشکیل می‌دهد که این افت، از اصطکاک ذرات سیال ناشی می‌شود و در مواردی که هیچ گونه پدیده موضعی

نیز در لوله موجود نباشد باز هم وجود دارد.  
اساسی‌ترین فرمول برای محاسبه افت اصطکاکی در لوله‌ها، رابطه دارسی -  
ویسباخ<sup>۱</sup> به شرح زیر است:

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} \quad (2-5)$$

که در آن  $h_f$  افت انرژی (افت ارتفاع یا افت خط تراز هیدرولیکی)، L طول  
لوله؛ D قطر لوله؛ V سرعت متوسط و f ضریب اصطکاک لوله می‌باشد.

این رابطه را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$j = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{d} \frac{V^2}{2g} \quad (3-5)$$

که در آن زافت حاصله به ازای واحد طول است.

رابطه (۲-۵) نشان می‌دهد که مقدار افت در لوله با طول لوله و با توان دوم سرعت رابطه مستقیم دارد. این بدان معنی است که هرچه طول لوله بیشتر باشد، مقدار افت نیز به همان نسبت بیشتر می‌شود و هر چه سرعت بیشتر شود مقدار افت با توان دوم سرعت افزایش می‌یابد؛ یعنی اگر سرعت دو برابر شود، افت در لوله چهار برابر خواهد شد. این نکته به ما کمک می‌کند تا از طراحی سیستم لوله با سرعت زیاد اجتناب شود، تا ضمن جلوگیری از افت زیاد، احتمال ضربه قوچ کاهش یابد.

مقدار افت با قطر لوله رابطه معکوس دارد، یعنی با افزایش قطر افت کاهش می‌یابد و با کاهش قطر، افت افزایش خواهد یافت. البته با توجه این که مقدار V نیز به

قطر بستگی دارد ( $Q = VA = V \cdot \frac{\pi D^4}{4}$ )، در صورتی که برای یک دبی مشخص قطر افزایش یابد، سرعت نیز به شدت کاهش خواهد داشت. به عنوان یک معیار اگر قطریک لوله دو برابر شود، سرعت نیز یک چهارم خواهد شد و در نتیجه با دو برابر شدن قطر

لوله سبب خواهد شد که افت  $\frac{1}{32}$  شود، یعنی ۳۲ بار کوچک‌تر خواهد شد.

### ۳-۵ افتهای موضعی<sup>۲</sup>

در خطوط انتقال سیالات، در برخی نقاط، سرعت جریان از لحاظ مقدار و جهت تغییر

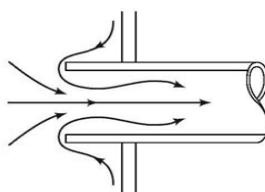
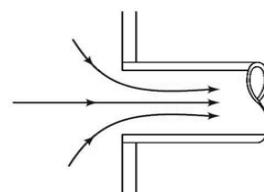
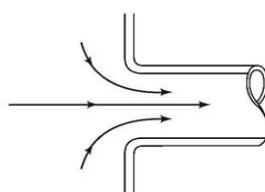
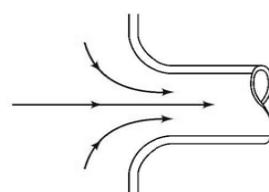
1. Darcey weisbach  
2. Minor losses

می‌کند که این خود باعث تلاطم در جریان و کاهش انرژی در اثر جریان می‌شود. این تغییر سرعت می‌تواند ناشی از انبساط یا انقباض مقطع باشد یا در اثر وجود خم‌ها (زانویی‌ها) شیرفلکه و یا سایر اتصالات باشد.

در این حالت مقداری از انرژی جریان تلف می‌شود که به آن افت انرژی موضعی (فرعی) می‌گویند و طبق رابطه عمومی زیر افت موضعی محاسبه می‌شود:

$$h_e = K \frac{V^2}{2g} \quad (4-5)$$

در فرمول فوق  $V$  سرعت متوسط جریان در لوله و  $K$  ضریب افت است و  $g$  قویاً به مشخصات هندسی اتصالات مورد استفاده و مشخصات جریان که توسط عدد رینولدز ارائه می‌شود بستگی دارد. تقریباً تمام تلفات موضعی به طور تجربی و با انجام آزمایش تعیین می‌شوند. یک استثناء مهم ناشی از انبساط ناگهانی است که آن را به طور تحلیلی به دست می‌آوریم. افتهای موضعی در لوله‌های طولانی با توجه به مقدار یا جهت سرعت به وجود می‌آید که این خود باعث تلاطم در جریان و کاهش انرژی در اثر جریان می‌شود. برای کاهش تلفات ورودی از لوله‌های با دهانه ملایم‌تر استفاده می‌شود. این لوله‌ها اثرات پدیده فشرده‌گی<sup>۱</sup> را کاهش می‌دهند و هر چه انتهای دهانه ورودی لوله ملایم‌تر باشد، ضریب افت بار موضعی  $K$  کوچک‌تر خواهد بود. شکل (۱-۵)

دهانه ورودی لوله در مخزن  $1 - 8/0 = 0.8$ ورودی لبه تیز  $5/0 - 0/4 = 0.4$ ورودی تا حدی گرد  $25/0 - 2/0 = 0.25$ ورودی کاملاً گرد  $0.05 - 0.1 = 0.01$ 

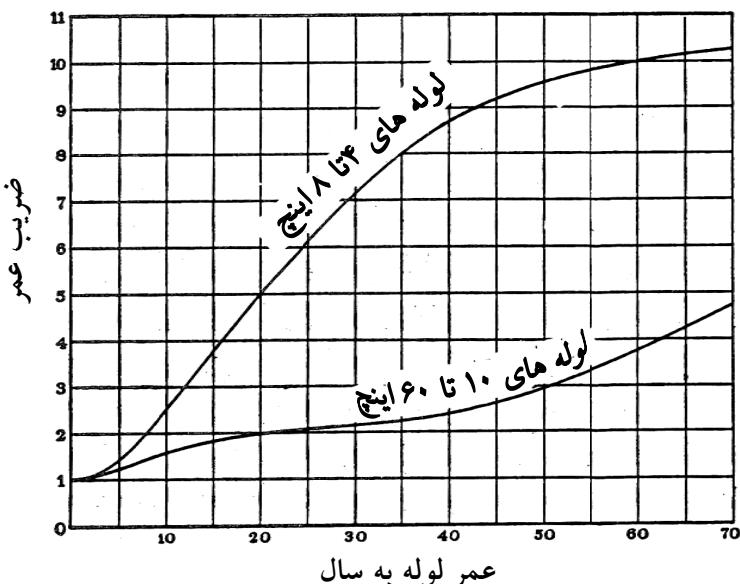
شکل ۱-۵ افت موضعی به هنگام ورود مایع از مخزن به لوله

#### ۴-۵ گذشت زمان و تأثیر آن در ضریب اصطکاک (f) لوله‌ها

ضریب اصطکاک در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری سطح داخلی است ولی علاوه بر این مسائل، عامل زمان نیز در این ضریب موثر است.

ضریب اصطکاک بر اثر گذشت زمان افزایش می‌یابد که علت آن فرسودگی سطح داخلی لوله و رسوبات بر جدارهای لوله و افزایش زبری آن است که این عوامل بستگی به نوع لوله و خواص سیال در حال جریان در لوله دارد.

عمولاً در طراحی خطوط لوله، بسته به مدت استفاده از لوله، ضریب اصطکاک را بیشتر در نظر می‌گیرند تا در سالهای آینده نیز استفاده از خطوط لوله براحتی ممکن باشد. در نمودار شکل (۲-۵) رابطه بین عمر لوله و ضریب عمر نشان داده شده است. از روی این منحنی ضریب عمر را تعیین کرده و با ضرب این ضریب در ضریب اصطکاک لوله، ضریب اصطکاک واقعی لوله به دست می‌آید.



شکل ۲-۵ تأثیر زمان در ضریب اصطکاک لوله‌ها

تأثیر گذشت زمان در مورد لوله‌های با قطر کم بسیار بیشتر از لوله‌های با قطر زیاد است چون زبری نسبی در مورد لوله‌های با قطر کمتر، اثر بسیار زیادی نشان

خواهد داد. در طراحی سیستم‌های لوله کشی با توجه به این که آن‌ها باید جوابگوی ۲۰ یا ۲۵ سال آینده باشند، لذا باید زبری‌های ۲۰ یا ۲۵ سال در محاسبات به کار گرفته شوند تا از کارکرد صحیح سیستم در آینده اطمینان حاصل نمود.

#### ۴-۵ افت موضعی در اثر انبساط ناگهانی<sup>۱</sup> مقاطع (واگرایی)

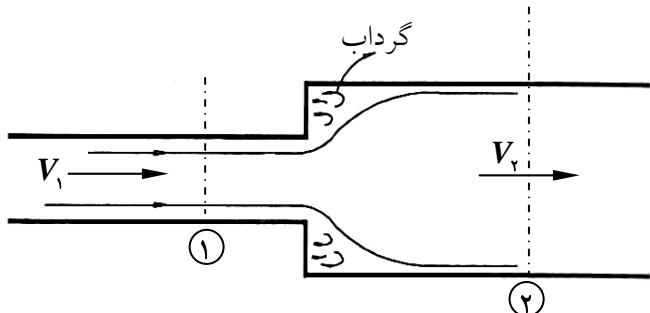
با توجه به شکل (۳-۵) سیال با سرعت  $V_1$ ، مقاطع (۱) به قطر  $D_1$  را ترک کرده و با سرعت  $V_2$  وارد مقاطعی با قطر  $D_2$  می‌گردد و به واسطه افزایش سطح مقاطع و جداش، افت فشاری ایجاد می‌شود که در این حالت افت انرژی موضعی، طبق رابطه تحلیلی زیر محاسبه می‌گردد:

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (5-5)$$

رابطه (۵-۵) را می‌توان به شکل رابطه کلی افت موضعی نیز درآورد:

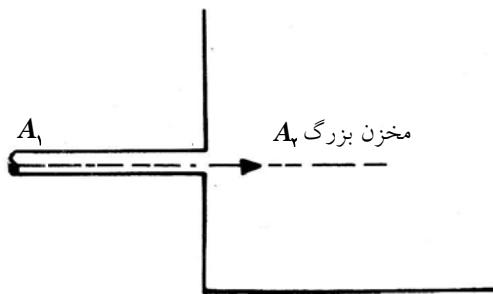
$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{\left( V_1 - \frac{A_1 V_1}{A_2} \right)^2}{2g} = \left( 1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] \frac{V_1^2}{2g} = K_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{\left( \frac{A_1 V_1}{A_2} - V_2 \right)^2}{2g} = \left( \frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \frac{V_2^2}{2g} = \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right] \frac{V_2^2}{2g} = K_2 \frac{V_2^2}{2g}$$



شکل ۳-۵ انبساط مقاطع لوله

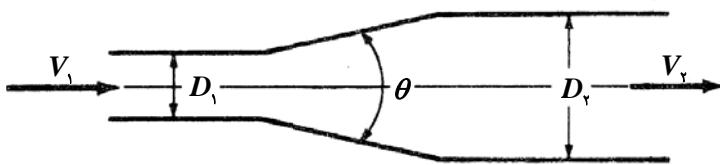
در حالتی که لوله‌ها همانند شکل (۴-۵) به مخزن بزرگی متصل شود، با توجه به این که مقطع لوله ( $A_1$ ) نسبت به مخزن ( $A_2$ ) بسیار کوچک است لذا می‌توان از نسبت  $\frac{D_1}{D_2}$  صرفنظر کرد و در نتیجه افت انرژی به صورت  $h_e = \frac{V_1^2}{2g}$  در می‌آید. در این حالت انرژی جنبشی به طور کامل به انرژی حرارتی تبدیل شده و  $K = 1$  می‌باشد.



شکل ۴-۵ افت در محل ورود سیال به مخزن

**۴-۴-۵ افت موضعی در اثر انبساط تدریجی<sup>1</sup> (انبساط مخروطی)**  
افت انرژی ناشی از انبساط تدریجی متناسب با فرم و زاویه رأس مخروط است. این افت شامل اثرات اصطکاک لوله در طول انبساط و تلاطم گردابی است و از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$h_e = K \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (6-5)$$



شکل ۵-۵ ضریب افت در انبساط تدریجی (انبساط مخروطی)

از این سیستم برای بازیافت و جبران فشار دستگاه‌های اندازه‌گیری فشار استفاده می‌شود (نظیر وانتوری و شیپوره). عموماً در شرایط قطرهای ورودی و خروجی یکسان

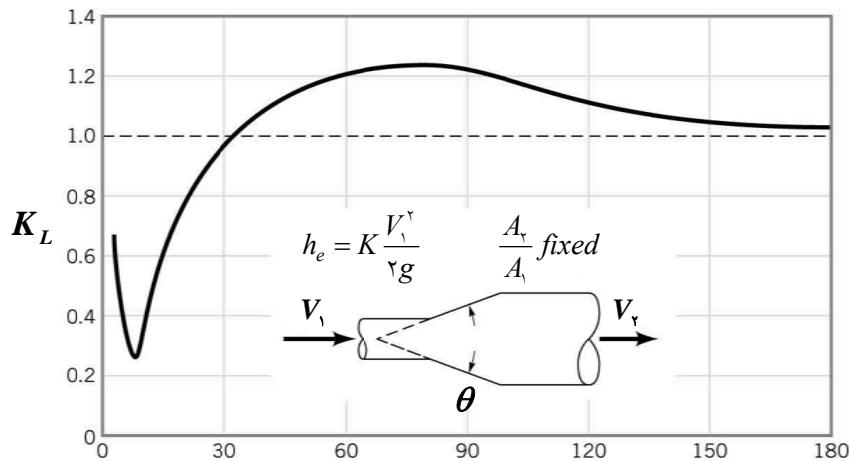
1. Gradual expansion

مقدار افت هد ناشی در انبساط تدریجی کمتر از افت هد ناشی از انبساط ناگهانی می‌باشد.

$$\theta \leq 45^\circ \rightarrow K = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}{\left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2} \quad (7-5)$$

$$45^\circ < \theta < 180^\circ \rightarrow K = \frac{\left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}{\left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2} \quad (8-5)$$

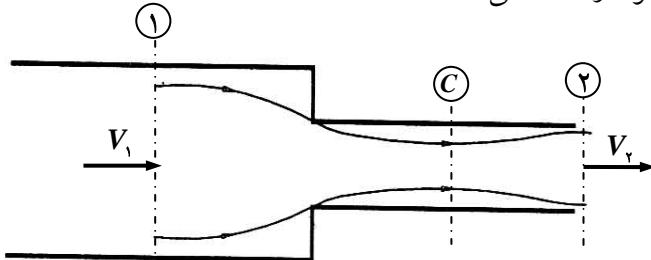
همان‌طور که در شکل (۶-۵) مشاهده می‌شود با افزایش  $\theta$  مقدار  $K$  افزایش می‌یابد که منجر به افزایش تلفات می‌شود.



شکل ۶-۵ ضریب افت در انبساط تدریجی (انبساط مخروطی)

### ۳-۴-۵ افت موضعی در اثر انقباض ناگهانی<sup>۱</sup> (همگرایی)

افت انرژی ناشی از انقباض ناگهانی با همان روشی که در انبساط ناگهانی تحلیل شد، بررسی می‌شود به شرطی که مقدار انقباض معلوم باشد. شکل (۷-۵) انقباض ناگهانی در مقطع لوله را نشان می‌دهد.



شکل ۷-۵ انقباض ناگهانی در خط لوله

از مقطع (۱) تا (c) که در آن انقباض به حداقل خود رسیده است، ارتفاع فشاری به ارتفاع نظیر سرعت تبدیل می‌شود و از مقطع (c) تا (۲)، مجدداً ارتفاع نظیر سرعت به ارتفاع فشاری تبدیل می‌گردد. از آنجاکه که فرایند تبدیل ارتفاع فشاری به ارتفاع نظیر سرعت راندمان بالایی دارد، تلفات از مقطع (۱) تا (c) در مقایسه با تلفات از مقطع (c) تا (۲) بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین تلفات از مقطع (c) تا (۲) را به عنوان افت موضعی ایجاد شده در این حالت، در نظر می‌گیریم و با استفاده از رابطه انبساط ناگهانی مقطع، می‌نویسیم:

$$h_e = \frac{(V_c - V_r)^2}{2g} = \left( \frac{V_r A_r}{A_c} - 1 \right)^2 \frac{V_r^2}{2g} \quad (9-5)$$

نسبت مساحت جت در مقطع c (قطع منقبض = Vena contracta) به مقطع ۲، ضریب انقباض نامیده می‌شود که آنرا با  $C_c$  نمایش می‌دهند. با جایگذاری  $C_c = \frac{A_c}{A_r}$  در رابطه افت موضعی، خواهیم داشت:

$$h_e = \left( \frac{1}{C_c} - 1 \right) \frac{V_r^2}{2g} \quad (10-5)$$

1. Sudden contraction

از طرفی داریم:

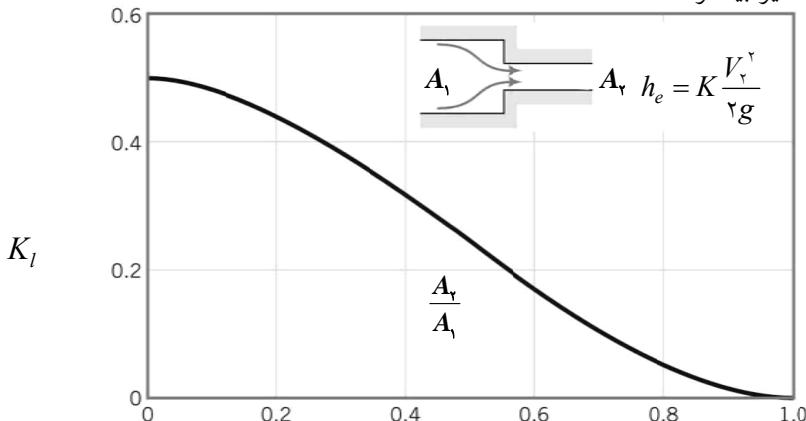
بنابراین:

$$K = \left( \frac{1}{C_c} - 1 \right)^{-1} \quad (11-5)$$

که در این حالت  $K$  را ضریب همگرایی می‌گویند.  
به عنوان نمونه ضریب انقباض  $C_c$  برای آب در جدول زیر ارائه شده است. در  $C_c = 1$  که هیچگونه انقباضی رخ نمی‌دهد، افت برابر صفر است.

$A_r/A_i$	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱/۰
$C_c$	۰/۶۲۴	۰/۶۳۲	۰/۶۴۳	۰/۶۵۹	۰/۶۸۱	۰/۷۱۲	۰/۷۵۵	۰/۸۹۲	۰/۸۱۳	۱/۰

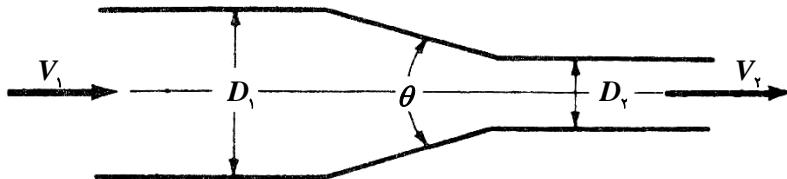
افت فشار در مدخل خط لوله از یک مخزن در صورتی که دهانه دارای لبه‌های تیز باشد را معمولاً  $\frac{V^2}{2g}$  در نظر می‌گیرند. برای دهانه‌ای که گرد شده باشد (مدور) افت حاصل بین  $\frac{V^2}{2g}$  و  $\frac{V^2}{5}$  است و می‌توان از آن صرفنظر کرد. برای دهانه‌های تورفته مانند مواردی که لوله در درون مخزن ادامه یافته است، افت بین  $\frac{V^2}{2g}$  و  $\frac{V^2}{10}$  می‌باشد. با توجه به رابطه کلی افت ( $h_e = k \frac{V^2}{2g}$ ), هرچه  $K$  بزرگ‌تر باشد، افت نیز بیشتر است.



شکل ۸-۵ ضریب افت موضعی در اثر انقباض ناگهانی (همگرایی)

#### ۴-۴-۵ افت موضعی در اثر انقباض تدریجی(انقباض مخروطی)

افت انرژی در اثر انقباض تدریجی بسیار کم است و می‌توان از آن صرفنظر کرد. در رابطه (۱۲-۵) و (۱۳-۵) فرمول‌های مربوطه برای تعیین  $K$  داده شده است.



شکل ۹-۵ ضریب افت موضعی در اثر انقباض تدریجی(انقباض مخروطی)

$$45^\circ < \theta < 180^\circ \rightarrow K = \frac{0.8 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \right]}{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4} \quad (12-5)$$

$$45^\circ < \theta < 180^\circ \rightarrow K = \frac{0.5 \left[ 1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \right] \sqrt{\sin \frac{\theta}{2}}}{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4} \quad (13-5)$$

#### ۵-۵ افت به واسطه اتصالات<sup>۱</sup> (زانویی، شیر و...)

به واسطه انواع اتصالات اعم از انواع شیرها، زانویی، سه راهی و... افتهایی به وجود می‌آید. همان‌طور که مشاهده گردید افت طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$h_e = K \frac{V^2}{2g} \quad (14-5)$$

لازم به یادآوری است که  $K$  برای هر اتصال مقدار مشخص دارد و هر چه افت بیشتر باشد،  $K$  نیز بیشتر خواهد شد.

برای انواع اتصالات مقدار  $K$  در جدول (۱-۵) زیر آمده است:

جدول ۱-۵ ضریب افت (K) برای اتصالات مختلف

نوع اتصال	K (ضریب افت)
زانویی $45^\circ$	$0/25-0/45$
زانویی $90^\circ$	$0/5-0/75$
شیر تویی (کاملاً باز)	$10/0$
شیر زاویه‌ای (کاملاً باز)	$5/0$
شیر یکطرفة (کاملاً باز)	$2/5$
شیر دروازه‌ای (کاملاً باز)	$0/19$
خم با بازگشت تند	$2/2$
سه راه استاندارد	$1/8$
زانویی استاندارد	$0/9$
زانو با شعاع متوسط	$0/75$
زانو با شعاع زیاد	$0/60$
ورود سیال از مخزن به لوله	$0/5$
ورود سیال از لوله به مخزن	$1/0$

### ۶-۵ طول معادل<sup>۱</sup>

در اکثر مواقع به منظور خلاصه کردن معادلات در حل مسائل سیستم‌های انتقال آب، افتهای موضعی را با طولی از لوله اصلی که افتی معادل آن ایجاد می‌نماید، جایگزین می‌نمایند. این طول را طول معادل لوله  $L_e$  گویند.

طولی از لوله است که معادل افت فشار اتصال یا اتصالات را ایجاد می‌کند.

افت ناشی از طول  $L_e$  برابر  $h_e = f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g}$  و افت ناشی از اتصال برابر  $h_f = f \frac{L_f}{D} \frac{V^2}{2g}$  می‌باشد که با هم برابرنده، لذا طول معادل  $L_e$  طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$f \frac{L_{eq}}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{KV^2}{2g} \Rightarrow L_{eq} = \frac{KD}{f} \quad (15-5)$$

1. Equivalent Length

که  $D$  قطر و  $f$  ضریب اصطکاک می‌باشد.

اگر مجموعه‌ای اتصالات در سیستم وجود داشته باشد،  $K$  برای مجموع ها می‌باشد. مثلاً اگر در سیستم دو شیر توپی با  $K = 10$  و یک زانویی استاندارد با  $K = 0.9$  داشته باشیم  $K$  معادل آنها برابر  $(0.9 \times 10 + 1) = 10.9$  می‌باشد.

معمولًاً برای محاسبه کل افت بایستی موارد زیر را در نظر داشت:

افت اتصالات + افت خروجی + افت مقطع انقباض یافته + افت مقطع انبساط یافته + افت اصطکاک لوله‌ها + افت ورودی = افت کل

به طور کلی دو لوله را با هم یا یک سیستم لوله کشی معادل گویند در صورتی که برای یک دبی معین افت هدیکسان باشد.

**مثال ۱-۵:** حجم هوای  $30 \text{ min}$  در فشار  $1 \text{ atm}$  و در دمای  $20^\circ\text{C}$  در یک انبساط ناگهانی جریان دارد. قطر اولیه  $300 \text{ mm}$  و قطر ثانویه  $90 \text{ mm}$  است. تلفات را بر حسب ژول بر نیوتن به دست آورید؟

$$V_i = \frac{Q}{A_i} = \frac{\left(\frac{30}{60}\right)}{\left(\frac{\pi \times 0.3^2}{4}\right)} = V / \frac{m}{s}$$

$$h_l = \frac{(V_i - V_r)^2}{2g} = \left[ 1 - \left( \frac{D_i}{D_r} \right)^2 \right] \frac{V_i^2}{2g} = \left[ 1 - \left( \frac{0.3}{0.9} \right)^2 \right] \frac{V^2}{2 \times 9.81} = 2 \frac{j}{N}$$

نکته (۱): افت انرژی را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sum h_l = h_f + h_e = \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g} \quad (15-6)$$

نکته (۲): اگر افتهای موضعی یا مساوی ۵ درصد افت اصطکاکی باشند، می‌توان از آنها چشم پوشی کرد. در حالت کلی اگر به طور متوسط، طول لوله موجود بین هر دو افت موضعی  $1000$  برابر قطر لوله باشد، می‌توان از تلفات موضعی صرفنظر کرد.

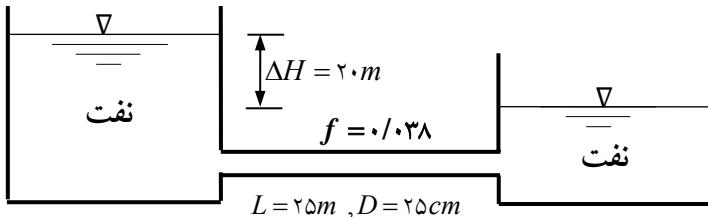
**مثال ۲-۵:** در شکل زیر، روغن با چگالی نسبی  $SG = 0.8$  و لزجت  $\mu = 0.008 \text{ Pa.s}$  در یک لوله چوبی جریان دارد. اگر لوله در محل خروج از مخزن

دارای لبهٔ تخت ( $k=0/5$ ) باشد با در نظر گرفتن تلفات موضعی:

الف) دبی جریان را تعیین کنید؟

ب) اگر یک شیر فلکه در لوله نصب شود و طوری تنظیم گردد که دبی جریان نصف شود. ضریب افت موضعی آن چقدر است؟ (ضریب اصطکاک در این حالت ثابت می‌ماند).

ج) طول معادل لوله برای شیر فلکه نصب شده را به دست آورید؟



شکل ۱۰-۵

$$\Delta H = \sum h_l = h_f + h_e = \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g} \quad , \quad \sum K = K_{in} + K_{out} \quad \text{(الف)} :$$

$$20 = \left( 0/038 \times \frac{25}{0/25} + 0/5 + 1 \right) \frac{V^2}{2 \times 9/81} \rightarrow V = 1/6 \frac{m}{s}$$

$$Q = V \cdot A = 1/6 \times \left( \frac{\pi \times 0/25^2}{4} \right) = 0/422 \frac{m^3}{s} = 422 \frac{lit}{s} \quad \text{(ب)} :$$

$$\sum h_l = h_f + h_e = \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right) \frac{V^2}{2g} \quad , \quad \sum K = K_{in} + K_{out} + K_V$$

$$20 = \left( 0/038 \times \frac{25}{0/25} + 0/5 + 1 + K_V \right) \frac{4/3^2}{2 \times 9/81} \rightarrow K_V = 15/92$$

$$L_e = \frac{K \cdot D}{f} = \frac{K_V \cdot D}{f} = \frac{15/92 \times 0/25}{0/038} = 104/7m \quad \text{(ج)} :$$

## ۷-۵ مسائل مربوط به جریان در لوله‌ها

افت انرژی را در دو حالت کلی، شبکه‌های تک مسیری و چند مسیری بررسی می‌کنیم.

### ۵-۷-۱ افت انرژی در خطوط لوله (مسائل ساده جریان در لوله‌ها)

منظور ما «از مسائل ساده» مسائلی است که در آنها فقط تلفات ناشی از اصطکاک لوله وجود دارد.

برای سیال تراکم‌ناپذیر شش متغیر در مسئله مطرح می‌شود؛  $Q$ ،  $h_f$ ،  $L$ ،  $v$  و  $\epsilon$ . در کارهای عملی عموماً طول لوله ( $L$ )، لزجت سینماتیک، ( $v$ ) و زبری مطلق، ( $\epsilon$ ) معلومند. در این صورت مسائل ساده را می‌توان به سه نوع زیر تقسیم‌بندی کرد:

نوع مسئله	معلومات	مجهول
(۱)	$Q$ و $L$ و $v$ و $\epsilon$	$h_f$
(۲)	$h_f$ و $L$ و $v$ و $\epsilon$	$Q$
(۳)	$h_f$ و $L$ و $v$ و $\epsilon$	$D$

در هر صورت برای حل مسئله از معادله دارسی ویساخ، معادله پیوستگی و دیاگرام مودی استفاده می‌شود.

نکته: برای تعیین  $f$  می‌توان به جای دیاگرام مودی از فرمول صریح زیر در محدوده‌ای که برای کاربرد آن قید شده است، استفاده کرد. [.]

$$f = \frac{1/325}{\left[ \ln \left( \frac{\epsilon/3/75 D + 5/74}{R^{1/4}} \right) \right]^2} \quad 5000 \leq R \leq 10^8 \quad (16-5)$$

مقدار  $f$  حاصل از فرمول فوق بامقدار حاصل از فرمول کلبروک حدود ۱ درصد اختلاف دارد. تعیین  $f$  از این فرمول با ماشین حساب آسان است. [.]

### روش حل مسائل نوع اول (مجهول $h_f$ )

در این نوع مسائل با معلوم بودن دبی  $Q$ ؛ قطر  $D$  و زبری  $\epsilon$  و می‌توان عدد رینولدز یعنی  $R = \frac{VD}{\nu}$  را محاسبه کرده، سپس  $f$  را از دیاگرام

مودی یا فرمول محاسبه کرده و با جاگذاری  $f$  در معادله دارسی - ویسباخ،  $h_f$  به دست می‌آید. [.]

مثال ۵-۳:  $\frac{L}{s} = ۱۴۰$  روند با لزجت سینماتیک  $\frac{m^*}{s} = ۰/۰۰۰۱$  در یک لوله چدنی به قطر 200mm و طول 400mm جریان دارد. افت ارتفاع را به دست آورید؟

حل: ابتدا عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{4Q}{\pi D v} = \frac{4 \left( ۰/۱۴۰ \frac{m^*}{s} \right)}{\pi (۰/۲m) \left( ۰/۰۰۰۱ \frac{m^*}{s} \right)} = ۸۹/۱۲۷$$

زبری نسبی لوله  $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{۰/۲۵ mm}{۲۰۰ mm} = ۰/۰۰۱۲۵$  است. با میان یابی در دیاگرام مودی

داریم:  $f = ۰/۰۲۳$  اگر از فرمول (۱۶-۵) استفاده کنیم، خواهیم داشت:  $f = ۰/۰۲۳۴$ . با جاگذاری مقادیر در معادله دارسی - ویسباخ به دست می‌آوریم:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^*}{2g} = ۰/۰۲۳ \frac{۴۰۰ m}{۰/۲m} \left[ \frac{۰/۱۴}{\left( \frac{\pi}{4} \right) (۰/۲m)^2} \right] \frac{۱}{2 \left( ۹/۸۰۶ \frac{m}{s^2} \right)} = ۴۶/۵۸ \frac{m \cdot N}{N}$$

### روش حل مسائل نوع دوم (مجھول $Q$ )

در این نوع مسئله  $f$  و  $V$  مجھولند و برای تعیین آنها باید همزمان با حل معادله دارسی - ویسباخ از دیاگرام مودی استفاده کنیم. چون  $\frac{\varepsilon}{D}$  معلوم است، می‌توانیم از روی دیاگرام مودی مقداری برای  $f$  فرض کنیم. با قرار دادن این مقدار فرضی در معادله دارسی - ویسباخ مقداری برای  $V$  به دست می‌آوریم و با آن عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم. سپس با داشتن عدد رینولدز از روی دیاگرام مودی مقدار جدیدی برای  $f$  به دست می‌آوریم که نسبت به مقدار فرضی قبلی به جواب صحیح نزدیکتر است. این روند را تکرار می‌کنیم تا با دو رقم با معنی معلوم شود. در آن هنگام مقدار  $V$ ، مقداری است که در جستجوی آن بوده‌ایم. با ضرب  $V$  در سطح مقطع،  $Q$  به دست خواهد آمد. [.] سوامی (Swamee) و جین (Jain) با استفاده از فرمول کلبروک و معادله دارسی -

ویسیاخ معادله صریح برای تعیین دبی ارائه کردند که به اندازه فرمول کلبروک دقیق است و برای همان محدوده مقادیر  $\frac{\varepsilon}{D}$  و  $Re$  معتبر است.

$$Q = -0.965 D^3 \sqrt{\frac{gDh_f}{L}} \ln \left( \frac{\varepsilon}{3\sqrt{D}} + \frac{1/784U}{D\sqrt{gDh_f/L}} \right) \quad (17-5)$$

**مثال ۱۷-۵:** آب  $15^\circ C$  در لوله‌ای به قطر  $300mm$  جریان دارد. لوله از ورقهای فولادی و با پرچ ساخته شده است و زبری مطلق آن  $\varepsilon = 3mm$  می‌باشد. افت فشار در  $300m$  از طول لوله برابر با  $6m$  است. دبی جریان را به دست آورید؟

**حل:** زبری نسبی لوله  $f = \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.03}{0.3} = 0.1$  است. با توجه به دیاگرام مودی مقادار  $f$  را برابر  $0.04$  فرض می‌کنیم و آن را در معادله دارسی - ویسیاخ قرار می‌دهیم:

$$\frac{\varepsilon m}{s} = 0.04 \frac{300 m \left( \sqrt{\frac{m}{s}} \right)^3}{0.3 m \times 2 \times \left( 9/806 \frac{m}{s} \right)}$$

از حل معادله فوق به دست می‌آوریم:  $V = 1/715 \frac{m}{s}$ . لزجت سینماتیک را از پیوست برابر  $1/13 \times 10^6 \frac{m}{s}$  قرائت می‌کنیم. بنابراین:

$$R = \frac{VD}{U} = \frac{\left( 1/715 \frac{m}{s} \right) (0.3 m)}{1/13 \times 10^6 \frac{m}{s}} = 455$$

با مقادیر فوق از دیاگرام مودی ضریب اصطکاک را برابر  $f = 0.38$  قرائت می‌کنیم. تکرار محاسبات مجدداً به همین نتیجه می‌انجامد. لذا داریم:

$$Q = AV = \pi (0.15 m)^2 \sqrt{\frac{(6m)(0.3m)(2)(9/806 \frac{m}{s})}{0.38(300 m)}} = 0.1245 \frac{m^3}{s}$$

### روش حل مسائل نوع سوم (مجهول $D$ )

در این نوع مسئله که مجهول آن قطر است، در معادله دارسی - ویسیاخ سه مجهول  $f$  و

$V$  و  $D$  در معادله پیوستگی دو مجهول  $D$  و  $V$  و در تعریف عدد رینولدز سه مجهول  $V$  و  $R$  و  $D$  وجود دارد. زیری نسبی نیز مجهول است. اگر با استفاده از معادله پیوستگی سرعت را در معادله دارسی - ویسباخ و در تعریف عدد رینولدز بر حسب قطر و دبی بیان کنیم، حل مسئله ساده تر می‌شود. معادله دارسی - ویسباخ به صورت زیر در می‌آید:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2g \left( \frac{\pi D^4}{4} \right)} \Rightarrow D^5 = \frac{8LQ^2}{h_f g \pi^2} f = C_f f \quad (18-5)$$

که در آن  $C_f$  برابر  $\frac{4Q^2}{\pi h_f g \pi^2}$  و معلوم است. طبق معادله پیوستگی است، پس عدد رینولدز را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$R = \frac{VD}{v} = \frac{4Q}{\pi v} \frac{1}{D} = \frac{C_f}{D} \quad (19-5)$$

که در آن  $C_f$  برابر  $\frac{4Q}{\pi v}$  و معلوم است. برای حل مسئله مطابق روال زیر عمل می‌کنیم:

۱. مقداری برای  $f$  فرض می‌کنیم.
۲.  $D$  را از معادله (۱۸-۵) می‌آوریم.
۳.  $R$  را از معادله (۱۹-۵) به دست می‌آوریم.
۴. زیری نسبی یعنی  $\frac{E}{D}$  را محاسبه می‌کنیم.
۵. با داشتن  $R$  و  $\frac{E}{D}$ ، مقدار  $f$  را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم.
۶. با استفاده از  $f$  جدید مراحل فوق را تکرار می‌کنیم.
۷. هنگامی که مقدار  $f$  در دو محاسبه متواتی تا دو رقم با معنی تغییر نکرد، مسئله حل شده است.

معمولًاً فقط یک یا دو بار تکرار کافی است. از آنجا که معمولاً از لوله‌های استاندارد استفاده می‌شود، قطر لوله را یک سایز بزرگتر از آنچه محاسبه به دست می‌دهد، می‌گیرند.

مثال ۵-۵: قرار است برای انتقال  $L_s/250$  روغن به مسافت 3000m از لوله آهنی تمیز استفاده شود. به ازای افت ارتفاع  $m.N/25N$ ، قطر لوله لازم را تعیین کنید.

لرجهت سینماتیک روغن  $\frac{m^3}{s} \times 10^{-5}$  است.

حل: از معادله (۱۸-۵) داریم:

$$D^5 = \frac{\pi(3000)(0.25)}{25(9.806)(\pi^2)} = 0.62f$$

و از معادله (۱۹-۵) داریم:

$$R = \frac{\pi(0.25)}{4(0.25)} \frac{1}{D} = \frac{31.83}{D}$$

و از نمودار مودی داریم:

اگر فرض کنیم که  $f = 0.02$  باشد، آنگاه خواهیم داشت  $D = 0.416 m$ ،

$R = 76/5$  و از دیاگرام مودی داریم  $f = 0.195$  با تکرار مراحل فوق به دست می‌آوریم:  $R = 75/7$ ،  $D = 0.413 m$  و  $f = 0.196$ . بنابراین  $D = 413 mm$  می‌باشد.

سوامی و جین با استفاده از روابط بی بعد و به روشی مشابه به روش تعیین فرمول کلبروک، فرمول تجربی زیر را برای تعیین مستقیم قطر ارائه کردند [۱۵]:

$$D = 0.66 \left[ \varepsilon^{1/25} \left( \frac{LQ^2}{gh_f} \right)^{4/75} + vQ^{9/4} \left( \frac{L}{gh_f} \right)^{5/2} \right]^{1/4} \quad (20-5)$$

معادله (۲۰-۶) در محدوده زیر معتبر است:

$$3 \times 10^{-5} \leq R \leq 3 \times 10^{-4} \quad 10^{-4} \leq \frac{\varepsilon}{D} \leq 2 \times 10^{-2}$$

و قطر حاصل از آن با جواب حاصل از فرمول کلبروک حدود ۲ درصد اختلاف دارد.

## ۸-۵ سیستم‌های لوله کشی

در سیستم‌های لوله کشی که کاربرد زیادی در شبکه‌های آبرسانی، گازرسانی و غیره دارند، لوله‌ها ممکن است به شکل سری، موازی، انشعابی یا شبکه‌ای به هم متصل شوند.

### ۸-۵-۱ لوله‌های سری (متوالی)

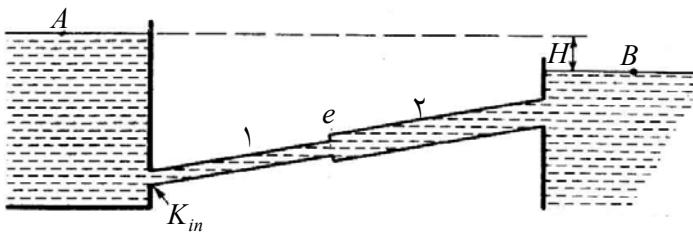
در صورتی که سیال به طور پیوسته در یک خط لوله یا چند لوله با طول، قطر و

اتصالات مختلف به هم متصل باشند، این خط لوله را خط لوله به صورت سری (متوالی) می‌گویند. در شکل (۱۱-۵) دو لوله سری نشان داده شده است. در حالت سری:

۱. دبی در تمام قسمت‌های لوله یکسان است.

۲. افت هد کل بین دو نقطه ابتداء و انتهای خط لوله برابر مجموع افتخشهای مختلف لوله و اتصالات مختلف خواهد بود. به عبارت دیگر:

$$h_{\text{کل}} = h_1 + h_r + \dots + \sum h_i = h_{in} + h_{f1} + h_e + h_{fr} + h_{out} \quad (۲۱-۵)$$



شکل ۱۱-۵ لوله‌های سری

دو نوع مسئله مطرح می‌شود. ممکن است  $Q$  معلوم و  $H$  مجهول باشد و یا اینکه  $H$  معلوم و  $Q$  مجهول باشد. معادله انرژی را بین  $A$  و  $B$  می‌نویسیم:

$$H + \frac{V_1^2}{2g} + f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = V_2^2 + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

اندیس‌های ۱ و ۲ مربوط به لوله‌ها هستند. آخرین جمله معادله فوق، افت ارتفاع در خروجی لوله ۲ است. معادله پیوستگی را به صورت  $V_1 D_1 = V_2 D_2$  نوشت، با استفاده از آن  $V_2$  را حذف می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$H = \frac{V_1^2}{2g} \left\{ K + \frac{f_1 L_1}{D_1} + \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] + \frac{f_2 L_2}{D_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right\}$$

وقتی قطر و طول لوله‌ها معلوم باشد، این معادله به صورت زیر قابل بیان است:

$$H = \frac{V_1^2}{2g} (C_1 + C_r f_1 + C_r f_2) \quad (۲۲-۵)$$

در آن  $C_1$  و  $C_2$  مقادیری معلوم‌مند. در مسأله نوع اول که دبی معلوم است، ابتدا عدد رینولدز جریان در دو لوله را حساب می‌کنیم، سپس  $f$ ها را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم. آنگاه با جاگذاری مقادیر در معادله (۲۵-۵) مستقیماً  $H$  را به‌دست می‌آوریم. در مسأله نوع دوم که دبی مجهول است، در معادله (۲۵-۵) سه مجهول وجود دارد؛  $V_1$ ،  $f_1$  و  $f_2$ . ابتدا مقادیری برای  $f_1$  و  $f_2$  فرض می‌کنیم (می‌توان آنها را برابر گرفت). با جاگذاری  $f$ های فرضی در معادله،  $V_1$  را به‌دست می‌آوریم. سپس از روی سرعت‌ها، اعداد رینولدز را تعیین می‌کنیم. آنگاه  $f_1$  و  $f_2$  را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم. با جاگذاری  $f$ های جدید در معادله (۲۵-۵) مقدار بهتری برای  $V_1$  به‌دست می‌آوریم. سپس مراحل فوق را مجدداً تکرار می‌کنیم. از آنجا که تغییرات  $f$  با تغییر عدد رینولدز بسیار کم است. حل معادله به روش آزمون و خطأ به سرعت همگرا می‌شود. این روش برای حالتی که تعداد لوله‌ها بیش از دو عدد باشد نیز به کار می‌رود.

### ۳-۷-۵ لوله‌های معادل

اگر عبور دبی یکسان از لوله‌ها باعث ایجاد افت ارتفاع یکسان شود مسائل لوله‌های سری را با استفاده از روش لوله‌های معادل نیز می‌توان حل کرد. دو لوله ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. برای اینکه این دو لوله معادل باشند، باید داشته باشیم:

$$h_{f_1} = h_{f_2}, \quad Q_1 = Q_2$$

طبق معادله دارسی - ویسباخ برای لوله ۱ داریم:

$$h_{f_1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{Q^2}{\left(\frac{\pi D_1}{4}\right)^2 g} = \frac{f_1 L_1}{D_1^5} \frac{8 Q^2}{\pi^2 g}$$

$$h_{f_2} = \frac{f_2 L_2}{D_2} \frac{8 Q^2}{\pi^2 g} \quad \text{و به همین ترتیب برای لوله ۲ داریم:}$$

$h_{f_2}$  را با  $h_{f_1}$  برابر قرار داده، نتیجه را ساده می‌کنیم و به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{f_1 L_1}{D_1^5} = \frac{f_2 L_2}{D_2^5}$$

از اینجا  $L_2$  به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$L_r = L_i \frac{f_1}{f_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^{\delta} \quad (23-5)$$

$L_r$  طولی از لوله ۲ است که معادل لوله ۱ می‌باشد. برای مثال فرض کنید بخواهیم 300m لوله به قطر 250m را با لوله‌ای به قطر 150m جایگزین کنیم. ابتدا مقداری برای دبی انتخاب کرده،  $f_1$  و  $f_2$  راتخمین می‌زنیم. فرض می‌کنیم  $f_1 = 0.018$  و  $f_2 = 0.020$  باشد. در این صورت داریم:

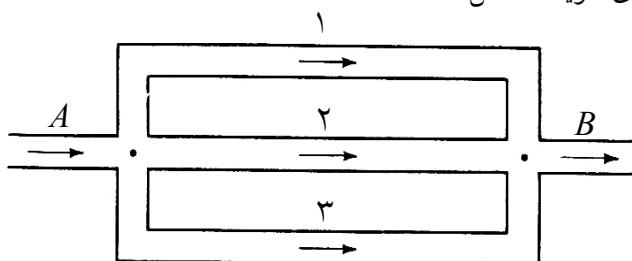
$$L_r = 300 \cdot \frac{0.020}{0.018} \left( \frac{150}{250} \right)^{\delta} = 25/9 m$$

لذا برای این شرایط فرضی، 25/9m لوله به قطر 150m معادل 300m لوله به قطر 250m است.

هنگامی که دو یا چند لوله داشته باشیم نیز می‌توان به جای آنها یک لوله در نظر گرفت که به ازای همان دبی، همان افت ارتفاع را ایجاد کند.

#### ۴-۷-۵ لوله‌های موازی

در صورتی که در خط لوله، یک خط لوله جریان به دو یا چند خط لوله جداگانه منشعب شود و مجدداً به یکدیگر متصل شوند این خطوط لوله را خطوط لوله به صورت موازی گویند (شکل ۱۲-۵).



شکل ۱۲-۵ لوله‌های موازی

در حالت موازی:

۱. دبی کل ( $Q$ ) به دبی‌های  $Q_1$ ,  $Q_2$ , ... تقسیم می‌شود.
۲. افت ارتفاع برای تمام لوله‌ها یکسان است. به عبارت دیگر:

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + \dots = \sum Q_i \quad (24-5)$$

$$h_{\text{کل}} = h_1 = h_2 = \dots = h_i \quad (25-5)$$

در شکل (۱۲-۵) لوله‌های ۱ و ۲ و ۳ به طور موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. فرض کنید تلفات موضعی را بر حسب طول معادل بیان کرده به طول واقعی لوله‌ها افزوده باشیم. در این صورت داریم:

$$= h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3} = \frac{P_A}{\gamma} + z_A - \left( \frac{P_B}{\gamma} + z_B \right) \quad (26-5)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \text{و}$$

$z_A$  و  $z_B$  ارتفاع هندسی نقاط A و B است و Q دبی جریان در لوله ورودی یا خروجی می‌باشد.

دو نوع مسئله مطرح می‌شود:

۱. ارتفاع خط تراز هیدرولیک در نقاط A و B معلوم و Q مجهول است.
۲. Q معلوم، دبی هر لوله و افت ارتفاع معادل انرژی مجهول است. قطر و طول و زبری لوله‌ها و خواص سیال معلوم‌اند.

مسئله نوع اول در واقع مسئله ساده تعیین دبی است. با معلوم بودن افت خط تراز هیدرولیک یعنی افت ارتفاع، دبی هر لوله به راحتی تعیین می‌شود و از جمع آنها دبی کل بدست می‌آید. مسئله نوع دوم مشکل تر است زیرا برای هر لوله نه دبی معلوم است و نه افت ارتفاع معادل انرژی.

پیشنهاد می‌شود که برای حل این نوع مسائل طبق روال زیر عمل کنید:

۱. مقداری برای دبی لوله ۱ فرض کنید. این دبی فرضی را به  $Q'_1$  نشان دهید.
۲. با استفاده از دبی فرضی فوق،  $h_{f_1}$  را بدست آورید.
۳. با استفاده از  $h_{f_1}$  دبی سایر لوله‌ها را تعیین کنید. این دبی‌ها را با  $Q'_2$  و  $Q'_3$  نشان دهید.

۴. دبی‌های  $Q'_1$  و  $Q'_2$  و  $Q'_3$  بر اساس افت ارتفاع معادل انرژی یکسان  $h_{f_1}$  به دست آمده است. حال فرض کنید که دبی Q به نسبت  $Q'_1$  و  $Q'_2$  و  $Q'_3$  در بین لوله‌ها تقسیم شود. یعنی

$$\frac{Q_1}{Q_r} = \frac{Q'_1}{\sum Q'_r} Q \quad \frac{Q_r}{Q_2} = \frac{Q'_r}{\sum Q'_r} Q \quad \frac{Q_r}{Q_1} = \frac{Q'_r}{\sum Q'_r} Q \quad (27-5)$$

۵. به ازای دبی‌های  $Q_1$ ،  $Q_r$  و  $Q_2$ ، افت ارتفاع در لوله‌ها یعنی  $h_{f_1}$ ،  $h_r$  و  $h_{f_2}$  را محاسبه کنید. برابری این مقادیر نشان از درستی جواب‌ها دارد.

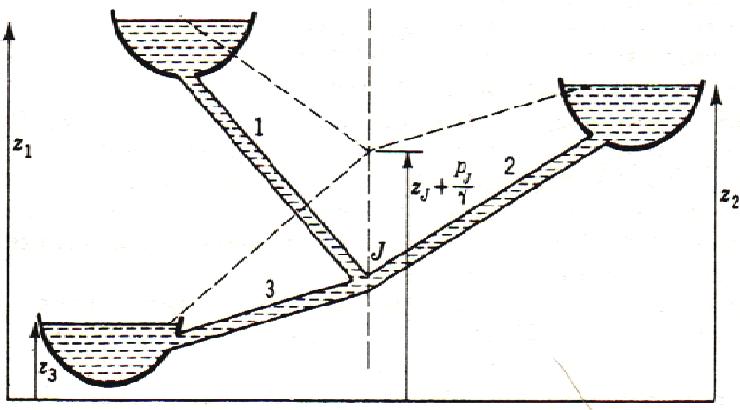
نکته: نسبت دبی‌ها در دولوله موازی ۱ و ۲ از معادله زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{Q_1}{Q_r} = \sqrt{\frac{f_1}{f_r} \times \frac{L_1}{L_r} \times \frac{d_1^5}{d_r^5}} \quad (28-5)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{2/5} \quad \text{اگر } f_1 = f_2 \quad \text{و} \quad L_1 = L_2 \quad \text{باشد:}$$

### ۵-۷-۵ مخازن مرتب

در شکل (۱۳-۵) سه مخزن نشان داده شده است که توسط سه لوله به یک اتصال مشترک مرتب شده‌اند. ارتفاع هندسی سطح مخازن معلوم و دبی جریان در لوله‌ها مجهول است. قطر و طول لوله‌ها و خواص سیال معلوم‌ند. معادله دارسی - ویسیاخ باید برای هر یک از لوله‌ها برقرار باشد.



شکل ۱۳-۵ مخازن مرتب

معادله پیوستگی باید برای کل سیستم برقرار باشد، یعنی دبی ورودی به اتصال  $J$

باید با دبی خروجی از آن برابر باشد. مایع از بالاترین مخزن خارج می‌شود و به پایین‌ترین مخزن وارد می‌شود. بنابراین معادله پیوستگی می‌تواند به یکی از صورت‌های زیر بیان شود:

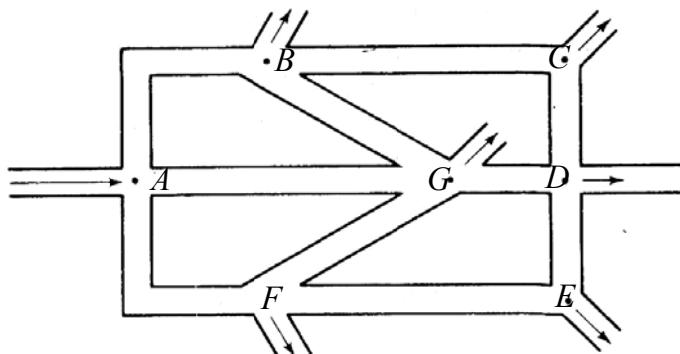
$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \text{یا} \quad Q_1 + Q_2 = Q_3$$

اگر ارتفاع خط تراز هیدرولیک در محل اتصال لوله‌ها،  $J$  از سطح مایع در مخزن میانی بالاتر باشد، مایع به آن مخزن وارد می‌شود. اگر پایین‌تر باشد، از آن خارج می‌شود. تلفات موضعی را می‌توان به صورت طول معادل بیان کرد و به طول واقعی لوله‌ها افزود.

برای حل مسئله ابتدا مقداری برای ارتفاع خط تراز هیدرولیک در  $J$  فرض می‌کنیم و دبی‌های  $Q_1$ ،  $Q_2$  و  $Q_3$  را محاسبه کرده، در معادله پیوستگی قرار می‌دهیم. اگر دبی ورودی  $J$  از دبی خروجی آن بیشتر باشد، باید ارتفاع خط تراز هیدرولیک را بیشتر بگیریم تا دبی ورودی کاهش و دبی خروجی افزایش یابد. و بر عکس.

#### ۵-۶ شبکه‌های لوله کشی

از اتصال تعدادی لوله با نقاط ورودی و خروجی زیاد شبکه‌ی لوله بوجود می‌آید که در واقع مجموعه‌ای از لوله‌های موازی و سری است. برای بررسی این شبکه‌ها از روش هارדי کراس استفاده می‌کنیم. در هر شبکه بایستی شرایط زیر برقرار باشد:



شکل ۱۴-۵ شبکه لوله

برای هر لوله جداگانه در شبکه، دبی  $Q_i$  را فرض می‌کنیم که بایستی این فرض به گونه‌ای باشد که رابطه پیوستگی جريان برای لوله‌های موازی برقرار باشد. به عبارت دیگر کل جريان ورودی به هر اتصال باید برابر با کل جريان خروجی از آن باشد و با استفاده از اين شرایط، افت بار هیدروليکي در هر لوله محاسبه می‌شود.

جمع جبری افت هد در هر حلقه بسته از شبکه لوله برابر صفر است. جريانی که در حلقه در جهت عقربه‌های ساعت است مثبت فرض کرده همچنین افت بار هیدروليکي جريان نيز مثبت است و جريانی که در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است منفي فرض کرده و افت بار هیدروليکي آن نيز منفي خواهد بود.

برای حل مسائل به روش هاردي کراس ابتدا مقدار دبی برای هر لوله تخمين زده می‌شود به گونه‌ای که رابطه پيوستگي جريان برای تمام شبکه و در هر نقطه اتصال برقرار باشد. سپس مقدار تصحیح دبی در هر حلقه بسته محاسبه می‌گردد و براساس اين مقدار، دبی جديدي تخمين زده می‌شود. اين کار به وسیله سعی و خطأ و تكرار آنقدر ادامه پيدا می‌کند تا دبی موردنظر با دقت مناسب به دست آيد و  $\Delta Q$  مقدار صفر و يا بسيار ناچيز گردد به عبارت ديگر:

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + \Delta Q \\ \Delta Q &= -\frac{\sum h_f}{n \sum \left( \frac{h_f}{Q} \right)} \end{aligned} \quad (29-5)$$

$\Delta Q$ : تصحیح دبی جريان برای هر حلقه

$\sum h_f$ : جمع جبری افت هد برای تمام لوله‌های حلقة

$\sum \left( \frac{h_f}{Q} \right)$ : مجموع افت هد تقسيم بر دبی جريان برای هر لوله در هر حلقه

#### ۸-۵ افت ناشی از اصطکاک برای کانال‌ها و مقاطع غيرمدور

با اينکه لوله‌های به کار رفته در کارهای مهندسی عمدتاً سطح مقطع گرد دارند، ولی مواردی پيش می‌آيد که محاسبات افت ارتفاع را باید برای مجراهای مستطيلی و ساير مجراهای غير گرد انجام داد. در اين بحث پaramتر جديدي به نام شعاع هیدروليکي (R) به جاي قطر (D) به کار می‌رود.

شعاع هیدرولیکی ( $R$ ) عبارت است از: نسبت مساحت سطح مقطع به محیط مرطوب.

به عبارت دیگر:

$$R = \frac{A}{P} \quad (30-5)$$

که برای یک مقطع دایره‌ای داریم:

$$R = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4} \Rightarrow D = 4R$$

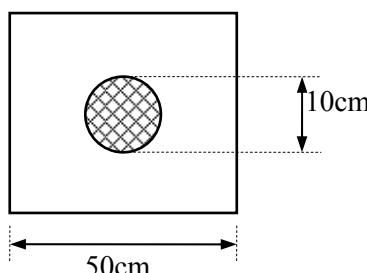
و با جایگزینی این مقدار در معادله دارسی - وايسباخ داریم:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad , \quad D = 4R \Rightarrow h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{V(4R)\rho}{\mu} \quad (31-4)$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{\varepsilon}{4R} \quad (32-4)$$

**مثال ۵-۶:** مطابق شکل (۱۵-۵) آب از فضای بین دایره و مربع عبور می‌نماید. قطر معادل مجرا چند متر است؟

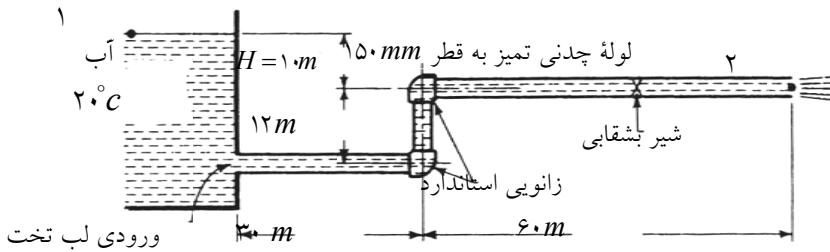


شکل ۱۵-۵

رابطه قطر هیدرولیکی با شعاع هیدرولیکی به صورت زیر است:

$$D = \sqrt{\frac{A}{P}} \rightarrow D = \sqrt{\frac{\pi \times 0.1^2}{4 \times 0.5 + \pi \times 0.1}} = 0.4186 \text{ m}$$

مثال ۷-۵: در شکل زیر اگر  $H=10\text{m}$  باشد، دبی چقدر است؟ اگر دبی  $60\text{L/s}$  باشد،  $H$  چقدر است؟



شکل ۱۶-۵ خط لوله با تلفات موضعی

حل: روش اول:

معادله انرژی را بین نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم. تمام تلفات را منظور می‌کنیم:

$$H_1 + 0.0 + \frac{V_1^2}{2g} + 0.0 + \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{2g} + f \frac{1.02m}{0.15m} \frac{V_1^2}{2g} + 2(0.9) \frac{V_1^2}{2g} + 1.0 \frac{V_1^2}{2g}$$

ضریب افت موضعی را برای ورودی  $\frac{1}{2}$ ، برای زانویی  $0.9$  و برای شیر بشقابی

۱۰ گرفته‌ایم. پس از ساده کردن معادله فوق به دست می‌آوریم:

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} \left( 13/3 + 680f \right)$$

داریم:

$$10 = \frac{V_1^2}{2g} \left[ 13/3 + 680 (0.022) \right]$$

و از حل آن به دست می‌آوریم:  $V_1 = 2/63 \text{ m/s}$ . از پیوست لرجهت سینماتیک را برابر  $1 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$  قرائت می‌کنیم. حال زبری نسبی و عدد رینولدز را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.0017 \quad R = \frac{(2/63 m/s)(0.15 m)}{1/01 \times 1.6^2 m^2/s} = 391$$

با توجه به مقادیر فوق ضریب اصطکاک را از دیاگرام مودی برابر ۰/۰۲۳ قرائت می‌کنیم. با تکرار مراحل فوق به دست می‌آوریم:

$$f = 0.023, R = 380, V_r = 2/60 m/s$$

دبي به صورت زير تعين مي شود:

$$Q = V_r A_r = (2/60 m/s) \frac{\pi (0.15 m)^2}{4} = 45/9 L/s$$

**حل:** قسمت دوم مساله با معلوم بودن دبي داريم:

$$V_r = \frac{Q}{A} = \frac{0.006 m^2/s}{(\pi/4)(0.15 m)^2} = 3/40 m/s, R = 50.5, f = 0.023$$

$$H_r = \frac{(3/4 m/s)^2}{2(9/86 m/s^2)} [13/3 + 68 \cdot (0.023)] = 17/0.6 m$$

روش دوم: استفاده از روش طول معادل

ابتدا مقدار  $f$  را برابر ۰/۰۲۲ تخمین می‌زنیم. مجموع ضرایب افت موضعی  $K = 13/3$  است (انرژی جنبشی در مقطع ۲ نيز به عنوان يك افت موضعی در نظر گرفته شده است). بنابراین طبق معادله  $L_e = \frac{KD}{f}$  داریم:

$$L_e = \frac{13/3(0.15)}{0.022} = 90/0.7 m$$

لذا طول کل برابر است با  $192/7 m = 192/7 + 10.2 = 192/7 m$ . قسمت اول مساله به صورت زير حل مي شود:

$$10 m = f \frac{L + L_e}{D} \frac{V_r}{2g} = f \frac{192/7 m}{0.15 m} \frac{(V_r m/s)^2}{2g m/s^2}$$

اگر  $f$  را برابر ۰/۰۲۲ بگيريم، داريم  $V_r = 2/63 m/s$  و  $R = 391$ . بنابراین  $f = 0.023$  است و داریم  $Q = 45/6 L/s, V_r = 2/58 m/s$  عموماً لزومی ندارد که با استفاده از  $f$  جديد،  $L_e$  را تغيير دهيم.

اگر تلفات موضعی ۵ درصد افت ارتفاع ناشی از اصطکاک لوله يا کمتر باشند، می‌توان از آنها چشم پوشی کرد. به طور کلي اگر به طور متوسط طول لوله موجود بين هر

دو افت موضعی ۱۰۰۰ برابر قطر لوله باشد، می‌توان از تلفات موضعی صرفنظر کرد.

### تست‌های فصل پنجم: محاسبه افت در لوله‌ها

۱. شرح نادرست را تعیین کنید: افتهاي جزيي.....

(۱) هنگامی که ۵٪ یا کمتر باشند از افت اصطکاکی لوله صرف نظر می‌شود.

(۲) عبارتند از افت‌هایی که در اتصالات لوله به وجود می‌آيند.

(۳) معمولاً کمتر از افت اصطکاکی لوله می‌باشند.

(۴) می‌توانند بر حسب طول معادل یک لوله مستقيم بيان شوند.

۲. هنگامی که جرياني از مخزن بزرگ به داخل لوله‌اي به وجود می‌آيد، افت انرژي

هنگامی ماکریم خواهد بود که:

(۱) ورودی اين لوله از نوع کاملاً گرد باشد.

(۲) ورودی اين لوله از نوع لبه تيز باشد.

(۳) ورودی اين لوله از نوع پيش آمده باشد.

(۴) ورودی اين لوله از نوع ورودی قائمه باشد.

۳. افت هد ايجاد شده مربوط به انبساط ناگهاني لوله از مساحت  $A_1$  به مساحت  $A_2$  و

سرعت از  $V_1$  به  $V_2$  تعیین می‌شود بواسيله:

$$\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (2) \qquad \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (1)$$

$$\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (4) \qquad \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (3)$$

۴. آب به ميزان  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  از داخل لوله‌اي به قطر ۲۰ سانتي متر عبور می‌کند. اگر قطر لوله به طور ناگهاني به ۳۰ سانتي متر افزایش يابد، ميزان افت بار (head loss) در اين انبساط چند متر آب است؟

$$\left(g = 9.8 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ و } \pi = 3.14\right)$$

$$299/63 \quad (2)$$

$$399/28 \quad (1)$$

$$89/50 \quad (4)$$

$$199/64 \quad (3)$$

۵. طول معادل افت‌های موضعی در لوله‌ها عبارت است از:

وقتی که  $D$  قطر لوله معادل،  $f$  ضریب اصطکاک لوله در رابطه دارسی و  $K$  ضریب افت موضعی می‌باشد.

$$\frac{KD}{f} \quad (2)$$

$$\frac{Kf}{D} \quad (1)$$

$$\frac{f}{KD} \quad (4)$$

$$\frac{D}{Kf} \quad (3)$$

۶. طول معادل یک شیر توبی ( $k = 10$ ) در یک خط لوله  $= 0/025 f$  چند برابر قطر لوله است؟

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۸۰۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۷. در یک زانویی که روی صفحه افقی قرار دارد سطح مقطع ورودی دو برابر سطح مقطع خروجی است و اختلاف فشار ورودی و خروجی برابر  $3750$  کیلو پاسکال است که در آن  $\rho$  دانسیته آب می‌باشد سرعت ورودی و خروجی در صورتی که جریان بدون اصطکاک باشد به ترتیب با کدام گزینه برابر است؟

$0/25$  و  $0/5$  (۲)

$1/2$  و  $1$  (۱)

$0/75$  و  $0/5$  (۴)

$1/5$  و  $1/25$  (۳)

۸. مجموع طول معادل از یک لوله به قطر  $5m$  و ضریب اصطکاک  $= 0/02 f$  برای یک زانو ( $k = 0/9$ ) یک شیر توبی ( $k = 10$ ) و یک شیر دروازه‌ای ( $k = 0/7$ ) برابر چند متر است؟

۱۳۰ (۲)

$72/5$  (۱)

۲۹۰ (۴)

۱۴۵ (۳)

۹. در یک جریان تحت فشار چنان چه مقطع جریان تنگ بشود و به آرامی به مقطع اولیه خود برگردد.....

(۱) تغییر جزیی در مقدار سرعت جریان به وجود خواهد آمد.

(۲) در مقطع فشردگی فشار کاهش و سرعت افزایش می‌یابد.

(۳) خط شیب هیدرولیکی به خط انژری نزدیک می‌شود.

(۴) فشار آب در مقطع تنگ شده زیادتر خواهد شد.

۱۰. کدامیک از تعاریف زیر درست است؟

- ۱) افت انرژی رابطه مستقیم با طول لوله دارد.
- ۲) افت انرژی رابطه مستقیم با قطر لوله دارد.
- ۳) افت انرژی رابطه مستقیم با سرعت دارد.
- ۴) افت انرژی رابطه مستقیم با فشار دارد.

۱۱. در کدامیک از حالات زیر افت کمتری در رابطه با جریان سیال در یک شبکه خواهیم داشت؟

- ۱) گشاد شدن ناگهانی و یا تدریجی لوله
- ۲) تنگ شدن ناگهانی یا تدریجی لوله
- ۳) عبور جریان سیال از یک لوله مستقیم
- ۴) عبور جریان سیال از شیر فلکه یا زانویی

۱۲. افتهای موضعی در شیرها و اتصالات به چه عواملی بستگی دارد؟

- ۱) فقط به سرعت
- ۲) به سرعت و شتاب ثقل
- ۳) به سرعت، شتاب ثقل و عدد رینولدز
- ۴) به سرعت، شتاب و ضریب  $K$  مربوط به آن اتصال

۱۳. افت فشار در ونتوری مترها عبارت است از:

- ۱) افت فشار تابع اختلاف فشار نیست
- ۲) افت فشار همان اختلاف فشار است
- ۳) درصدی ثابتی از فشار ورودی
- ۴) درصدی از اختلاف فشار است

۱۴. سه لوله با قطرهای  $d_1 = 30\text{ mm}$ ,  $d_2 = 100\text{ mm}$ ,  $d_3 = 200\text{ mm}$  به طور موازی قرار دارند. افت فشار در کدام لوله بیشتر است؟

- ۱) لوله با قطر  $100\text{ mm}$
- ۲) لوله با قطر  $200\text{ mm}$
- ۳) لوله با قطر  $300\text{ mm}$
- ۴) افت فشار در هر ۳ لوله برابر است.

۱۵. در سیستم لوله‌های سری:

- ۱) افت واحد طول در همه لوله‌ها یکسان است.
- ۲) دبی جریان در همه لوله‌ها برابر است.
- ۳) تلفات کلیه لوله‌ها با هم برابر است.
- ۴) دبی کل برابر است با مجموع دبی لوله‌ها.



## فصل ششم

### آنالیز ابعادی و تشابه هیدرولیکی

#### ۱-۶ مقدمه

شناخت پارامترهای بی بعد درک ما را از پدیده‌های جریان سیال عمیق‌تر می‌نماید. پارامترهای بی بعد مربوط به جریان سیال نیز چنین خصوصیتی دارند. با استفاده از پارامترهای بی بعد می‌توانیم نتایج آزمایش را عمومیت داده، آنها را برای وضعیت‌هایی با ابعاد فیزیکی متفاوت و اغلب برای وضعیت‌هایی با خواص سیال متفاوت نیز به کار ببریم. آنچه ما را قادر به تعمیم نتایج آزمایش می‌کند، دانستن مفاهیم آنالیز ابعادی است که در این فصل ارائه می‌شود. تعمیم نتایج آزمایش مزایای متعددی دارد. با این کار توانایی آن را می‌یابیم که به توصیف جامع پدیده پردازیم و صرفاً به تفسیر نتایج آزمایش خاصی که انجام شده است، محدود نشویم. از این‌رو می‌توانیم با انجام تعداد کمی آزمایش (هر چند بسیار برگزیده) از جنبه‌های پدیده پرده برداریم و از این طریق به صرفه‌جویی‌های مهمی در وقت و هزینه نائل شویم. همچنین می‌توانیم نتایج تحقیق خود را به صورت فشرده‌تر و مفهومتر به سایر مهندسان و دانشمندان ارائه کنیم تا استفاده از آنها برای ایشان آسان شود.

این مبحث خود به دو شاخه کاملاً متفاوت به نام تحلیل ابعادی و تشابه مدلی تقسیم می‌شود. تحلیل ابعادی تکنیکی است که با آن می‌توان رابطه ریاضی بین چند پارامتر را به دست آورد. اگر بدانیم بین چند پارامتر حتماً باید رابطه‌ای وجود داشته باشد کنار هم قرار گرفتن این پارامترها در کنار هم و در قالب یک رابطه باید از منطقی

درست برخوردار باشد. این ارتباط منطقی با تحلیل ابعادی به دست می‌آید. اما تشابه مدلی تکنیکی است که با آن می‌توان یک مخزن بزرگ یا یک رودخانه و یا یک ساختمان و یا ماشین هیدرولیکی و غیره را در مقیاس خیلی کوچک‌تر از مقیاس اصلی آن (گاهی اوقات مدل می‌تواند بزرگ‌تر از مقیاس اصلی نیز باشد) در آزمایشگاه و با هزینه بسیار کم ایجاد کرد و آزمایش‌های مورد نظر را روی آن انجام داد و چگونگی نتایج در مدل<sup>۱</sup> را می‌توان به نمونه اصلی<sup>۲</sup> تعمیم داد. در ادامه تحلیل ابعادی و تشابه مدلی به تفکیک توضیح داده شده‌اند.

## ۲-۶ تحلیل ابعادی و روش‌های آن

پارامتر هیدرولیکی و فیزیکی از نظر ابعادی دارای تعریف خاصی است. مثلاً کمیت (بعد) اندازه‌گیری مسافت، طول است که معمولاً با L نشان داده می‌شود. دقیق داشته باشید که بعد با واحد یکی نیست. واحد اندازه‌گیری مسافت می‌تواند متر، میلی‌متر، کیلومتر، اینچ، فوت و یا مایل باشد. پس بعد اندازه‌گیری مسافت طول است و واحد آن می‌تواند یکی از موارد فوق باشد. همه پارامترهایی که می‌شناسیم از نظر ابعادی دارای تعریف مشخص و ثابتی هستند، هر چند از نظر واحدی ممکن است به شکل‌های گوناگون بیان شوند. برای مثال مساحت را در نظر بگیرید. مساحت از حاصل ضرب طول در طول به دست می‌آید، پس از نظر ابعادی<sup>2</sup> L است که می‌توان با واحدهایی مانند متر مربع، میلی متر مربع، کیلو متر مربع و یا هکتار، بیان شود.

کمیت‌های اصلی موجود در اکثر پارامترهای فیزیکی و هیدرولیکی عبارتند از جرم (M)، طول (L) و زمان (T). رابطه اصلی که این سه کمیت را به هم مرتبط می‌نماید، قانون دوم نیوتون است که به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$F = ma$$

که در آن F نیرو، m جرم و a شتاب می‌باشد که خود به شکل زیر نوشته می‌شود:

---

1. Model  
2. Prototype

$$a = \frac{dV}{dt}$$

که  $dV$  تغییرات سرعت و  $dt$  تغییرات زمان است.

شکل ابعادی معادله‌ی فوق را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$V = LT^{-1}$$

$$m = M$$

$$t = T$$

سپس خواهیم داشت:

$$F = MLT^{-2}$$

در تحلیل ابعادی ممکن است از سیستم‌های  $MLT$  و یا  $FLT$  استفاده شود. در سیستم  $MLT$  پارامترهای اصلی جرم، طول و زمان هستند و بقیه پارامترها با این پارامترهای اصلی در نظر گرفته می‌شود و بقیه پارامترها با این پارامترهای اصلی بیان می‌شوند. در بیشتر کتاب‌ها مکانیک سیالات، سیستم ابعادی مورد استفاده،  $MLT$  می‌باشد. بر این اساس همهٔ پارامترهایی که می‌شناسیم می‌توانند با این سه کمیت اصلی بیان شوند.

استفاده از روش تحلیل ابعادی در بسیاری از حالات می‌تواند رابطه‌های مشکل را تجزیه و تحلیل نموده و بین متغیرهای مختلف یک معادله، روابط صحیحی را به دست آورد. در یک رابطه صحیح فیزیکی، در صورت نوشتن معادله بر حسب پارامترهای اصلی آحاد بایستی کمیات مختلف در طرفین یک معادله دارای تجانس و تشابه کامل باشند یعنی بایستی نمای این پارامترها یکسان باشد و به عبارت دیگر کلیه عبارات جمع شونده آن معادله باید دارای ابعاد یکسان باشند.

فرض کنید....  $Z = a + b + c + \dots$  نشان‌دهنده یک معادله فیزیکی باشد. در آنصورت شرط لازم و کافی برای همگنی ابعادی آن است که اولاً دیمانسیون  $a$  و  $b$  و  $c$  و ... یکی باشد، ثانیاً بعد آنها با بعد  $Z$  که در طرف دیگر معادله قرار دارد یکسان باشد.

وقتی تعداد کمیت‌ها بی که در پدیده‌ای دخالت دارند کم باشند، می‌توان بدون استفاده از تکنیک خاصی روابط بدون بعد را نوشت و اشکالی نیز ندارد. اما اگر تعداد

کمیت‌ها زیاد باشند دیگر نمی‌توان ذهنی چیدمان کمیت‌ها را به دست آورد. لذا بدین منظور روش‌های متفاوتی مثل قضیه  $\pi$  باکینگهام و روش رایتمایر استفاده می‌شود. در جدول ۹-۱ برخی از کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک سیالات و ابعاد آنها آورده‌تر شده است.

جدول ۹-۱ ابعاد برخی از کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک سیالات

ابعاد		علامت اختصاری	کمیت
FLT	MLT		
L	L	L	طول
$L'$	$L'$	A	سطح
$L^r$	$L^r$	$\nabla$	حجم
$LT^{-1}$	$LT^{-1}$	V	سرعت
$LT^{-2}$	$LT^{-2}$	A	شتاب
$L^r T^{-1}$	$L^r T^{-1}$	Q	دبی حجمی
$FTL^{-1}$	$MT^{-1}$	$\dot{m}$	دبی جرمی
$FT^r T^{-2}$	$ML^{-3}$	$\rho$	چگالی
$FL^{-3}$	$ML^{-1} T^{-2}$	$\gamma$	وزن مخصوص
$FL^{-2}$	$ML^{-1} T^{-2}$	$P, \sigma$	فشار و تنفس
$FTL^{-1}$	$ML^{-1} T^{-1}$	$\mu$	لزجت دینامیکی
$L^r T^{-1}$	$LT^{-1}$	$\nu$	لزجت سینماتیکی
$FL^{-1}$	$MT^{-3}$	$\sigma$	کشش سطحی
$FL$	$ML T^{-2}$	F	نیرو
$T^{-1}$	$T^{-1}$	$\omega$	سرعت زاویه‌ای
$FL$	$ML^r T^{-2}$	M	گشتاور
$FLT^{-1}$	$ML^r T^{-3}$	P	توان
$FL$	$ML^r T^{-2}$	W,E	انرژی و کار
$FL^{-1} T^2$	$ML^r T^{-2}$	$\rho$	جرم مخصوص

### ۱-۲-۶ قضیه باکینگهام<sup>۱</sup>

قضیه باکینگهام بیان می‌کند که در یک مساله فیزیکی شامل  $n$  کمیت و تعداد  $m$  بعد اصلی است، کمیات‌ها را می‌توان به صورت  $(n-m)$  پارامتر بی بعد مستقل، مرتب کرد.

فرض کنید  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  کمیات مطرح در مساله، مثلاً فشار، لزجت، سرعت و غیره باشند. تمام این کمیات برای حل مساله موثر شناخته شده‌اند و بنابراین باید رابطه‌ای بین آنها وجود داشته باشد. یعنی:

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = 0 \quad (1-6)$$

حال اگر پارامترهای بی بعد را  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$  نشان دهیم، طبق قضیه باکینگهام رابطه فوق به صورت زیر قابل بیان است:

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0 \quad (2-6)$$

قضیه باکینگهام به علت نمایش پارامترهای بی بعد با حرف  $\pi$  به نام (قضیه  $\pi$ ) معروف شده است.

روش تعیین پارامترهای  $\pi$  این است که ابتدا تعداد  $m$  کمیت از کل کمیت‌های  $A$  انتخاب می‌شوند که دارای ابعاد مختلفی باشند و شامل  $m$  بعد اصلی ( $L$  و  $T$ ) باشند، بنابراین حداقل مقدار  $m$  برابر سه خواهد بود. برای هر پارامتر بدون بُعد، این  $m$  کمیت  $A$  را به صورت متغیرهای تکراری همراه با توان مجهول و با یکی از کمیت‌های باقی مانده دیگر  $A$  با توان یک به کار می‌بریم، لذا اولین پارامتر بدون بعد را می‌توان به صورت زیر استخراج کرد.

$$\pi_1 = A_1^{x_1} \cdot A_2^{y_1} \cdot A_3^{z_1} \cdot A \quad (3-6)$$

که در آن  $A_3, A_2, A_1$  متغیرهای تکراری و  $A_4$  یکی از متغیرهای غیر تکراری باقی مانده می‌باشد. لذا هر  $\pi$  دارای  $m+1$  عضومی باشد که  $m$  تعداد ابعاد یا پارامترهای تکرار خواهد بود و تعداد  $(n-m)$  پارامتر بدون بعد به دست خواهد آمد و آخرین پارامتر بدون بعد به شکل زیر خواهد بود.

$$\pi_{n-m} = A_1^{x_{n-m}} \cdot A_2^{y_{n-m}} \cdot A_3^{z_{n-m}} \cdot A_n \quad (4-6)$$

در معادلات فوق توان‌های مجهول به صورتی تعیین می‌شوند که پارامتر  $\pi$  بدون بُعد شود. البته باید توجه داشت که در انتخاب متغیرهای تکراری کمیتی که دارای اهمیت کمتری می‌باشد، نباید به عنوان متغیر تکراری انتخاب شود. ضروری است که متغیرهای تکراری از یکدیگر مستقل باشند یعنی هیچ‌کدام را نتوان بر حسب سایرین بیان کرد.

به طور خلاصه می‌توان گفت که  $n$  پارامتر (متغیر) شامل  $m$  بعد دارای  $n-m$  عدد

بدون بعد  $\pi$  می‌باشد. که تعداد پارامترهای هر  $\pi$  برابر  $m+1$  بوده و تعداد پارامترهای تکراری نیز برابر  $m$  است.

### مراحل انجام تحلیل ابعادی

**گام ۱:** کمیت‌های (پارامترها یا متغیرها) مؤثر در مسئله را انتخاب کنید (فهرست کردن متغیرها).

**گام ۲:** نوشتن تابعی از متغیرها.

**گام ۳:** به دست آوردن تعداد تابع بدون بُعد و انتخاب متغیرهای تکراری.

**گام ۴:** نوشتن معادلات بدون بُعد با قراردادن کمیت‌های تکراری با توان‌های مجهول و کمیت غیرتکراری با توان ۱

**گام ۵:** نوشتن معادلات با جایگزینی ابعاد به جای کمیت‌ها و استخراج توان هر بُعد اصلی و مساوی صفر قراردادن آنها

**گام ۶:** به دست آوردن توان‌های مجهول

**گام ۷:** جانشین کردن توان‌های به دست آمده در معادله گام ۴ و به دست آوردن پارامترهای بدون بُعد

**گام ۸:** جانشین کردن پارامترها بدون بعد در رابطه زیر:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m})$$

**گام ۹:** در صورت لزوم ترکیب پارامترهای بدون بُعد برای تغییر فرم پارامترهای بدون بُعد و به دست آوردن روابط دیگر.

برای درک بهتر ۹ گام بهتر است در مثال‌های زیر مجددًا مراحل را مرور نمایید.

**مثال ۱-۶:** برای جريان درهم در لوله افقی صیقلی، افت فشار واحد طول یعنی

به سرعت جريان  $V$ ، قطر لوله  $D$ ، لرجت ديناميک سیال  $\mu$  و دانسيته آن  $\rho$ ، بستگی  $\frac{\Delta P}{l}$  دارد.

$$F\left(\frac{\Delta P}{l}, V, D, \rho, \mu\right) = 0$$

با استفاده از آنالیز ابعادی فرم کلی معادله فوق را به دست آورید؟

حل: مراحل را طبق گام‌های بیان شده دنبال می‌کنیم.

گام ۱: کمیت‌هایی که در مساله وجود دارند عبارتند از:

کمیت	لزجت دینامیک	دانسیته	قطر	سرعت	افت فشار در واحد طول
علامت	$\mu$	$\rho$	$D$	$V$	$\Delta p/l$
ابعاد	$ML^{-1}T^{-1}$	$ML^{-3}$	$L$	$LT^{-1}$	$ML^{-3}T^{-2}$

گام ۲: تابعی که برای این متغیرها مبتواند نوشته شود، به شکل زیر است:

$$F\left(\frac{\Delta P}{l}, V, D, \rho, \mu\right) = 0$$

گام ۳: این مساله دارای پنج کمیت ( $n=5$ ) و سه بعد اصلی ( $m=3$ ) می‌باشد، و قضیه باگینگهام به ما می‌گوید ( $n-m=5-3=2$ ) تنها دو تابع بدون بعد می‌توان بین کمیت‌ها ایجاد نمود که می‌توانیم آنها را  $\pi_1$  و  $\pi_2$  نام‌گذاری نماییم.

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0$$

با توجه به این که  $m=3$  است از کمیت‌های مساله مقادیر  $V, D, \rho$  را به عنوان

متغیر تکراری و  $\mu$  و  $\Delta p/l$  را به عنوان متغیر غیر تکراری در نظر می‌گیریم.

۴. توابع بدون بعد را به صورت حاصلضرب متغیرهای تکراری (نمایهای مختلف)

با توان مجهول و کمیت غیرتکراری با توان یک می‌نویسیم:

$$\pi_1 = V^{x_1} D^{y_1} \rho^{z_1} \mu$$

$$\pi_2 = V^{x_2} D^{y_2} \rho^{z_2} \frac{\Delta P}{l}$$

گام ۵: بجای کمیت‌ها، ابعاد آنها را در هر معادله قرار می‌دهیم و با توجه بدون بعد بودن  $\pi_1 = M^x L^y T^z$  و تجانس ابعادی به یک دستگاه سه معادله و سه مجهول برای هر  $\pi$  خواهیم رسید.  
برای تعیین  $\pi_1$  می‌نویسیم:

$$\pi_1 = V^x D^y \rho^z \mu \rightarrow (LT^{-1})^x L^y (ML^{-1})^z ML^{-1} T^{-1} \equiv M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ}$$

$$\begin{cases} x_1 + y_1 - 3z_1 - 1 = 0 \\ -x_1 - 1 = 0 \\ z_1 + 1 = 0 \end{cases}$$

برای تعیین  $\pi_2$  می‌نویسیم:

$$\pi_2 = V^x D^y \rho^z \frac{\Delta P}{l} \rightarrow (LT^{-1})^x L^y (ML^{-1})^z ML^{-1} T^{-1} \equiv M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ}$$

$$\begin{cases} x_2 + y_2 - 3z_2 - 2 = 0 \\ -x_2 - 2 = 0 \\ z_2 + 1 = 0 \end{cases}$$

گام ۶: با حل دستگاه معادلات، توانهای مجھول را استخراج می‌کنیم:

برای  $\pi_1$

$$z_1 = -1, y_1 = -1, x_1 = -1$$

برای  $\pi_2$

$$z_2 = -1, y_2 = 1, x_2 = -2$$

گام ۷: حال توانهای به دست آمده را در معادلات گام ۴ قرار می‌دهیم:

$$\pi_1 = V^{-1} D^{-1} \rho^{-1} \mu$$

$$\pi_2 = V^{-1} D^1 \rho^{-1} \frac{\Delta P}{l}$$

بنابراین:

$$\pi_1 = \frac{\mu}{VD\rho} \quad \pi_2 = \frac{\Delta P / l}{\rho V^2 / D}$$

رابطه بین پارامترهای بی بعد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f\left(\frac{VD\rho}{\mu}, \frac{\Delta P / l}{\rho V^2 / D}\right) = 0$$

گام ۹: پارامترهای بی بعد را اگر بخواهیم می‌توانیم معکوس کنیم. اولین پارامتر

یعنی  $\frac{VD\rho}{\mu}$  عدد رینولدز است که یکی از مهمترین پارامترهای بی بعد در مکانیک

سیالات می‌باشد. مقدار عدد رینولدز نوع جریان را معلوم می‌کند. با نمایش عدد

رینولدز به  $R_e$ ، معادله فوق به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\Delta P}{l} = f(R_e) \frac{\rho V^r}{D}$$

فرمولی که به طور معمولی به کار می‌رود به صورت زیر است:

$$\frac{\Delta P}{l} = f(R_e) \frac{\rho V^r}{2D}$$

این فرمول بر حسب افت ارتفاع  $\Delta H$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\Delta H}{L} = f(R) \frac{L}{D} \frac{V^r}{2g}$$

## ۲-۲-۶ روش دوم برای تعیین پارامترهای بی بعدروشن‌هانساکر<sup>۱</sup> و رایتمایر<sup>۲</sup>

هانساکر و رایتمایر روش دیگری برای تعیین پارامترهای بی بعد ابداع کرده‌اند که زودتر به نتیجه می‌رسد. در این روش ابتدا ابعاد اصلی  $M$  و  $T$  را بر حسب متغیرهای تکراری بیان می‌کنیم. آنگاه روابط حاصله را در نمایش ابعادی سایر کمیات قرار می‌دهیم تا پارامترهای بی بعد به دست آیند. برای نمونه در مثال (۶-۱) متغیرهای تکراری  $V$  و  $D$  و  $\rho$  به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$V = LT^{-1}$$

$$D = L$$

$$\rho = mL^{-\gamma}$$

حال  $M$  و  $L$  و  $T$  را بر حسب متغیرهای تکراری بیان می‌کنیم:

$$V = LT^{-1} \rightarrow V = DT^{-1} \rightarrow T = DV^{-1}$$

$$\rho = ML^{-\gamma} \rightarrow \rho = MD^{-\gamma} \rightarrow M = \rho D^\gamma$$

$$L = D$$

$$T = DV^{-1}$$

$$M = \rho D^\gamma$$

برای یافتن پارامترهای بی بعد مستقیماً از معادلات فوق استفاده می‌کنیم. برای تعیین  $\pi_1$  می‌نویسیم:

$$\mu = ML^{-\gamma} T^{-1} = \rho D^\gamma D^{-1} D^{-1} V = \rho DV$$

و در نتیجه داریم:

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\rho D V}$$

برای تعیین  $\pi_1$  می‌نویسیم:

$$g = LT^{-1} = DD^{-1}V^T = V^T D^{-1}$$

و در نتیجه داریم:

$$\pi_1 = \frac{g}{V^T D^{-1}} = \frac{gD}{V^T}$$

در این روش احتیاجی نیست که برای تعیین هر پارامتر، حل سه معادله و سه مجهول تکرار شود.

### ۳- ضوابط انتخاب متغیرهای تکراری

تعداد این متغیرها باید مساوی با تعداد ابعاد اصلی (اولیه) در مسئله باشد.

متغیرهای تکراری نباید شامل متغیر وابسته در فهرست اصلی باشد.

متغیرهای تکراری باید به بهترین شکل ممکن فیزیک مسئله را بیان کنند. برای این منظور، انتخاب متغیرهای تکراری مناسب می‌توان در سه گروه مشخص شامل متغیرهای هندسی، خواص سیال و اثر عوامل خارجی طبقه‌بندی شود. متغیرهای هندسی توسط طولها (مانند قطر لوله) مشخص می‌شوند و خواص سیال توسط عواملی نظیر جرم یا لزجت سیال مشخص می‌شوند که تمایل دارند تغییراتی در سیستم ایجاد کنند. و اثر عوامل خارجی با پارامترهایی نظیر سرعت، شتاب و... معین می‌گردند.

انتخاب پارامترهای تکراری باید به نحوی باشد که ترکیب آنها تشکیل یک پارامتر بدون بعد ندهد. برای مثال  $V, D, \rho$  با ابعاد  $LT^{-1}, L, ML^{-3}$  نمی‌توانند یک پارامتر بدون بعد تشکیل دهنند زیرا  $L, M$  قابل ساده یا حذف شدن در بین سه پارامتر  $V, D, \rho$  نیستند.

### ۴- محدودیت‌های تحلیل ابعادی

۱. تحلیل‌های ابعادی قادر به شناسایی عوامل مؤثر در پیش‌بینی یک پدیده نیست، بلکه تجربه محقق نشان می‌دهد کدام عوامل در یک پدیده مؤثر می‌باشند.

۲. حذف یک متغیر معنی دار در تحلیل یک پدیده ممکن است موجب حذف

یک پارامتر بدون بعد معنی دار شود، همچنان که نگهداری یک پارامتر بدون بعد غیر مفید موجب صرف هزینه بیهوده و اتلاف زمان می‌شود.  
نکات:

گروههای بی بعد، گروههایی از کمیات می‌باشند، هنگامی که در یکدیگر ضرب می‌شوند نمایش ابعادی آنها برابر واحد است.  
در صورتی که یک کمیت بدون بعد وجود داشته باشد، این کمیت یک عامل بدون بعد  $\pi$  است.

هر گاه در یک مسئله  $n-m=1$  باشد، فقط یک پارامتر بدون بعد برای توضیح مسئله لازم است. در این حالت  $\pi_1=\pi_2\cdots\pi_m$  خواهد بود که در آن  $\pi$  یک ثابت است.  
در صورتی که دو کمیت دارای ابعاد یکسان باشند نسبت آنها یک عامل بدون بعد  $\pi$  خواهد بود.

هر توان یک عامل بدون بعد  $\pi$  خود یک عامل بدون بعد است.  
ضرب یک عدد در هر عامل بدون بعد، خود یک عامل بدون بعد است.  
هر عامل بدون بعد  $\pi$  را می‌توان به صورت تابعی از عوامل بدون بعد دیگر  $\pi$  بیان نمود.

اگر یک پارامتر  $\pi$  از ضرب یا تقسیم سایر پارامترهای  $\pi$  به دست آید، یک پارامتر بدون بعد مستقل محسوب نمی‌شود. برای مثال پارامتر  $\pi_4$  اگر به صورت  $\frac{\pi_1}{\pi_2\pi_3}$

تعريف شود، مستقل از  $\pi_1, \pi_2$  و  $\pi_3$  نخواهد بود.  
تابع  $f$  در رابطه  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m} = f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  باید براساس داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل آماری (رگرسیون) تعیین شود.

اگر یک کمیت فیزیکی بدون بعد باشد، بدون انجام هر نوع محاسبه، این کمیت یک پارامتر  $\pi$  خواهد بود. برای مثال در بحث موینگی زاویه  $\alpha$  یک پارامتر  $\pi$  محسوب می‌شود.

اگر دو کمیت فیزیکی ابعاد یکسانی داشته باشند، نسبت آنها یک پارامتر بدون بعد  $\pi$  خواهد بود. برای مثال نسبت عمق آب به عرض آن در یک کanal  $\frac{h}{W}$  یک پارامتر بدون بعد است.

هر پارامتر  $\pi$  می‌توانند توسط همان  $\pi$  با نمای دیگر جایگزین شود. برای مثال  $\pi_1$  با  $\frac{1}{\pi_2}$  یا  $\pi_2$  با  $\frac{1}{\pi_1}$  می‌توانند تعویض شوند.

هر پارامتر  $\pi$  می‌تواند با حاصلضرب یک ثابت عددی در آن جایه‌جا شود. برای مثال  $\pi_1$  با  $5\pi_2$  می‌تواند تعویض شود.

هر پارامتر  $\pi$  می‌تواند بصورت تابعی از سایر پارامترهای  $\pi$  بیان شود. برای مثال اگر سه جمله  $\pi_1, \pi_2$  و  $\pi_3$  در یک مسئله فیزیکی وجود داشته باشند، می‌توان آن را به صورت رویرونوشت:  $\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3)$

**مثال ۶-۲:** مقدار دبی عبوری سیال از یک روزنه  $Q$ ، به چگالی سیال  $\rho$ ، قطر روزنه  $d$  و اختلاف فشار  $\Delta P$  بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی معادله دبی عبوری را به دست آورید؟

**گام ۱:** کمیت‌هایی که در مساله وجود دارند به قرار زیر می‌باشند:

اختلاف فشار	قطر	چگالی سیال	دبی	کمیت
$\Delta P$	$d$	$\rho$	$Q$	علامت
$ML^{-1}T^{-2}$	$ML^{-3}$	$ML^{-3}$	$L^3T^{-1}$	ابعاد

**گام ۲:** تابعی که برای این متغیرها می‌توانند نوشته شود، به شکل زیر است:

$$F(Q, \rho, d, \Delta P)$$

**گام ۳:** این مساله دارای چهار کمیت ( $n=4$ ) و سه بعد اصلی ( $m=3$ )  $MLT$  می‌باشد و قضیه باکینگهام به ما می‌گوید که  $n-m=4-3=1$  تنها یک تابع بدون بُعد می‌توان بین این کمیت‌ها برقرار نمود. حال به تعداد  $m=3$  از کمیت‌ها را انتخاب و آن‌ها را متغیر تکراری نامگذاری می‌کنیم. فرض می‌کنیم  $\rho$  و  $d$  و  $\Delta P$  را متغیر تکراری در نظر می‌گیریم.

**گام ۴:** حال تابع بدون بُعد را با نوشتن کمیت‌های تکراری با توان معجهول و کمیت غیرتکراری با توان ۱ می‌نویسیم:

$$\pi = \rho^x d^y \Delta P^z Q$$

**گام ۵:** حال به جای کمیت‌ها، ابعاد آن‌ها را که در بند ۱ نوشته شده قرار می‌دهیم و با توجه به بدون بعد بودن  $\pi = (M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ})^1$  و تجانس ابعادی، توان هر بُعد اصلی را استخراج می‌کنیم و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\pi_1 = \rho^{x_1} d^{y_1} \Delta p^{z_1} Q = (ML^{-r})^{x_1} (L)^{y_1} (ML^{-r} T^{-r})^{z_1} L^r T^{-r} = M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ}$$

$$\begin{cases} x_1 + z_1 = 0 \\ -rx_1 + y_1 - z_1 = 0 \\ -rz_1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, \quad y_1 = -2, \quad z_1 = -\frac{1}{2}$$

**گام ۶:** حال توان‌های به دست آمده را در معادله گام ۴ جایگزین می‌کنیم:

$$\pi = \rho^{\frac{1}{2}} d^{-\frac{1}{2}} \Delta p^{-\frac{1}{2}} Q$$

**گام ۷:** رابطه تابع بدون بُعد را چنین می‌نویسیم:

$$f(\rho^{\frac{1}{2}} d^{-\frac{1}{2}} \Delta p^{-\frac{1}{2}} Q)$$

**گام ۸:** هر گاه در مساله  $n-m=1$  باشد، فقط یک پارامتر بدون بعد برای توضیح مساله لازم است. در این حالت  $c = \pi$  خواهد که در آن  $c$  یک ثابت است. بنابراین:

$$c = \rho^{\frac{1}{2}} d^{-\frac{1}{2}} \Delta P^{\frac{-1}{2}} Q \Rightarrow Q = cd^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

## ۶-۵ نیروهای مؤثر بر سیالات در حال حرکت

حرکت سیالات معمولاً نتیجه تأثیر دو گروه نیروی مختلف است که این دو دسته نیرو، نوع و شرایط حرکت سیال را کنترل می‌کنند. یک گروه از این نیروها، نیروهای شتاب‌دهنده سیال که سبب حرکت آن می‌شوند و گروه دیگر که مخالف گروه اولند، از حرکت سیال و شتاب دار شدن آن جلوگیری می‌کنند.

### ۶-۵-۱ نیروی اینرسی<sup>۱</sup>

نیروی اینرسی در تمام حالات در مورد سیالات وجود دارد و برابر حاصلضرب جرم در شتاب حرکت است، یعنی:

1. inertia force

$$F_i = Ma = MV \frac{dV}{ds} \propto \rho L^r V \frac{V}{L} \propto \rho L^r V^r \quad (5-6)$$

که در آن  $\rho$  جرم مخصوص،  $V$  حجم و  $a$  شتاب است. اگر بعد حجم مشخصه مایع را با  $L$  نشان داده و سرعت را با  $V$  و زمان را با  $T$  نشان دهیم.

### ۲-۵-۶ نیروی لزجت<sup>۱</sup>

این نیرو نیز در تمام موارد حرکت وجود دارد و با حرف  $F_v$  نشان داده می‌شود و متناسب با ضریب لرجت، سرعت و طول مسیر است. یعنی:

$$F_v = \tau \cdot A = \mu \frac{dV}{dy} \cdot A \propto \mu \frac{V}{L} \cdot L \propto \mu VL \quad (6-6)$$

### ۳-۵-۶ نیروی ثقل<sup>۲</sup>

نیروی گرانی یا ثقل در تمامی مواردی که عامل اصلی حرکت سیال نیروی وزن است (مثل حرکت مایعات در کانال‌ها) و نیز در مواردی نظیر حرکت مایعات از دریچه‌ها، سرریزها و نظایر آن، وجود دارد و با نماد  $F_g$  نشان داده می‌شود.

$$F_g = m \cdot g \propto \rho L^r g \quad (7-6)$$

### ۴-۵-۶ نیروی کشش سطحی<sup>۳</sup>

نیروی کشش سطحی در مواردی مثل حرکت مایعات از روی سرریزها با ارتفاع کم و یا حرکت مایعات در مجاري عريض و کم عمق، موثر است و با نماد  $F_{st}$  نشان داده می‌شود:

$$F_{st} = \sigma \cdot L \quad (8-6)$$

که در آن  $\sigma$  نیروی کشش سطحی مؤثر بر واحد طول است.

### ۵-۵-۶ نیروی تراکم‌پذیری<sup>۴</sup> یا الاستیک<sup>۵</sup>

نیروی تراکم‌پذیری یا الاستیک در مواردی مثل پدیده چکش آبی (در لوله‌ها) که

1. Viscous force

2. gravity force

3. surface tension force

4. compressibility force

5. Elasticity force

تراکم پذیری مایعات مهم است، وجود دارد و با حرکت  $F_e$  نشان داده می‌شود:

$$F_e = E \cdot A \propto EL^r \quad (9-6)$$

که در آن  $E$  ضریب الاستیسیته مایع است.

### ۶-۵-۶ نیروی فشاری<sup>۱</sup>

نیروی فشاری نیز در اکثر موارد ضمن حرکت سیالات وجود دارد و از مهمترین موارد آن می‌توان حرکت سیالات در لوله‌ها را نام برد:

$$F_p = \Delta P \cdot A \propto \Delta P \cdot L^r \quad (10-6)$$

در آن  $\Delta P$  اختلاف فشار دو مقطع سیال است که به فاصله  $L$  از هم قرار دارند.

### ۶-۶ عده‌های بدون بعد مهم در مکانیک سیالات

بسیاری از پارامترهای بدون بعد را می‌توان نسبت بین دو نیروی سیال دانست. مقدار نسبی این نسبت‌ها نشان‌دهنده اهمیت نسبی یکی از نیروها نسبت به دیگری است. در اکثر پدیده‌های سیال، متغیرهای تغییر فشار ( $\Delta P$ )، طول ( $L$ )، لزجت ( $\mu$ )، کشش سطحی ( $\sigma$ )، سرعت صوت ( $C$ )، شتاب گرانی ( $g$ ) و جرم مخصوص ( $\rho$ )، سرعت ( $V$ ) ممکن است مهم باشند.

در حرکت مایعات همیشه چند نیرو شرکت دارند، اما همواره یک یا دو نیرو نقش مهمتری نسبت به سایر نیروها در تداوم حرکت ایفا می‌کنند که از دیدگاه مکانیک سیالات مطالعه آنها اهمیت دارد. این نیروها عبارتند از:

### ۶-۶-۱ عدد رینولدز<sup>۲</sup>

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می‌کند و برابر است با:

$$Re = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho LV^r}{\mu VL} = \frac{\rho LV}{\mu v} = \frac{LV}{v} \quad (11-6)$$

که در آن  $L$  بعد مقطع جریان و  $v$  ضریب گرانزوی سینماتیکی سیال است.

1. Pressure force

2. Reynolds number

در مواردی که خصوصیات و هندسه جریان مهم باشد از عدد رینولدز استفاده می‌گردد. از کاربردهای عدد رینولدز می‌توان به جریان داخل لوله‌ها، حرکت با سرعت معمولی در اطراف اتومبیل‌ها، جریان در توربوماشین‌ها و حرکت زیر دریایی در زیر آب اشاره نمود.

### ۲-۶-۶ عدد فرود<sup>۱</sup>

این عدد نسبت جذر نیروی اینرسی به نیروی جاذبه(وزن) را بیان می‌کند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_r = \sqrt{\frac{F_i}{Fg}} = \sqrt{\frac{\rho L^\gamma V^\gamma}{\rho g L^\gamma}} = \sqrt{\frac{V^\gamma}{gL}} = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (12-6)$$

از جمله مواردی که در آنها کنترل اصلی جریان به عهده عدد فرود است، می‌توان جریان مایعات در کانال‌های باز، حرکت مایعات از درون دریچه‌ها و از بالای سرریزها، موج‌های حاصله در سطح آب، طراحی سازه‌های هیدرولیکی و در نتیجه حرکت کشتی‌ها و موارد مشابه آن را نام برد.

عدد فرود در جریان‌های با سطح آزاد مانند کانال‌های باز برای تقسیم‌بندی نوع جریان بسیار مهم است. اگر  $F_r$  کمتر از یک باشد، جریان زیر بحرانی، اگر  $F_r$  مساوی یک باشد، جریان بحرانی و اگر  $F_r$  بزرگ‌تر از یک باشد جریان فوق بحرانی خواهد بود.

### ۲-۶-۳ عدد ماخ<sup>۲</sup>

در سال ۱۸۷۰، فیزیکدان اتریشی ارنست ماخ پارامتر زیر را معرفی کرد. این عدد نسبت جذر نیروی اینرسی به نیروی الاستیک (تراکم‌پذیری) را بیان می‌کند.

$$M = \sqrt{\frac{F_i}{F_e}} = \sqrt{\frac{\rho V^\gamma L^\gamma}{E L^\gamma}} = \sqrt{\frac{\rho V^\gamma}{E}} = \sqrt{\frac{V^\gamma}{\frac{E}{C^\gamma}}} = \sqrt{\frac{V^\gamma}{C^\gamma}} = \frac{V}{\sqrt{\rho C}} \quad (13-6)$$

1. froude  
2. Mach number

که در آن  $C$  سرعت صوت (یا موج) در یک سیال است.

بنابراین عدد ماخ نسبت سرعت سیال (یا سرعت جسم در یک سیال ساکن) به سرعت موج صوتی در همان سیال است. از این عدد در مواردی مانند پدیده ضربه قوچ و همچنین در جریان‌های با سرعت زیاد که تغییرات جرم مخصوص در اثر فشار قابل توجه است، اهمیت فوق العاده‌ای می‌یابد و هر چه تراکم‌پذیری سیال کمتر باشد سرعت صوت در آن افزایش می‌یابد.

در صورتی که عدد ماخ  $Ma > 1$  باشد سرعت را ما فوق صوت و اگر  $Ma < 1$  باشد سرعت را مادون صوت گویند.

#### ۶-۴-۶ عدد اولر<sup>۱</sup>

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی فشاری را بیان می‌کند:

$$Eu = \frac{F_i}{F_p} = \frac{\rho L V^2}{\Delta P L} = \frac{\rho V^2}{\Delta P} \quad (14-6)$$

معمولًا از ضریب فشار که دو برابر عکس عدد اولر است استفاده می‌شود یعنی:

$$c_p = \frac{\gamma \Delta P}{\rho V^2} \quad (15-6)$$

این عدد در جریان‌های دارای افت فشار و یا نیروی دراگ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

#### ۶-۵-۶ عدد وبر<sup>۲</sup>

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.

$$W_e = \frac{F_i}{F_{st}} = \frac{\rho L V^2}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma} \quad (16-6)$$

عدد وبر فقط وقتی اهمیت دارد که مساوی یا کوچکتر از واحد باشد و سطح آزاد وجود داشته و در مقادیر بزرگ قابل صرفنظر است. مثل عبور دبی کم از سرریزها، قطرات جریان مویینگی، جریان خون در رگ‌ها، موج‌های ناهموار، و مدل‌های هیدرولیکی کوچک.

1. Euler number  
2. Weber number

برخی از اعداد بدون بعد مهم دیگر در مکانیک سیالات عبارتند از عدد کاویتاسیون، عدد پرانتل، عدد اکرت، عدد اشتروهال، نسبت زبری، نسبت گرمای ویره، عدد گراف، نسبت دما، ضریب فشار، ضریب بر او ضریب پسا.

#### ۷-۶ تشابه، مطالعه مدل‌ها

برای اینکه در پروژه‌های بزرگ مهندسی ریسک وجود نداشته باشد و از هدر رفت سرمایه‌گذاری جلوگیری شود، معمولاً در این گونه موارد، قبل از احداث پروژه اصلی، نمونه مشابهی از آن را به صورت مدل تهیه کرده و بر روی آن مطالعه می‌کنند و نتایج حاصله را در مورد اصلاح پروژه اصلی، تعمیم می‌دهند. در هیدرولیک نیز استفاده از مدل‌ها معمول است و بسیاری از فرمول‌ها و روابط مهم هیدرولیکی، بر اساس تجربیات انجام شده بر روی مدل‌ها به دست آمده‌اند.

یکی از متدائل ترین کاربرد مدل‌ها، به هنگام احداث سدها است. در این گونه موارد، ابتدا در آزمایشگاه یک سد کوچک بر روی رودخانه کوچکی مشابه با رودخانه اصلی احداث کرده و آن را مطالعه می‌کنند.

برای اینکه مدل ساخته شده، از هرجهت منعکس‌کننده نمونه اصلی باشد و بتوان نتایج حاصله از آن را در مورد نمونه اصلی تعمیم داد، باید تشابه کاملی بین مدل و نمونه اصلی، برقرار باشد. چنین تشابهی به نام تشابه هیدرولیکی خوانده می‌شود و تنها در چنین حالاتی است که می‌توان با اطمینان کافی، نتایج مربوط به مدل را از نمونه واقعی انتظار داشت. برای تامین تشابه هیدرولیکی لازم است که مدل و نمونه واقعی، از نقطه نظرهای هندسی، سینماتیکی و دینامیکی متشابه باشند.

#### ۷-۱ تشابه هندسی<sup>۱</sup>

لازمه تشابه هندسی این است که مدل و نمونه اصلی در شکل یکسان باشند، اما در اندازه با هم تفاوت داشته باشند. در این حالت کلیه نسبت‌های ابعاد متناظر بین مدل و نمونه اصلی با هم برابر می‌باشند، یعنی اینکه نسبت ابعاد متناظر آن عدد ثابتی باشد. به

---

1. Geometric similarity

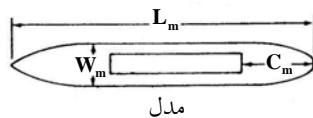
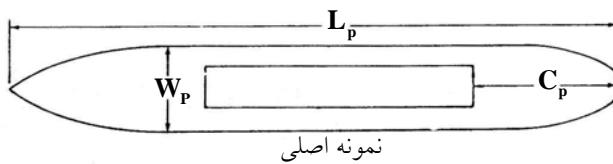
عبارت دیگر اگر مقیاس انتخابی  $\frac{1}{10}$  باشد، تمام ابعاد خطی مدل باید  $\frac{1}{10}$  نمونه اصلی باشند. بنابراین برای تشابه هندسی شکل ۱-۴ داریم: (۱۶-۶)

$$\text{نسبت تشابه هندسی} = \frac{\text{طول مدل}}{\text{طول نمونه اصلی}} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{W_m}{W_p} = \frac{C_m}{C_p}$$

که  $L_r, W_m, L_m$  ابعاد خطی مدل و  $C_p, W_p, L_p$  ابعاد خطی نمونه اصلی و نسبت تشابه هندسی در این روابط پانویس  $p, m$  به ترتیب مربوط به مدل (model) و اصل سازه (prototype) و  $L_r$  نسبت تشابه هندسی می‌باشد. همچنین می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مساحت}}{\text{مساحت نمونه اصلی}} = \frac{L^2_m}{L^2_p} = L^2_r \quad (۱۷-۶)$$

$$\frac{\text{حجم مدل}}{\text{حجم نمونه اصلی}} = \frac{L^3_m}{L^3_p} = L^3_r \quad (۱۸-۶)$$



شکل ۱-۴ تشابه هندسی بین مدل و نمونه اصلی

کمیت‌های هندسی کمیت‌هایی هستند که در دیمانسیون آنها فقط بعد طول به کار رفته باشد مانند طول، سطح، حجم و ممان اینرسی.

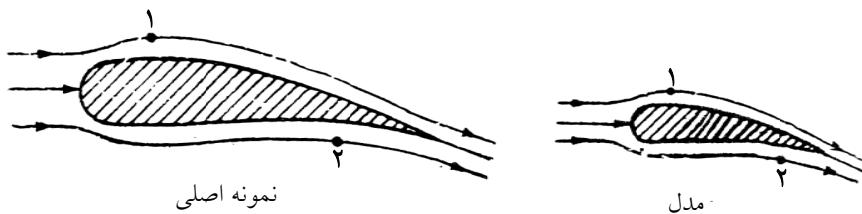
در تشابه هندسی لازم است که کلیه زوايا و جهت جريان حفظ شود و همچنین موقعیت مکانی مدل و نمونه اصلی نسبت به محیط اطراف يکسان باشد. تشابه هندسی

شامل ناصافی‌های واقعی سطح مدل و نمونه اصلی نیز می‌شود. اگر تمام ابعاد مدل یک دهم نمونه اصلی باشد، بایستی ارتفاع ناصافی‌های مدل نیز یک دهم ارتفاع ناصافی‌های نمونه اصلی باشد. تحقق تشابه هندسی کامل همیشه آسان نیست.

### ۲-۷-۶ تشابه سینماتیکی<sup>۱</sup> یا تشابه حرکت

اساس این تشابه یکسان بودن نسبت تشابه طولی و زمانی بین مدل و نمونه اصلی است به عبارت دیگر وقتی بین مدل و نمونه اصلی تشابه سینماتیکی وجود دارد که سرعت‌ها در نقاط متناظر مدل و نمونه اصلی هم جهت بوده و نسبت آنها برابر مقدار ثابتی باشد. مقدار ثابت برقرار شده بین سرعت‌ها را مقیاس سرعت می‌گویند و با  $V_r$  نشان می‌دهند. تشابه سینماتیکی در واقع بیانگر تشابه هندسی خطوط جریان در مدل و نمونه اصلی است.

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} \quad (19-6)$$



شکل ۲-۴ تشابه سینماتیکی

کمیت‌های سینماتیکی کمیت‌هایی هستند که در دیمانسیون آنها علاوه بر بعد طول، بعد زمان نیز به کار رفته باشد مانند سرعت، شتاب، دبی و لزجت سینماتیکی.

داریم:

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\left( \frac{L_m}{T_m} \right)}{\left( \frac{L_p}{T_p} \right)} = \frac{L_r}{T_r} \quad (20-6)$$

$$a_r = \frac{a_m}{a_p} = \frac{\left( \frac{L_m}{T^r_m} \right)}{\left( \frac{L_p}{T^r_p} \right)} = \frac{L_r}{T^r_r} \quad (21-6)$$

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\left( \frac{L^r_m}{T_m} \right)}{\left( \frac{L^r_p}{T_p} \right)} = \frac{L^r_r}{T_r} \quad (22-6)$$

شرط برقراری تشابه سینماتیکی است که می‌توان آنرا مقیاس (نسبت زمانی) دانست.

**مثال ۳-۶:** مدلی با مقیاس طولی  $\frac{1}{50}$  جهت مطالعه جذر و مد امواج ساخته شده است. طول زمان لازم برای مدل که معادل یک شبانه روز نمونه اصلی باشد (برحسب ساعت) چقدر است؟

$$\frac{T_m}{T_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow \frac{T_m}{24} = \sqrt{\frac{1}{500}} \Rightarrow T_m = 1/07 \text{ ساعت}$$

**مثال ۴-۶:** مدل سدی با مقیاس  $\frac{1}{49}$  برای پیش‌بینی شرایط جریان در نمونه اصلی ساخته شده است. اگر دبی طراحی سیل در سرزیز سد  $15000 \text{ m}^3/\text{s}$  باشد، برای تشابه جریان بین مدل و نمونه اصلی، دبی جریان در مدل چقدر باید باشد؟ اگر سرعت در یک نقطه از مدل  $12 \text{ m/s}$  باشد، سرعت در نقطه متناظر در نمونه اصلی چقدر است؟

$$Fr_m = Fr_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gL_p}} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

دو طرف رابطه فوق را در  $\frac{A_m}{A_p}$  ضرب می کنیم:

$$\frac{V_m A_m}{V_p A_p} = \frac{A_m}{A_p} \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow \frac{Q_m}{Q_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_m = 15000 \times \left( \frac{1}{49} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.892 \text{ m/s}$$

برای محاسبه سرعت در نمونه اصلی داریم:

$$\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow V_p = V_m \sqrt{\frac{L_p}{L_m}} = 1/2 \times \sqrt{\frac{49}{1}} \Rightarrow V_p = 7/4 \text{ m/s}$$

### ۳-۷-۶ تشابه دینامیکی<sup>۱</sup>

وقتی بین مدل ( $m$ ) و نمونه اصلی ( $p$ ) تشابه دینامیکی وجود دارد که اولاً بین آنها تشابه هندسی و سینماتیکی برقرار باشد ثانیاً نسبت ثابتی بین نیروهای موثر بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه واقعی، برقرار باشد. مقدار ثابت برقرار شده بین نیروها را مقیاس نیرو می‌گویند و با  $F_r$  نشان می‌دهند.

$$F_r = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} = \dots = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \quad (23-6)$$

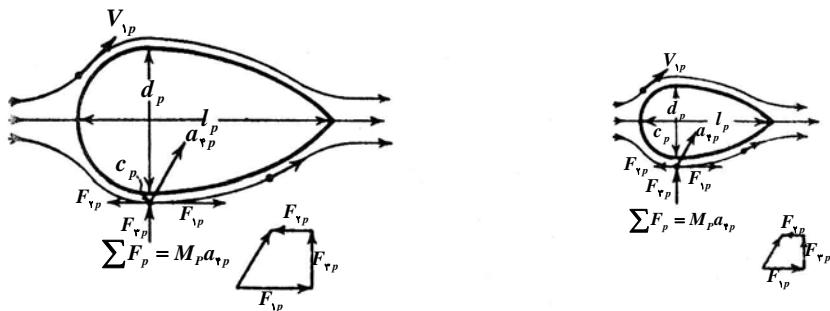
بنابراین برای تشابه دینامیکی لازم است که این اعداد بی‌بعد یا نسبت‌های بی‌بعد، در مورد مدل و نمونه واقعی یکسان باشند.

$$\frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \rightarrow \left( \frac{F_i}{F_g} \right)_m = \left( \frac{F_i}{F_g} \right)_p \rightarrow (Fr)_m = (Fr)_p \quad (24-6)$$

$$\frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \rightarrow \left( \frac{F_i}{F_v} \right)_m = \left( \frac{F_i}{F_v} \right)_p \rightarrow (\text{Re})_m = (\text{Re})_p$$

---

1. dynamic similarity



شکل ۳-۴ تشابه دینامیکی بین مدل و نمونه اصلی

کمیت‌های دینامیکی کمیت‌هایی هستند که در دیمانسیون آنها علاوه بر ابعاد طولی و زمان، بعد جرم نیز بکار رفته باشد، مانند نیرو، جرم مخصوص، فشار، انرژی، لزجت دینامیکی و ... .

برای تشابه دینامیکی لازم است که نسبت ثابتی بین نیروهای مؤثر بر سیال (نیروهای اینرسی، لزجت، شتاب ثقل، کشش سطحی، الاستیسیته و فشاری) بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه اصلی برقرار باشد این نسبتها همان اعداد بدون بعد رینولدز، فرود، ویر، ماخ و اولر می‌باشند. بنابراین در صورت یکسان بودن این اعداد بدون بعد، در مدل و نمونه اصلی تشابه دینامیکی وجود دارد. در برخی شرایط هر سه نیروی لزجت، ثقل و اینرسی در بررسی یک مسئله اهمیت قابل توجهی دارند در چنین شرایطی عدد رینولدز و عدد فرود مدل و نمونه اصلی باید به‌طور همزمان در تحلیل مسئله مورد استفاده قرار گیرند. مقایسه روابط  $(Fr)_m = (Fr)_p$  با  $(Re)_m = (Re)_p$  نشان می‌دهد که این دو رابطه نمی‌توانند به‌طور همزمان برای سیالات با لزجت یکسان بکار برد و شوند در نتیجه برای حل این مشکل لازم است که از سیالات با لزجت متفاوت استفاده کرد. حل همزمان دو رابطه فوق منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\frac{V_m}{V_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (25-6)$$

در اغلب مسائل بیشتر این اعداد دارای اهمیت نبوده و فقط یک یا دو عدد بدون بعد دارای اهمیت می‌باشند و از بقیه صرفنظر می‌شود. مثلاً در سیالات تراکم‌ناپذیر،

نیروی الاستیک صفر است. در صورتی که سطح مایع و گاز وجود نداشته باشد نیروی کشش سطحی صفر خواهد بود و در اغلب مسائل فقط نیروهای لزجت، اینرسی، فشار و ثقل (اعداد رینولدز، فرود و اولر) نقش اصلی را دارا خواهند بود.

**مثال ۶-۵:** اگر مقیاس مدل فیزیکی کanal رو بازی با مقیاس هندسی ۱:۱۰ ساخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟

حل: می‌دانیم:

$$\frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10}$$

چون مساله در مورد کanal باز است، بنابراین از عدد فرود استفاده می‌کنیم. برای داشتن تشابه سینماتیکی باید عدد فرود مدل و نمونه اصلی مساوی باشد:

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gL_p}} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

همچنین می‌دانیم:

$$F = ma = (\rho V^2) a = \rho L^2 LT^{-2} \Rightarrow F = \rho L^2 V^2$$

بنابراین:

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m L_m^2 V_m^2}{\rho_p L_p^2 V_p^2} \quad (1)$$

فرض می‌کنیم سیال مورد استفاده برای مدل و نمونه اصلی در این مثال آب باشد، بنابراین  $\rho_m = \rho_p$  خواهد بود. در نتیجه رابطه (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{L_m^2 V_m^2}{L_p^2 V_p^2} \quad \text{می‌دانیم} \quad \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{L_m^2 L_m}{L_p^2 L_p} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_m}{F_p} = \frac{1}{100}$$

**مثال ۶-۶:** مقیاس سرعت، زمان، شتاب و دبی حجمی را در تشابه فرود به دست آورید؟

$(Fr)_m = (Fr)_p \rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \rightarrow V_r = \sqrt{L_r}$	سرعت	الف)
$V_r = \frac{L_r}{t_r} \rightarrow \sqrt{L_r} = \frac{L_r}{t_r} \rightarrow t_r = \sqrt{L_r}$	زمان	ب)
$a_r = \frac{V_r}{t_r} \rightarrow a_r = \frac{\sqrt{L_r}}{\sqrt{L_r}} \rightarrow a_r = 1$	شتاب	ج)
$Q_r = V_r \cdot A_r = \sqrt{L_r} \times L_r \rightarrow Q_r = L_r$	زمان	د)

## ۸- مدل‌های کج

اگر در مدل‌سازی سیستم‌های هیدرولیکی، مقیاس طولی در همه جهات با هم برابر نباشد و در جهتی، بنا به دلایلی مقیاس طولی با دیگر جهات متفاوت باشد مدل راکج می‌نامند.

برای مثال مقیاس افقی و قائم در مدل یک رودخانه نمی‌تواند یکسان باشد، زیرا عمق آب ممکن است تا حدی کم شود که اثرات لزجت و کشش سطحی مهم باشند. همچنین برای ایجاد تناسب بین زبری سطح یک مدل فیزیکی با نمونه اصلی ممکن است زبری در مدل قدری کاهش یابد که عملاً سطح آن دارای زبری سطح نمونه اصلی شود. همین‌طور اگر شبیه‌بتر در یک مدل فیزیکی برای ایجاد تناسب بین مدل و نمونه اصلی خیلی کاهش یابد، جریان آشفته در نمونه اصلی به جریان آرام در مدل آزمایشگاهی تبدیل خواهد شد. در چنین شرایطی بهتر است از مدل‌های کج استفاده شود. یعنی مدل‌هایی که در آنها مقیاس قائم ( $\frac{z_m}{z_p} = \frac{z_r}{z_r}$ ) بزرگ‌تر از مقیاس افقی است زیرا در غیر این صورت، برای تشابه هندسی کامل بین مدل و

نمونه اصلی، اندازه متغیرها و مقیاس قائم به حدی کوچک می‌شود که دیگر نمی‌توان آن را با دقت مناسب اندازه‌گیری کرد. برای مثال اگر مقیاس افقی و قائم در یک رودخانه یکسان باشد، هنگامی که عرض رودخانه در مدل چند متر است، عمق آب در آن چند میلی‌متر خواهد بود. برای حل این مشکل، مقیاس قائم بزرگ‌تر از مقیاس افقی

در نظر گرفته می‌شود. در این شرایط اگرچه بین مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی برقرار است ولی مدل با عمق آبی که از تشابه هندسی پیروی نمی‌کند، کار می‌کند، به عبارت دیگر در مدل‌های کج، مقیاس ابعاد خطی در راستای افقی همان مقیاس مدل فیزیکی به نمونه اصلی است و نسبت عمق آب روی مدل به عمق آب روی نمونه اصلی دارای مقیاس قائم است.

#### نکات:

برای محاسبه سرعت آب در یک نقطه از نمونه اصلی با در دست داشتن سرعت نقطه متناظر در مدل کج، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$V_p = V_m \sqrt{\left( \frac{L_p}{L_m} \right)} \quad (26-6)$$

برای محاسبه دبی جریان در یک نمونه اصلی با در دست داشتن دبی مدل کج، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$Q_p = Q_m \times \left( \frac{L_p}{L_m} \right)_{افقی} \times \left( \frac{L_p}{L_m} \right)_{قائم}^{۱/۵} \quad (27-6)$$

مثال ۶-۷: مدل سرریز یک سد با مقیاس  $\frac{1}{5}$  آب را با سرعت  $1m/s$  تحت بار  $100mm$  تخلیه می‌کند اگر بار آب روی نمونه اصلی  $5/5m$  باشد، سرعت آب در نمونه اصلی چقدر خواهد بود؟

حل: براساس صورت مسئله می‌دانیم که

$$\left( \frac{L_p}{L_m} \right)_{قائم} = \frac{H}{h} = \frac{5/5m}{1/1m} = 55$$

بنابراین سرعت آب در نمونه اصلی برابر است با:

$$V_p = V_m \sqrt{\left( \frac{L_p}{L_m} \right)} = 1 \times \sqrt{55} \Rightarrow V_p = 7.41 m/s$$

#### ۶-۹ نمونه‌هایی از مطالعه مدل‌ها

مدل‌ها برای مطالعه مسئله‌های مختلف مکانیک سیالات به کار می‌روند و مشکل است

که یک حالت کلی برای تمام مسائل مکانیک سیالات تعریف کرد. زیرا هر مسئله خصوصیات و شرایط خاص خود را دارد. اما به طور کلی می‌توان بسیاری از مسائل را بر حسب طبیعت جریان دسته‌بندی کرد: نوع اول جریان‌هایی که بدون سطح آزاد اند همانند جریان در داخل مرزها مثلاً جریان در داخل لوله‌ها، اتصالات، شیرها یا همانند جریان اطراف اجسام و تنها اثر مهم که باید بین مدل و نمونه اصلی ثابت نگه داشته شود، عدد رینولدز است نوع دوم جریان‌هایی اند که سطح آزاد داشته مانند سرریزها، کانال‌ها، رودخانه‌ها و اطراف کشتی‌ها که اثر نیرویی جاذبه مهم است. در این حالات، عدد فرود مهم است.

### ۱-۸-۹ جریان در لوله

در مجاری بسته رابطه اصلی تشابه دینامیکی عدد رینولدز است. بنابراین مقدار عدد رینولدز در مدل و سازه اصلی باید با هم برابر باشند. برای آزمایش سیالاتی که لزجت سینماتیکی یکسانی را در مدل و نمونه اصلی دارند، بایستی حاصلضرب  $VD$  یکسان باشد. اغلب چنین الزامی باعث می‌شود که در مدل‌های کوچک، سرعت‌ها خیلی زیاد باشند.

عدد رینولدز به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \quad \text{یا} \quad \text{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (28-6)$$

سپس نسبت سرعت‌ها در مدل و سازه اصلی به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$(29-6) \quad \begin{aligned} (\text{Re})_m &= (\text{Re})_p \\ \frac{V_m D_m}{\nu_m} &= \frac{V_p D_p}{\nu_p} \end{aligned}$$

$$\frac{V_m}{V_p} = \frac{D_p}{D_m} \times \frac{\nu_m}{\nu_p}$$

**مثال ۱-۸-۶**: آب در دمای  $20^\circ C$  با سرعت  $\frac{m}{s} = 3$  دریک لوله‌ی صاف به قطر  $20 cm$  جریان پیدا می‌کند. سرعت هوای  $30^\circ C$  را در شرایط استاندارد، در یک لوله‌ی صاف به قطر  $10 cm$  به نحوی محاسبه کنید که تشابه دینامیکی برقرار شود.

$$(Re)_m = (Re)_p$$

$$\left(\frac{VD}{v}\right)_m = \left(\frac{VD}{v}\right)_p$$

$$V_p = V_m \left( \frac{D_p}{D_m} \right) \left( \frac{v_m}{v_p} \right) = 3 \times \left( \frac{20}{10} \right) \times \left( \frac{1/51 \times 10}{1 \times 10^6} \right) = 90.6 \text{ m/s}$$

حل:

مثال ۶-۹: آب در لوله‌ای به قطر ۶۰۰ میلی لیتر و با سرعت ۰/۵ متر بر ثانیه در جریان است. اگر مقیاس مدل در آزمایشگاه  $\frac{1}{10}$  باشد، برای برقاری تشابه دینامیکی،

دبی جریان آب در آزمایشگاه برحسب لیتر بر ثانیه چقدر است؟

حل: چون بحث از دبی جریان در لوله است، بنابراین از تساوی عدد رینولدز

مدل و نمونه اصلی استفاده می‌کنیم:

$$(Re)_m = (Re)_p \Rightarrow \frac{V_m D_m}{v_m} = \frac{V_p D_p}{v_p}$$

$$V_m = V_p \frac{D_p}{D_m}$$

که در آن  $D_m, D_p$  به ترتیب قطر لوله نمونه اصلی و مدل می‌باشند. همچنین چون از آب برای مدل و نمونه اصلی استفاده می‌شود، بنابراین  $v_m = v_p$  است. در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

$$V_m = 0.5 \times 10 \Rightarrow V_m = 5 \text{ m/s} \quad \text{سرعت آب در مدل}$$

همچنین می‌دانیم قطر لوله در آزمایشگاه

$$\frac{D_p}{D_m} = 10 \Rightarrow \frac{0.6}{D_m} = 10 \Rightarrow D_m = 0.06 \text{ m}$$

$$Q_m = \frac{\pi(D_m)}{4} \times V_m = \pi \times \frac{(0.06)^2}{4} \times 5 = 0.014 \text{ m}^3/\text{s} = 14 \text{ litr/s}$$

## ۶-۹ سازه‌های هیدرولیکی باز

معمولًاً سازه‌های کانال‌های روباز مانند کانال‌ها، رودخانه‌ها، مخازن سدها، حرکت امواج، سرریزها و حوضچه‌های آرامش، نیروی نقل نسبت به سایر نیروها از اهمیت بیشتری

برخوردار است، لذا مبنای تشابه سینماتیکی و دینامیکی عدد فرود خواهد بود. بنابراین:

$$\begin{aligned} (F_r)_m &= (F_r)_p \\ \left( \frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_m &= \left( \frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_p \end{aligned} \quad (30-6)$$

در این رابطه  $V$  سرعت و  $L$  یک طول عمودی (که معمولاً در کانال‌ها عمق آب و یا عمق هیدرولیکی است) و  $g$  شتاب ثقل است. چون شتاب ثقل در نمونه اصلی و اصل یکی است و نمی‌تواند متفاوت باشد، لذا دو طرف رابطه حذف می‌شوند. پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{V_m}{\sqrt{L_m}} &= \frac{V_p}{\sqrt{L_p}} \\ \frac{V_m}{V_p} &= \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \end{aligned} \quad (31-6)$$

اگر مدل معمولی (یا غیرکج) باشد خواهیم داشت:

$$\frac{L_p}{L_m} = L_r \quad (32-6)$$

بنابراین نسبت سرعت‌ها با ریشه دوم مقیاس  $L_r$  تغییر می‌کند.

$$V_p = V_m \sqrt{L_r} \quad (33-6)$$

زمان مربوط به انجام وقایع (مثلاً زمان عبور یک ذره از گذرگاه) بوسیله روابط زیر به هم ارتباط پیدا می‌کنند.

$$T_m = \frac{L_m}{V_m} \quad T_p = \frac{L_p}{V_p} \quad T_p = T_m \frac{L_p}{L_m} \frac{V_m}{V_p} = T_m \sqrt{L_r} \quad (34-6)$$

نسبت دبی‌ها برابر است با:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L_p^r / T_p}{L_m^r / T_m} = L_r^{\frac{5}{2}} \quad (35-6)$$

$$\frac{F_p}{F_m} \text{ نسبت نیروها (مثلاً نیروی وارد بر دریچه‌ها) عبارت است از:}$$

$$\frac{F_p}{F_m} = \frac{\gamma h_p L_p}{\gamma h_m L_m} = L_r \quad (37-6)$$

که در رابطه فوق  $h$  ارتفاع است. به طریقی مشابه می‌توان نسبت‌های وابسته دیگری را نیز به دست آورد، به طوری که نتایج حاصل از مدل بتواند عملکرد نمونه اصلی را پیش‌بینی و تفسیر کند.

**مثال ۱۰-۶:** در یک آزمایش، برای اندازه گیری نیروی موج وارد بر یک شناور که با سرعت  $20 \text{ m/s}$  روی سطح دریا حرکت می‌کند، مدل  $\frac{1}{10}$  آن را در یک استخراج می‌سازند برای تشابه دو حالت، سرعت مدل چقدر خواهد بود؟

$$(Fr)_m = (Fr)_p \rightarrow \left( \frac{V}{\sqrt{Lg}} \right)_m \left( \frac{V}{\sqrt{Lg}} \right)_p \\ V_m = V_p \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = V_p \sqrt{L_r} = 20 \times \sqrt{\frac{1}{10}} = 2\sqrt{10} = 6/32 \text{ m/s}$$

**مثال ۱۱-۶:** مدل فیزیکی سرریز سدی با مقیاس طول  $\frac{1}{30}$  ساخته شده است. سرعت حرکت آب در نقطه‌ای از مدل  $\frac{m}{s} / 60$  و دبی عبوری  $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$  است. سرعت در نقطه متناظر و دبی عبوری از سرریز اصلی چقدر است؟

$$\frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{30} \quad \text{حل: می‌دانیم}$$

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gh_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gh_p}}$$

$$\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{h_m}{h_p}} \Rightarrow \frac{1/60}{V_p} = \sqrt{\frac{1}{30}} \Rightarrow V_p = 3/29 \text{ m/s}$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{A_m V_m}{A_p V_p} = \left( \frac{1}{30} \right)^r \times \left( \sqrt{\frac{1}{30}} \right) \Rightarrow Q_p = 246/5 \text{ m}^3/\text{s}$$

مثال ۱۲-۶: مدل سرریزی با مقیاس  $\frac{1}{50}$  ساخته شده است. اگر دبی طراحی سرریز  $17000 \text{ m}^3/\text{s}$  باشد، دبی سرریز مدل بر حسب  $m^3/\text{s}$  برای ایجاد تشابه دینامیکی چقدر است؟

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p}\right)} = \frac{L_m}{L_p} \times \frac{T_p}{T_m}$$

حل:

$$\frac{T_p}{T_m} = \sqrt{\frac{L_p}{L_m}} \quad \text{می‌دانیم}$$

است، بنابراین:

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m}{L_p} \times \sqrt{\frac{L_p}{L_m}} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{Q_m}{17000} = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow Q_m = 0.96 \text{ m}^3/\text{s}$$

### مجموعه سوالات آنالیز ابعادی و تشابه

۱. دیمانسیون فشار و دبی بترتیب عبارتند از.....

$$LT^{-1}, ML^{-1}T^{-2} \quad (2) \qquad LT^3, ML^{-1}T^{-1} \quad (1)$$

$$LT^{-1}, ML^2T^{-2} \quad (4) \qquad LT, MLT^{-1} \quad (3)$$

۲. مدل یک هواپیما با نسبت  $\frac{1}{36}$  ساخته شده است، اگر سرعت و دبی جریان در مدل به ترتیب  $1/25 \frac{ft}{s}$  و  $2/5 \frac{ft}{s}$  باشد، سرعت و دبی جریان در جسم واقعی چقدر است؟

$$540 \text{ cft}, 7/5 \frac{ft}{s} \quad (2) \qquad 19440 \text{ cft}, 45 \frac{ft}{s} \quad (1)$$

$$540 \text{ cft}, 45 \frac{ft}{s} \quad (4) \qquad 19440 \text{ cft}, 7/5 \frac{ft}{s} \quad (3)$$

۳. واحد لزجت سینماتیک (Kinematic Viscosity) براساس کدام معادله ابعادی بیان می‌شود؟

$$FL^{-1}T \quad (2)$$

$$LT^{-1} \quad (1)$$

$$LT^{-1} \quad (4)$$

$$ML^{-1}T^{-1} \quad (3)$$

۴. دیمانسیون عدد رینولدز کدام است؟

$$FL^{-1}T \quad (2)$$

$$MLT^{-1} \quad (1)$$

$$LT^{-1} \quad (4)$$

$$ML^{-1}T^{-1} \quad (3)$$

۵. در صورتی که تنش برشی مایعات برابر  $\mu = \mu \frac{dv}{dy}$  باشد دیمانسیون ضریب لزجت دینامیکی کدامیک است؟

$$\mu = ML^{-1} \quad (2)$$

$$\mu = ML^{-1}T^{-1} \quad (1)$$

$$\mu = ML^{-1}T^{-1} \quad (4)$$

$$\mu = ML^{-1}T^1 \quad (3)$$

۶. عدد رینولدز (Re) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

(۱) نسبت نیروی ایرسی به نیروی لزوجت

(۲) نسبت نیروی ایرسی به نیروی ثقل

(۳) نسبت نیروی ایرسی به نیروی اختلاف فشار

(۴) نسبت نیروی لزوجت به نیروی اختلاف فشار

۷. کدامیک از ابعاد فیزیکی زیر مربوط به ضریب گرانزوی مطلق می‌باشد؟

$$\frac{F.T}{L} \quad (2)$$

$$\frac{F.T^1}{L} \quad (1)$$

$$\frac{F.T}{L^1} \quad (4)$$

$$\frac{F.T}{L^1} \quad (3)$$

۸. معادله ابعادی کشش سطحی کدام است؟

$$FL \quad (2)$$

$$FL \quad (1)$$

$$FL^{-1} \quad (4)$$

$$FL^{-1} \quad (3)$$

۹. معادله ابعاد لزجت (Viscosity) کدام است؟

$$FLT^{-1} \quad (2)$$

$$FL^{-1}T \quad (1)$$

$$FL^{-1}T \quad (4)$$

$$FLT^1 \quad (3)$$

۱۰. ترکیب بدون بعد از کمیت‌های جرم مخصوص  $\rho$  و مدول الاستیسیته حجمی E و

سرعت جریان کدام است؟

$$\frac{E}{\rho V} \quad (2)$$

$$\frac{\rho V}{E} \quad (1)$$

$$\frac{\rho}{EV} \quad (4)$$

$$\frac{\rho E}{V} \quad (3)$$

۱۱. در مدل سرریزی  $L_r$  نسبت مقیاس ساخت براساس تشابه قانون فرود می‌باشد،

نسبت توان‌ها برابر است با:

$$L_r^4 \quad (2)$$

$$L_r^{\frac{v}{2}} \quad (1)$$

$$L_r^{\frac{4}{5}} \quad (4)$$

$$L_r^{\frac{5}{2}} \quad (3)$$

۱۲. در مدل بامقیاس  $\frac{1}{50}$  سرریزی، دبی اندازه‌گیری شده  $\frac{m^3}{s}$  می‌باشد. مطابق

نمونه‌اصلی دبی بر حسب  $m^3/s$  چقدر است؟

$$625 \quad (2)$$

$$177 \quad (1)$$

$$17680 \quad (4)$$

$$8840 \quad (3)$$

۱۳. عملکرد یک سازه هیدرولیکی در طی یک سیل از روی یک مدل  $\frac{1}{16}$  که براساس تشابه قانون فرود ساخته شده، مطالعه می‌شود. یک موج سیل در حال عبور از طریق مدل در عرض ۲ ساعت مطابق با دوره تناب نمونه اصلی ..... می‌باشد.

$$8(2) \text{ ساعت}$$

$$1(1) \text{ ساعت}$$

$$32(4) \text{ ساعت}$$

$$16(3) \text{ ساعت}$$

۱۴. در صورتی که مایع یکسانی در هر دو مدل و نمونه اصلی استفاده شود، برای شرایطی که عدد رینولدز و عدد فرود در مدل و در نمونه اصلی مساوی باشند، نسبت مقیاس مدل برابر است با: (که در اینجا  $V_r$  نسبت سرعت است؟

$$1(2)$$

$$V_r \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(4)$$

$$V_r^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

۱۵. مدلی از یک زیر دریایی با نسبت مقیاس  $L_r$  وجود دارد که جهت شباهت داشتن با شرایط نمونه اصلی در آب دریا با طناب کشیده می‌شود. با همان سرعت نسبت

مقاومت کل مدل به مقاومت کل نمونه اصلی برابر است با:

$$L_r \quad (2)$$

$$\tilde{L}_r \quad (1)$$

$$L_r^{\frac{-\gamma}{2}} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

۱۶. چه تعداد پارامتر برای بیان نمایش فیزیکی به طور ریاضی یا  $F(a, v, t, v, L)$  لازم می‌باشد؟ که در اینجا A مساحت، T زمان، v ویسکوزیته سینماتیکی و L طول است.

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۱۷. یک کanal روباز با نسبت مقیاس افقی  $L_H$  و نسبت مقیاس عمودی  $L_V$  ساخته

می‌شود. نسبت دبی  $\frac{Q_m}{Q_p}$  تعیین می‌شود بواسیله:

$$L_H L_V^{\frac{1}{2}} \quad (2) \quad \tilde{L}_H \tilde{L}_V \quad (1)$$

$$L_H^{\frac{1}{2}} L_V^{\frac{1}{2}} \quad (4) \quad \tilde{L}_H^{\frac{1}{2}} \tilde{L}_V^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

۱۸. تشابه حرکت بین مدل و جسم اصلی نامیده می‌شود به عنوان:

۱) تشابه هندسی      ۲) تشابه سینماتیکی

۳) تشابه دینامیکی      ۴) تشابه استاتیکی

۱۹. مدل سرریزی با تشابه هندسی به مقیاس ۱:۱ ساخته می‌شود. دبی متناظر در جسم

اصلی  $m^3/s$  ۱۰۲۴ است، دبی در این مدل بر حسب  $m^3/s$  خواهد بود:

$$16 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$64 \quad (4) \quad 12 \quad (3)$$

۲۰. مدل یک رودخانه با مقیاس افقی ۱:۱۰۰۰ و مقیاس عمودی ۱:۱۰۰ ساخته می‌شود.

در صورتی که دبی مدل  $m^3/s$  ۰/۱ باشد، بنابراین دبی در رودخانه بر حسب

$m^3/s$  خواهد بود:

$$10 \quad (2) \quad 10 \quad (1)$$

$$10 \quad (4) \quad 10 \quad (3)$$

۲۱. در صورتی که دو مدل با تشابه هندسی دارای نسبت مقیاس  $r$  در یک آزمایشگاه

معین با عدد فرود یکسان بهره‌برداری شوند، بنابراین شتاب متناظر خواهد بود با

نسبت:

$$L_r \quad (2) \quad L_r^{\frac{1}{5}} \quad (1)$$

$$1 \quad (4) \quad L_r^{\frac{1}{5}} \quad (3)$$

۲۲. در مدل تغییر شکل یافته یک رودخانه نسبت‌های مقیاس افقی و عمودی به ترتیب  $L_V$  و  $L_H$  می‌باشند. نسبت دبی برابر خواهد بود:

$$L_H L_V^{\frac{1}{5}} \quad (2) \quad L_H^{\frac{1}{5}} L_V \quad (1)$$

$$L_H^* L_V^{\frac{1}{5}} \quad (4) \quad L_H^* L_V^{\frac{1}{5}} \quad (3)$$

۲۳. مدل یک سریز ساخته شده با مقیاس افقی  $\frac{1}{4}$  و مقیاس عمودی  $\frac{1}{9}$  دبی  $/s^{litr}$  را تخلیه می‌کند. بنابراین دبی در جسم اصلی ..... تخمین زده می‌شود.

$$10.8 / s^{litr} \quad (1)$$

$$10.800 / s^{litr} \quad (2) \quad 10.80 / s^{litr} \quad (3)$$

۲۴. مدل فیزیکی سریز سدی با مقیاس طولی  $\frac{1}{3}$  ساخته شده است. سرعت حرکت آب در نقطه‌ای از مدل  $m/s^{1/6}$  و دبی عبوری  $m/s^{1/0.5}$  می‌باشد. سرعت در نقطه متناظر و دبی عبوری از سریز چقدر است؟

$$8/2 m/s, 18 m/s \quad (2) \quad 2465 m/s, 18 m/s \quad (1)$$

$$246/5 m/s, 3/29 m/s \quad (4) \quad 8/2 m/s, 3/29 m/s \quad (3)$$

۲۵. در صورتی که بدانیم نیروی برش در واحد سطح  $\tau$ ، در یک جریان آشفته تابعی از قطر لوله  $D$ ، زبری مطلق جدار لوله  $K$ ، سرعت جریان مایع  $V$ ، جرم مخصوص مایع  $\rho$  و لزجت دینامیکی مایع (ویسکوزیته دینامیکی)

$\mu$  می‌باشد، فرم عمومی معادله  $\tau$  با کدامیک از روابط زیر بیان می‌شود؟

$$\tau = \rho v^2 \phi \left( \frac{\mu}{\rho v d}, d \right) \quad (2) \quad \tau = \rho v^2 \phi \left( \frac{\mu}{\rho v d}, \frac{k}{d} \right) \quad (1)$$

$$\tau = \rho v^2 \phi(k) \quad (4) \quad \tau = \rho v^2 \phi \left( \frac{\mu}{\rho v d} \right) \quad (3)$$

۲۶. اگر برای ساخت مدل هیدرولیکی از یک جسم اصلی نیروهای لزجت و ثقل،

نیروهای اصلی باشندبرای وقتی که سیال مدل و جسم اصلی یکی هستند کدام عبارت برای ایجاد تشابه کامل، صحیح است؟

$$U_r = L_r^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$U_r = L_r \quad (4)$$

$$L_r = U_r^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$L_r = 1 \quad (3)$$

۲۷. مدل سرریزی با نسبت  $L_r = \frac{1}{50}$  و دبی طراحی سرریز  $S/m^3/17000$  ساخته می‌شود. دبی سرریز مدل بر حسب متر مکعب در ثانیه برای تشابه دینامیکی را از بین گزینه‌های زیر انتخاب کنید؟

$$0/96 \quad (2)$$

$$6/8 \quad (4)$$

$$48/1 \quad (1)$$

$$0/14 \quad (3)$$

۲۸. در مدل آزمایشگاهی یک بندرگاه با مقیاس  $\frac{1}{200}$  (برای مطالعه جریان‌های جذر و مدی) نسبت زمان واقعی جذر و مدی به زمان جذر و مدی در آزمایشگاه چقدر می‌باشد؟

$$10\sqrt{2} \quad (2)$$

$$300 \quad (4)$$

$$5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$200 \quad (3)$$

۲۹. در صورتی که خواص فیزیکی دو سیال در آزمایشگاه و واقعیت یکی باشد این نسبت برابر ۱ می‌باشد.

۳۰. آب در لوله‌ای به قطر  $600$  میلی‌لیتر و با سرعت  $0/5$  متر بر ثانیه در حال جریان است. مدلی با مقیاس  $1/10$  در آزمایشگاه ساخته می‌شود. در صورتی که سیال استفاده شده در آزمایشگاه آب باشد، برای برقراری تشابه دینامیکی، دبی لوله در آزمایشگاه بر حسب لیتر بر ثانیه کدام است؟

$$9/2 \quad (2)$$

$$11 \quad (4)$$

$$14 \quad (1)$$

$$7/1 \quad (3)$$

۳۱. کدام یک از تعاریف زیر صحیح است؟

(۱) عدد فرود نسبت نیروی الاستیسیته به نیروی ثقل را بیان می‌کند.

(۲) عدد ویر نسبت نیروی ثقل به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.

(۳) عدد ماخ نسبت نیروی ثقل به نیروی لزجت را بیان می‌کند.

۴) عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می کند.

۳۱. سرعت جریان آب در روی مدل تاج سرریزی با مقیاس  $1:25$  برابر با  $\frac{v_m}{v_p} = 0.6$  است.

سرعت جریان در روی تاج سرریز (اصلی) چندمترا بر ثانیه خواهد بود؟

۸ (۲)

۳ (۱)

۰/۱۲ (۴)

۱۵ (۳)

۳۲. با فرض ثابت بودن شتاب ثقل در مدل و طبیعت، رابطه‌ی بین نسبت لزجت

سینماتیکی مدل به جسم واقعی،  $\frac{v_m}{v_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$  در صورتی که معیار شبیه سازی بر مبنای

استفاده توأم از قانون رینولدز و قانون فرود باشد (عدد رینولدز و فرود مدل و طبیعت یکی باشد) برابر است با:

$$\frac{v_m}{v_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (۲)$$

$$\frac{v_m}{v_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (۱)$$

$$\frac{v_m}{v_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (۴)$$

$$\frac{v_m}{v_p} = \left( \frac{L_m}{L_p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (۳)$$

۳۳. کدام تعریف در مورد عدد ویر صحیح است؟

۱) نسبت نیروی اینرسی بر نیروی ویسکوز است.

۲) نسبت نیروی اینرسی بر کشش سطحی است.

۳) نسبت انرژی جنبشی بر نیروی ویسکوز است.

۴) نسبت نیروی ویسکوز بر نیروی اینرسی است.

۳۴. اگر مقیاس طول در مدل هیدرولیکی را  $\frac{1}{50}$  در نظر بگیریم در یک کanal باز مقیاس

نیرو چقدر خواهد بود؟

$\frac{1}{62500}$  (۲)

$\frac{1}{1250}$  (۱)

$\frac{1}{17677}$  (۴)

$\frac{1}{2500}$  (۳)



## فصل هفتم

### جريان در کanalهای باز

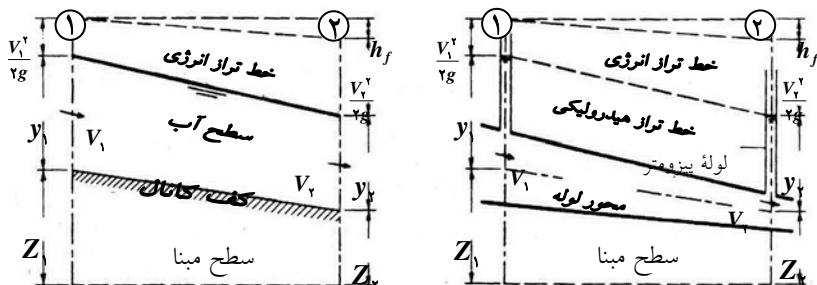
#### ۱- مقدمه

به طور کلی جريان مایع در یک مجرّا به دو صورت جريان در لوله‌ها (تحت فشار) و جريان در کanalهای باز (جريان با سطح آزاد) وجود دارد. در جريان تحت فشار که می‌توان آن را جريان در مجرای بسته نیز نامید، تمام مایع درون یک مرز جامد محصور شده است و مایع در تماس با جدار جامد می‌باشد ولی در کanalهای باز، مایع در تمام مسیر در معرض فشار اتمسفر قرار دارد. در واقع در کanalهای باز جريان در سطح بالایی خود آزاد بوده و در اين مرز جريان همواره با فشار اتمسفر روبه‌رو می‌باشد.

#### ۲- مقایسه جريان در کanalهای باز و مجاري تحت فشار

جريان تحت فشار عمدتاً شامل جريان آب در لوله‌های آبرسانی، شبکه‌های توزيع آب شهری و لوله‌کشی ساختمان‌ها می‌باشد ولی جريان در کanalهای باز، حرکت آب در آبراهه‌های طبيعی (نظير رودخانه و نهرها)، آبراهه‌های مصنوعی (نظير کanalهای آبرسانی و کanalهای آبياري و زهکشی را شامل مي‌گردد. بنابراین فرق اساسی بين جريان در لوله‌ها و جريان در کanalهای باز در اين است که جريان در لوله‌ها، جريان تحت فشار است و فشار در قسمت‌های مختلف، معمولاً متفاوت است و با استفاده از اختلاف طبيعی و يا پمپ می‌توان آن را به ميزان دلخواه كنترل کرد، در صورتی که فشار وارد بر سطح مایع در مجاري باز، در تمام قسمت‌های مسیر، ثابت و در مواردی مایع

در تماس با هوا قرار دارد، این فشار برابر فشار اتمسفر است.



شکل ۱-۷ مقایسه جریان در لوله‌ها و مجاري لوله باز

انرژی مکانیکی در هر مقطع از جریان عبارت از ارتفاع معادل سرعت ( $\frac{V^2}{2g}$ ), ارتفاع معادل فشار ( $\frac{P}{\gamma}$ ) و ارتفاع از مبنای Z خواهد بود. انرژی کل در هر مقطع از جریان که در واحد وزن بیان می‌شود، دارای بعد طول می‌باشد و از مجموع سه عبارت فوق به صورت زیر به دست می‌آید:

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z \quad (1-7)$$

خط پیوسته‌ای که مقدار انرژی را در مقاطع مختلف جریان نشان می‌دهد. خط تراز انرژی نامیده می‌شود و به دلیل کاهش انرژی مکانیکی، (در مسیر حرکت آب قدری از انرژی به صورت گرما از محیط خارج می‌گردد که افت انرژی در مسیر حرکت نامیده می‌شود). این خط در مسیر حرکت آب موجود در لوله پیزومتر مشخص می‌گردد. مکان مقطع از لوله به وسیله ارتفاع آب موجود در لوله پیزومتر مشخص می‌گردد. هندسی نقاط مزبور خط پیزومتریک یا خط تراز هیدرولیک را نشان می‌دهد و فقط جمع دو عبارت  $\frac{P}{\gamma}$  و Z را شامل می‌شود و به مقدار ارتفاع معادل سرعت ( $\frac{V^2}{2g}$ ) از خط انرژی فاصله دارد ولی در مورد مجاري باز با شیب کم، سطح آزاد آب خود خط پیزومتریک است.

در هیدرولیک مجاري روباز، به علت شکل پذیری سطح آزاد مایع، مقطع عرضی

در هر نقطه از طول آبراهه، برخلاف لوله‌های تحت فشار، می‌تواند تغییر کند. بنابراین شکل سطح آزاد مایع در طول آبراهه مشخص نبوده و تعیین آن یکی از موضوعات اساسی در مجاری باز می‌باشد. همچنین تغییر شکل پذیری سطح آزاد مایع، سبب ایجاد پدیده‌هایی نظیر پرش هیدرولیکی و... می‌گردد که در لوله‌های تحت فشار وجود ندارد.

### ۳-۷ انواع کانال‌های باز

کانال‌ها را می‌توان براساس نقطه نظرهای گوناگون تقسیم بندی کرد که عبارتند از:

تقسیم‌بندی کانال‌ها از نظر طبیعی یا مصنوعی بودن

**الف) کانال طبیعی** کانالی است که به‌طور طبیعی در سطح زمین ایجاد گردیده و نقش بشر در ساخت و شکل‌گیری آن ناچیز می‌باشد و مشخصات این کانال‌ها با زمان و مکان تغییر می‌کند. مثال مشخصی از این کانال‌ها رودخانه‌هایی هستند که در خط القعر یک حوضه آبریز وظیفه انتقال آب را به سمت نقطهٔ مرکز دارا می‌باشند.

**ب) کانال‌های مصنوعی** کانال‌هایی هستند که برای هدف خاصی نظیر انتقال آب از سدهای ذخیره‌ای به مزارع، کارخانجات، ... یا جهت دفع سیلاب‌ها، ... توسط بشر ساخته می‌شود که دارای مقاطع عرضی ثابت و منظم است.

تقسیم‌بندی کانال‌ها بر اساس تغییرات در سطح مقطع

**الف) کانال‌های منشوری:** کانال‌هایی هستند که در مسیرشان سطح مقطع و شبیث ثابت باشد.

**ب) کانال‌های غیرمنشوری:** کانال‌هایی هستند که در مسیر آنها سطح مقطع و یا شبیث کانال تغییر می‌کند.

تقسیم‌بندی کانال‌ها براساس پایداری مصالح جداره در مقابل فرسایش کانال‌های با جداره ثابت: کانال‌هایی هستند که مصالح جداره آنها ثابت و غیرقابل فرسایش می‌باشد و از مصالح سخت نظیر بتن، چوب، فلز و یا مصالح بنایی ساخت می‌شوند.

**ب) کانال‌های با جداره متحرک:** جداره این نوع کانال‌ها از ذرات رسوبی تشکیل یافته و ذرات این قابلیت را دارند تا تحت تاثیر جریان آب به حرکت درآیند.

تقسیم‌بندی کانال براساس کاربرد آنها

کanal‌های مصنوعی بر حسب نوع کاربری به نامهای مختلفی تقسیم می‌شوند.  
کanal بازی که با طول زیاد و شیب متوسط که معمولاً بر روی زمین حفر می‌شود را کanal می‌گویند.

کanal بازی که دارای طول کمی هستند و از چوب، فلز، بتن و یا مصالح دیگر ساخته می‌شود و بر روی پایه‌های بالاتر از سطح زمین بنا می‌شود به نهر پایدار معروفند.

کanal‌هایی با شیب بسیار تند که معمولاً دارای طول کم و دیواره‌های قائم هستند تا آب را از ارتفاع زیاد به ارتفاع پایین‌تر برسانند به تند آبراه موسومند.

کanalی که برای اختلاف ارتفاع کم (۰/۹ متر تا ۴/۵ متر) به کار می‌رود و طول کمتری نسبت به تند آبراه داشته باشد، شیب شکن نامیده می‌شود.  
کanal بسته کوتاهی که از زیر جاده یا راه‌آهن برای انتقال آب از یک طرف به طرف دیگر به کار می‌رود، آبرو نامیده می‌شود.

کanal بسته‌ای که برای عبور دادن آب از قسمت‌های تپه ماهوری و کوهستانی با سوراخ کردن کوه و عبور از موانع ساخته می‌شود تونل نام دارد.

هر تغییر مقطع یا تغییر جهت جریانی که در قسمت کوتاهی از مسیر کanal انجام می‌شود تبدیل نامیده می‌شود.

#### ۴-۷ انواع مقاطع کanal‌های باز

##### ۱-۱-۳ ذوزنقه‌ای

این مقطع معمول‌ترین شکل برای کanal‌های آبیاری بوده، در مصالح خاکی حفر گردیده و دارای پوششی از مصالح سخت نمی‌باشد، شیب کناره‌ها پایداری عمومی آن را در مقابل لرزش‌ها تأمین می‌کند.

##### ۲-۱-۳ مقاطع مستطیلی و مثلثی

حالت خاصی از مقطع ذوزنقه‌ای هستند. مقطع مستطیلی در مصالح سنگی حفر گردیده و دارای پوششی از جنس مصالح سخت بوده در حالی که کanal‌های مثلثی در دبی‌های کم در آبروی حاشیه خیابان‌ها و جاده‌ها و در کارهای آزمایشگاهی مورد استفاده قرار

می‌گیرند.

### ۳-۱-۳ مقطع دایره‌ای

در سیستم‌های جمع‌آوری و انتقال فاضلاب و به صورت پیش ساخته (لوله) تولید شده و در آبروی‌های زیر جاده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

### ۴-۱-۳ مقطع سه‌می

به عنوان یک تقریب برای کانال‌های طبیعی در اندازه کوچک و متوسط به کار می‌روند.

### ۵-۱-۳ مقاطع نعل اسبی و تخم مرغی

در تأسیسات جمع‌آوری و انتقال فاضلاب کاربرد دارند. این مقاطع علاوه بر خواص سازه‌ایی نکات هیدرولیکی طرح را نیز ارضا می‌نمایند.

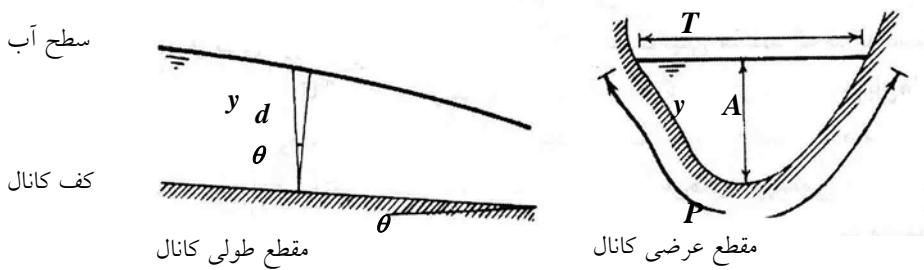
### ۶-۱-۳ مقاطع مرکب

در حالت سیلابی که آب از کanal اصلی لبریز شده و در بسترها سیلابی اطراف جاری می‌گردد و شکل مقطع کanal با مقاطع استاندارد معروف شده قابل تطبیق نبوده، بنابراین این گونه مقاطع، مقاطع مرکب نامیده می‌شوند.

### ۷-۵ مشخصات هندسی مقاطع کانال‌های باز

از آنجا که در این فصل با بعضی اصطلاحات سروکار داریم، لذا ابتدا به شرح این اصطلاحات و تعاریف می‌پردازیم که در جدول (۳-۷) ارائه گردیده است.

**عمق جریان (y):** عبارتست از فاصله قائم پایین‌ترین نقطه کف کanal تا سطح آزاد آب (شکل ۱-۷). این فاصله در جهت عمود بر کف و یا در صفحه‌ای عمود بر جهت عمومی جریان با  $d$  نمایش داده می‌شود که در مورد کانال‌های با شیب کم ( $\theta \leq 6^\circ$ ). این دو مشخصه یکسان در نظر گرفته می‌شوند ولی در کانال‌های با شیب  $d = y \cos \theta$  تندتر باید بین  $y$  و  $d$  تفاوت قائل شد. رابطه بین این دو عمق به صورت  $y = d \cos \theta$  بین  $d$  و  $y$  وجود دارد، خواهد بود که زاویه امتداد طولی کف کanal با افق می‌باشد.



شکل ۲-۷ مقاطع طولی و عرضی در کanal روباز

**مساحت مقطع (A):** عبارت از سطح مقطع مجرأ در زیر سطح آزاد آب است.

شکل (۲-۷)

**عرض سطح آزاد(T):** به طولی از مقطع جریان گفته می‌شود که با هوای آزاد در تماس باشد.

**پیرامون مرطوب (محیط خیس شده) (P):** در صورتی که از محیط کلی مقطع جریان عرض سطح آزاد آب را کم نماییم پیرامون مرطوب به دست می‌آید که طول مشترک تماس جریان با بستر کanal را نشان می‌دهد.

**شعاع هیدرولیکی (R):** نسبت سطح مقطع جریان به محیط خیس شده را شعاع هیدرولیکی می‌نامند، یعنی:

$$R = \frac{A}{P} \quad (2-7)$$

این تعریف در مجاری تحت فشار نیز به کار برده می‌شود. به عنوان مثال در یک لوله مدور به قطر  $d$  شعاع هیدرولیکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R = \frac{\pi(d^*/4)}{\pi d} = \frac{d}{4} \rightarrow d = 4R$$

**عمق هیدرولیکی (D):** بنابر تعریف نسبت سطح مقطع جریان به عرض سطح آزاد آب (T) عمق هیدرولیکی نامیده می‌شود.

$$D = \frac{A}{T} \quad (3-7)$$

توازن: در یک مقطع از کanal فاصله قائم سطح آزاد آب نسبت به یک سطح مبنای

دلخواه تراز گفته می‌شود این واژه در محاسبات دبی رودخانه‌ها کاربرد دارد.

**فاکتور سطح در محاسبه عمق بحرانی (Z):** این فاکتور به صورت زیر تعریف شده و در محاسبات عمق بحرانی مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$Z = A\sqrt{D} = A\sqrt{\frac{A}{T}} = \frac{A^{1/2}}{\sqrt{T}} \quad (4-7)$$

نماینده	مختصات A	عرض سطح T	عمق میدرولیکی D	نامور سطح Z
	by	b+2y	$\frac{by}{b+2y}$	$by^{1.5}$
	(b+2y)y	$b+2y\sqrt{1+Z^2}$	$\frac{(b+2y)y}{b+2y\sqrt{1+Z^2}}$	$\frac{[(b+2y)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2y}}$
	$zy^2$	$2y\sqrt{1+Z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+Z^2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}zy^{2.5}$
	$\frac{1}{8}(0 - \sin \theta)do^2$	$\frac{1}{2}\theta do$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right)do$	$\frac{\sqrt{2}(0 - \sin \theta)^{1.5}}{32(\sin \theta)^{0.5} do^{2.5}}$
	$\frac{2}{3}Ty$	$T + \frac{8y^2}{3T}$	$\frac{2T^2y}{3T^2 + 8y^2} *$	$\frac{2}{3}\sqrt{6} Ty^{1.5}$
	$\left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2(b+2ry)$	$(\pi/2)r + b + 2y$	$\frac{(\pi/2-2)r^2 + (b+2r)y}{(\pi/2)r + b + 2y}$	$\frac{[(\pi/2-2)r^2 + (b+2r)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2r}}$
	$\frac{T^2 - r^2}{4z} (1 - z \cot^{-1} z)$	$\frac{T}{Z} \sqrt{1+z^2 - \frac{2r}{Z} (1 - z \cot^{-1} z)}$	$\frac{\Lambda}{P}$	$\Lambda \sqrt{\frac{\Delta}{T}}$

شکل ۳-۷ مشخصات هندسی مقاطع در کانال‌های باز

## ۶-۷ طبقه‌بندی و تشخیص انواع جریان در کanal‌های باز

طبقه‌بندی جریان براساس دو معیار زمان و مکان صورت می‌گیرد. هرگاه در یک مقطع ثابت از جریان آب، مشخصات جریان نسبت به زمان تغییر نکند جریان را دائمی و در غیر این صورت جریان را غیردائمی می‌گویند واما اگر مشخصات جریان نسبت به مکان تغییر نکند جریان را یکنواخت در غیراینصورت جریان را غیریکنواخت گویند. توجه شود که جریان غیریکنواخت، جریان متغیر هم نامیده می‌شود و به صورت‌های زیر قابل طبقه‌بندی است:

### (الف) جریان متغیر تدریجی (G.V.F)

تغییرات عمق در این جریان در فاصله طولانی از مسیر صورت می‌گیرد و انحنای سطح آب طبیعتاً قابل ملاحظه نیست.

### (ب) جریان متغیر سریع (R.V.F)

در این جریان، تغییرات شدید عمق جریان در فاصله کوتاهی از مسیر صورت گرفته و سطح آب انحنای قابل توجهی دارد. معمولاً جریان در رسیدن به یک مانع (نظیر تغییر در شب، برخورد به یک دریچه و یا سریز) به طور دفعتاً چنین تغییرات سریعی از خود نشان می‌دهد.

### (ج) جریان متغیر مکانی (S.V.F)

در طبقه‌بندی جریان به صورت G.V.F و R.V.F فرض برآن بود که هیچ گونه دبی در امتداد طولی کanal، به کanal افزوده و یا از آن خارج نمی‌شود. اگراین فرض برقرار نباشد جریان حاصله را متغیر مکانی گویند.

طبقه‌بندی جریان براساس دیدگاه Chawo بدین صورت می‌باشد (متغیر مورد بررسی y است).

$$\begin{aligned}
 & \text{(G.V.F)} \quad \text{متغیر تدریجی} \quad \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \right. \\
 & \text{(R.V.F)} \quad \text{متغیر سریع} \quad \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} \neq 0 \right. \\
 & \text{(R.V.F)} \quad \text{متغیر مکانی} \quad \text{غیریکنواخت (متغیر)}
 \end{aligned}$$

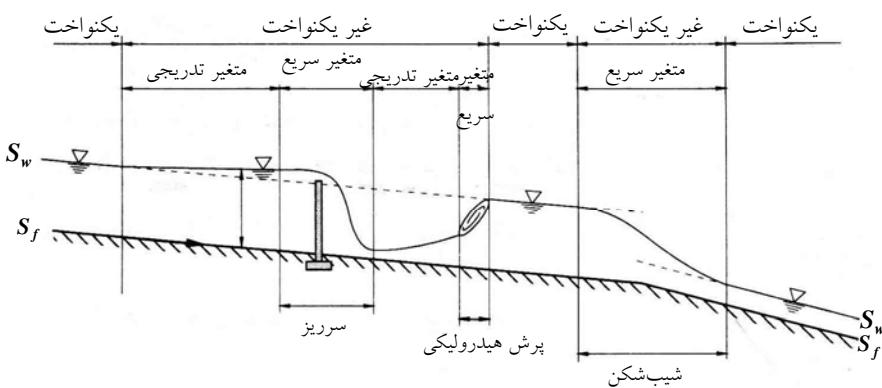
$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \\ \text{متغیر تدریجی (G.V.F)} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial x} \neq 0 \\ \text{متغیر سریع (R.V.F)} \\ \text{متغیر مکانی (R.V.F)} \end{array} \right. \end{array} \right\} \text{یکنواخت (بهندرت وجود دارد)} \\
 \left. \begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \\ \text{ب) جریان غیردائمی} \\ \left. \begin{array}{l} \text{متغیر سریع} \\ \text{غیریکنواخت (متغیر)} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

برای درک بهتر انواع جریان‌ها در کanalهای باز به ذکر چند مثال مثال بسنده می‌کنیم  
جریان یکنواخت دائم: حالتی که مایعی در یک لوله بلند مستقیم با شدت جریان ثابت در حرکت است.

جریان یکنواخت غیردائم: حالتی که مایعی در یک لوله بلند مستقیم با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.

جریان غیریکنواخت دائم: حالتی که مایعی در لوله‌ای با سطح مقطع متغیر و با شدت جریان ثابت در حرکت باشد.

جریان غیریکنواخت غیردائم: زمانی که مایعی در لوله‌ای با مقطع متغیر و با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.



شکل ۴-۷ جریان‌های دائمی، یکنواخت و غیریکنواخت در کanalهای باز

۷-۷ وضعیت جریان در کanalهای باز  
حرکت سیالات معمولاً نتیجه تاثیر دو گروه نیروی مخالف است که این دو دسته نیرو،

نوع و شرایط حرکت سیال را کنترل می‌کنند. یک گروه از این نیروها، نیروهای شتاب‌دهنده سیال‌اند که سبب حرکت آن می‌شوند و گروه دیگر، که مخالف گروه اولند، از حرکت سیال و شتاب‌دار شدن آن جلوگیری می‌کنند.

در جریان آب در کanal‌های باز، نیروهای مختلفی نظیر نیروهای لرجهت، ثقل و شتاب‌دهنده بر روی عناصر سیال اثر می‌کنند.

### ۱-۷-۷ تأثیر نیروی لرجهت

تحت تأثیر نیروی لرجهت به نیروی شتاب‌دهنده، سه حالت متفاوت جریان در کanal‌های باز مشاهده می‌شوند.

**۱. جریان آرام (لايهای):** در این حالت نیروی لرجهت قوت بیشتری نسبت به نیروی شتاب‌دهنده داشته و ذرات آب در راستای اصلی حرکت به آرامی بر روی یکدیگر می‌لغزنند.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (5-7)$$

**۲. جریان آشفته (متلاطم):** در این حالت نیروی شتاب‌دهنده قوت بیشتری نسبت به نیروی لرجهت دارد و ذرات آب از مسیر اصلی خود خارج شده و دارای حرکات پراکنده، غیرمشخص و نامنظم در عرض نیز می‌باشند.

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{du}{dy} \quad (6-7)$$

**۳. جریان انتقالی (بینایین):** حد واسط بین جریان آرام و آشفته است. معیار طبقه‌بندی و تشخیص این سه حالت پارامتر بدون بعدی به نام عدد دینولذز می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} \frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی لرجهت}} \quad (7-7)$$

که در رابطه فوق داریم  $\rho$  جرم مخصوص آب؛  $\mu$  لرجهت دینامیک آب؛  $V$  سرعت متوسط و  $L$  طول مشخصه جریان که در کanal‌های باز معمولاً همان شعاع هیدرولیکی ( $R$ ) در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه عدد رینولذز برابر خواهد بود با:

$$Re = \frac{\rho VR}{\mu} = \frac{VR}{v} \quad (8-7)$$

که  $v$  همان لزجت سنتماتیکی آب می‌باشد.

براساس مشاهدات آزمایشگاهی و برای کanalهای باز برای عدد رینولدز حدود زیر را می‌توان بیان کرد:

$Re < 500$  جریان آرام (لایه‌ای)

$500 \leq Re \leq 2000$  جریان انتقالی (بینابین)

$2000 < Re$  جریان آشفته

طبق تجربه ثابت شده که وضعیت جریان در کanalها غالباً به صورت آشفته است.

## ۲-۷-۷ تأثیر نیروی ثقل

نیروی ثقل در تمام موارد عامل اصلی حرکت سیال است. تأثیر نیروی ثقل در قالب پارامتر دینامیکی بدون بعدی به نام عدد فرود مورد بررسی قرار می‌گیرد. این عدد در هر مقطع از جریان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \propto \sqrt{\frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی ثقل}}} \quad (9-7)$$

که در رابطه فوق  $V$  سرعت متوسط،  $g$  شتاب ثقل و  $L$  طول مشخصه جریان است.

در کanalهای باز طول مشخصه از جریان برابر عمق هیدرولیکی ( $D$ ) می‌باشد در نتیجه عدد فرود به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (10-7)$$

و در کanalهای با مقطع مستطیلی با توجه این  $D=y$  که می‌باشد عدد فرود برابر خواهد شد با:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (11-7)$$

براساس تأثیر نیروی ثقل نسبت به نیروی شتاب دهنده، سه وضعیت رفتاری متفاوت از جریان در کanalهای باز مشاهده می‌گردد.

۱. اگر  $Fr > 1$  باشد، جریان فوق بحرانی نامیده می‌شود که در آن به ازای یک دبی ثابت عمق جریان کم و سرعت زیاد می‌باشد. در این حالت بین جریان پایین دست و بالا دست ارتباط هیدرولیکی مشاهده نمی‌شود و موج حاصله از اغتشاش موضعی در جریان قابلیت انتقال به بالا دست را ندارد.

۲. اگر  $Fr < 1$  باشد، جریان زیر بحرانی است که در آن به ازای یک دبی ثابت عمق جریان زیاد و سرعت کم می‌باشد. در این حالت موج حاصله در پایین دست به بالا منتقل می‌شود و رفتار بالا دست از پایین دست جریان تأثیر می‌پذیرد.

۳. اگر  $Fr = 1$  باشد جریان بحرانی است.

### ۷-۷-۳ رژیم جریان

تأثیر مشترک نیروی ثقل و نیروی لزجت، رژیم جریان را در کانال‌های باز مشخص می‌کند.

$Re < 500$	, $Fr < 1$	رژیم زیر بحرانی - آرام
$Re > 2000$	, $Fr < 1$	رژیم زیر بحرانی - آشفته
$Re < 500$	, $Fr > 1$	رژیم فوق بحرانی - آرام
$Re > 2000$	, $Fr > 1$	رژیم فوق بحرانی - آشفته

مثال ۱-۲ دبی آب  $b = 3m^3/s$  در یک کanal ذوزنقه‌ای با مشخصات  $b = 3m$  و  $z = 1/5$  و عمق جریان  $y = 1/3m$  به صورت یکنواخت در جریان است. رژیم جریان  $(v = 10 m/s)$  را مشخص نمایید؟

حل:

برای مقطع ذوزنقه‌ای شکل با ابعاد هندسی داده شده داریم:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}} = \frac{(3 + 1/5 \times 1/3)1/3}{3 + 2 \times 1/3 \sqrt{1 + 1/25}} = 0.837 m$$

$$A = (b + zy)y = (3 + 1/5 \times 1/3)1/3 = 6/435 m^2$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{(b + zy)y}{b + 2zy} = \frac{(3 + 1/5 \times 1/3)1/3}{3 + 2 \times 1/5 \times 1/3} = 0.932 m$$

مشخصات هیدرولیکی مقطع جریان عبارتند از:

$$V = \frac{10}{6/435} = 1/554 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{VR}{v} = \frac{1/554 \times 0.837}{10^{-6}} = 1/3 \times 10^6 >> 2000$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{1/554}{\sqrt{9.81 \times 0.0/932}} = 0/513 < 1$$

بنابراین رژیم جریان زیر بحرانی - آشفته می‌باشد.

## ۸-۷ کاربرد روابط اساسی حاکم بر حرکت سیالات در کانال‌های باز

### ۱-۸-۷ رابطه پیوستگی

این رابطه بیانگر قانون بقای جرم برای یک سیستم می‌باشد و برای حجم کنترل انتخابی بین دو مقطع ۱ و ۲ به صورت زیر نوشته می‌شود:

حجم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل = جرم ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \xrightarrow{\text{اگر } \rho = \text{ باشد}} V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q \quad (12-7)$$

### ۲-۸-۷ رابطه انرژی

رابطه انرژی در جریان دائمی آب در یک کانال باز برای حجم کنترل انتخابی به صورت زیر بیان می‌شود:

انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل = افت انرژی در واحد زمان - انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

$$H_2 - h_f = H_1 \quad \text{یا}$$

این رابطه بر مبنای تحلیل یک بعدی و برای دو مقطع بالحاظ کردن ضریب تصحیح انرژی جنبشی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + Z_1 - h_f = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + Z_2 \quad (13-7)$$

که در رابطه فوق  $\alpha_1, \alpha_2$  ضریب تصحیح انرژی می‌باشد و به صورت زیر بیان

می‌گردد:

$$\alpha_1 = \frac{\int_A v_1^r dA}{\bar{V}_1 A_1} \quad , \quad \alpha_r = \frac{\int_A v_r^r dA}{\bar{V}_r A_r}$$

### ۳-۸-۷ رابطه اندازه حرکت

معادله اندازه حرکت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum \bar{F} = \rho Q (\bar{V}_r - \bar{V}_1) \quad (14-7)$$

معادله فوق، معادله تغییرات اندازه حرکت نامیده می‌شود که یک معادله‌ای برداری است. از آنجایی که ممکن است در مقاطع عرضی مختلف از یک کانال توزیع سرعت متفاوت باشد، ضریب تصحیح اندازه حرکت ( $\beta$ ) یا ضریب مومنتم در معادله ۱۴-۷ اعمال می‌شود در نتیجه:

$$\sum \bar{F} = \rho Q (\beta_r \bar{V}_r - \beta_1 \bar{V}_1) \quad (15-7)$$

که در رابطه فوق ضریب تصحیح اندازه حرکت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\beta_1 = \frac{\int_A v_1^r dA}{\bar{V}_1 A_1} \quad , \quad \beta_r = \frac{\int_A v_r^r dA}{\bar{V}_r A_r} \quad (16-7)$$

### ۹-۷ توزیع سرعت در کانال‌ها

توزیع سرعت در کانال‌های باز به دلیل شرط عدم لغش، زیری بستر و سطح آزاد آب یکسان نیست.

به طور معمول حداقل سرعت در یک کانال در عمق ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ متر آب از سطح آزاد می‌باشد. همچنین به تجربه ثابت شده است که در صورتی که سرعت در اعماق ۰/۰۸ و ۰/۰۲ متر اندازه گیری شود، میانگین این دو سرعت، سرعت متوسط در آن مقطع قائم را به دست خواهد داد، یعنی:

$$V = \frac{V_{0.08y} + V_{0.02y}}{2} \quad (17-7)$$

به دلیل عدم یکنواختی توزیع سرعت در یک سطح مقطع از کانال مقدار واقعی

پتانسیل سرعت از  $\frac{V^*}{2g}$  سرعت متوسط جریان در یک مقطع می‌باشد) بیشتر است. و

لذا در محاسبه پتانسیل سرعت این مقدار باید تصحیح شود. این تصحیح توسط ضریب تصحیح انرژی صورت می‌گیرد و در  $\frac{V^*}{2g}$  ضرب می‌شود.  $\alpha$  در کانال‌های مستقیم و با سطح مقطع ثابت از  $1/36$  تا  $1/03$  تغییر می‌کند و در جریان آرام بیش از جریان آشفته می‌باشد. ضریب  $\alpha$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{\int_A v^* dA}{\bar{V}^* A} \approx \frac{\sum v^* \Delta A}{\bar{V}^* A} \quad (18-7)$$

که در رابطه فوق  $v^*$  سرعت در هر جز سطح  $dA$ ,  $\bar{V}^*$  سرعت متوسط در کل مقطع می‌باشد. بنابراین معادله برنوی بین دو مقطع برابر خواهد بود با:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^*}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^*}{2g} \quad (19-7)$$

عدم یکنواختی توزیع سرعت در کanal در معادله مومنتم نیز موثر است. در این حالت از ضریب  $\beta$  یا ضریب مومنتم استفاده می‌شود مقدار  $\beta$  از  $1/01$  تا  $1/33$  تغییر می‌کند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\beta = \frac{\int_A v^* dA}{\bar{V}^* A} \approx \frac{\sum v^* \Delta A}{\bar{V}^* A} \quad (20-7)$$

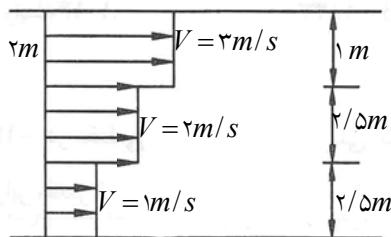
هرچه سطح مقطع کanal منظم‌تر و یکنواخت‌تر باشد. مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  به انزدیک‌تر می‌شوند. همچنین در مسائل عملی برای جریان‌های آشفته  $\alpha, \beta$  را یک در نظر می‌گیرند.

در دو رابطه (۱۹-۷) و (۲۰-۷) سرعت متوسط در کل مقطع مورد استفاده قرار گرفته است که سرعت متوسط با توجه به رابطه پیوستگی برابر خواهد بود با:

$$Q = AV$$

$$\bar{V} = \frac{\int_A v dA}{A} = \frac{\sum v dA}{A}$$

مثال ۲-۱: در یک مقطع از رودخانه پروفیل سرعت مطابق شکل (۱۶-۱) است. در صورتی که عمق آب در رودخانه  $2/5$  متر باشد، سرعت متوسط جریان، ضریب تصحیح انرژی و ضریب تصحیح اندازه حرکت را تعیین کنید؟



شکل

حل:

$$\bar{V} = \frac{\int_A v dA}{A} \cong \frac{\sum v \Delta A}{A} = \frac{(1 \times 2/5 \times 2) + (2 \times 2/5 \times 2) + (3 \times 1 \times 2)}{(6 \times 2)} = 1.75 m/s$$

$$\alpha = \frac{\int_A v^r dA}{\bar{V}^r A} \cong \frac{\sum v^r \Delta A}{\bar{V}^r A} = \frac{(1^r \times 2/5 \times 2) + (2^r \times 2/5 \times 2) + (3^r \times 1 \times 2)}{(1/75^r \times 2 \times 6)} = 1.53 m/s$$

$$\beta = \frac{\int_A v^t dA}{\bar{V}^t A} \cong \frac{\sum v^t \Delta A}{\bar{V}^t A} = \frac{(1^t \times 2/5 \times 2) + (2^t \times 2/5 \times 2) + (3^t \times 1 \times 2)}{(1/75^t \times 2 \times 6)} = 1.8 m/s$$

### ۱۰-۷ سرعت حرکت امواج سطحی

در صورت ایجاد اغتشاش در جریان (انداختن سنگ به داخل کanal) و ایجاد امواج کوچک سطحی این امواج با سرعت  $\sqrt{gy}$  منتشر خواهد شد که در آن  $y$  عمق جریان می‌باشد. این سرعت انتشار نسبت به آب در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هر گاه جریان در کanal، دارای سرعت متوسط  $V$  باشد حرکت موج سطحی ایجاد شده نسبت به زمین درجهت جریان برابر  $V + \sqrt{gy}$  و در خلاف جهت جریان برابر  $V - \sqrt{gy}$  می‌باشد.

۲۶- در یک کanal با عمق و سرعت اولیه  $1/2$  متر و  $1/5$  متر در ثانیه، موجی در سطح آب به ارتفاع  $0/7$  متر ایجاد شده و به طرف بالا دست در حرکت است. سرعت موج چند متر بر ثانیه است؟

$$c = \sqrt{gy_1} = \sqrt{9/81 \times 1/2} = 3/43 m/s$$

حل:

## ۱۱-۷ توزیع فشار در کانال‌ها

هدف از تعیین فشار در کانال‌ها مشخص نمودن نحوه تغییرات پارامتر فشار در عرض و در عمق در مقطع خاصی از کانال می‌باشد. در این فصل روابط لازم در تعیین تغییرات فشار در سه حالت جریان‌های یکنواخت با شیب تند، جریان‌های متغیر تدریجی و جریان‌های با انحنای مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### الف) توزیع فشار در جریان‌های یکنواخت (موازی)

اگر معادله حرکت یک المان از آب درجهت عمود بر جریان نوشته شود به توجه به اینکه خطوط جریان موازی هستند، مؤلفه شتاب درجهت عمود بر خطوط جریان وجود ندارد و لذا:

$$\sum F_n = 0 \rightarrow \text{مولفه وزن در جهت عمود بر خطوط جریان} = \text{نیروی فشاری}$$

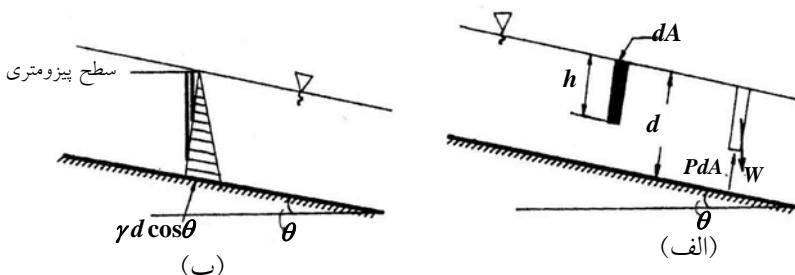
$$PdA = \gamma h dA \cos\theta \quad (21-7)$$

$$P = \gamma h \cos\theta \quad (22-7)$$

اگر تعیین مقدار فشار در کف کانال مورد نظر باشد با قرار دادن  $d$  به جای  $h$  می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$d = y \cos\theta \quad (23-7)$$

$$P = \gamma d \cos\theta = \gamma h \cos\theta$$



شکل ۵-۷ توزیع فشار در جریان یکنواخت

همان‌طور که در شکل (ب) مشاهده می‌شود تغییرات فشار از مقدار صفر تا  $\gamma d \cos\theta$  تغییر می‌نماید. در صورتی که شیب کف کانال کم باشد ( $6^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ) در آن صورت  $\cos\theta = \cos^r\theta = 1$  در نتیجه:

$$P = \gamma d \cos \theta = \gamma y \cos^r \theta = \gamma y \quad (24-7)$$

پس در کanal با شیب کم، سطح تراز هیدرولیکی را می‌توان منطبق بر سطح آزاد گرفت.

### ب) توزیع فشار در جریان‌های متغیر تدریجی

با توجه به ویژگی‌های جریان متغیر تدریجی تغییرات عمق در فاصله طولانی از مسیر انجام می‌شود. بنابراین توزیع فشار در این حالت نیز از قانون تغییرات هیدرولاستاتیکی فشار تبعیت خواهد کرد و روابط مربوط به توزیع فشار در جریان یکنواخت، در این حالت نیز صادق می‌باشد.

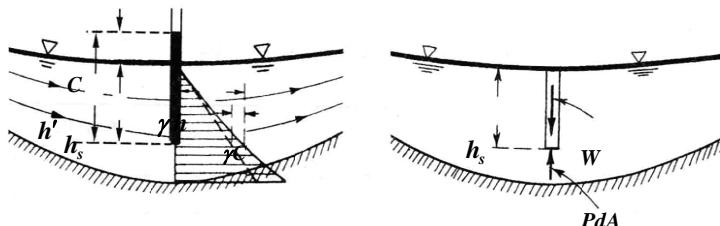
### ج) توزیع فشار در جریان‌های با انحنای در صفحه قائم

در مطالعات چگونگی تغییرات فشار در قسمت تاج سرریزها و یا در پای سرریزها، با توجه به انحنای شدید که جریان در این موضع به خود می‌گیرد دیگر نمی‌توان از رابطه  $P = \gamma h \cos \theta$  استفاده کرد، بلکه باید تصویحاتی که در برگیرنده تأثیر انحنای جریان باشد اعمال گردد.

**الف) سطوح مقعر:** در سطوحی که تقریباً به بالا دارند فشار در کف بیشتر از فشار هیدرولاستاتیکی است. شکل (۶-۷)

$$h' = h_s + \frac{V^2 h}{g r} \quad \text{یا} \quad h' = h_s + C \quad (25-7)$$

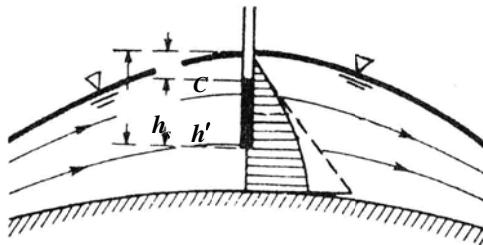
$h'$  ارتفاع معادل فشار بر حسب ستون آب؛  $r$  شعاع انحنای جریان؛  $V$  سرعت یکنواخت و متوسط؛  $h$  عمق جریان (عمود بر افق)؛  $C$  مقدار تصویح ارتفاع نمایش فشار و  $h_s$  ارتفاع معادل فشار هیدرولاستاتیک است.



شکل ۶-۷ جریان در کanal با انحنای مقعر

**ب) سطوح محدب:** در این سطوح فشار در کف کمتر از فشار هیدرواستاتیک است. شکل (۷-۷)

$$h' = h_s - \frac{V^2 h}{g r} \quad \text{یا} \quad h' = h_s - C \quad (26-7)$$



شکل ۷-۷ جریان در کانال با انحنای محدب

**مثال ۲-۲:** در یک کانال مستطیلی با کف محدب، عمق آب ۳m و شاع کف کانال ۱۸m است. اگر دبی در واحد عرض کانال ۳۰m/s باشد، فشار در کف مجراء به دست آورید؟ (شکل ۷-۷).

**حل:**

با استفاده از معادله زیر مقدار تصحیح ارتفاع نظیر فشار در کف کانال،  $C$ ، به دست می‌آید.

$$V = \frac{q}{y = h} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m/s}$$

در نتیجه:

$$C = \frac{V^2 h}{g \cdot r} = \frac{10 \times 3}{9.81 \times 18} = 1.70 \text{ m}$$

$$h' = h_s - C = 3 - 1.70 = 1.3 \text{ m}$$

$$P = \gamma h' = 9810 \times 1.3 = 12753 \text{ N/m}^2$$

$h'$  = اختلاف فشار نمایش فشار واقعی

$h_s$  = ارتفاع فشار هیدرواستاتیک

## ۱۲-۷ انرژی در کانال‌های باز

در حل مسائل مربوط به مباحث هیدرولیکی، آشنایی با اصول انرژی لازم و ضروری است. در این جا اصول مربوط به انرژی در کانال‌های بازمورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین شکل خاصی از انرژی که انرژی مخصوص نامیده می‌شود، شرح داده می‌شوند. با استفاده از انرژی مخصوص می‌توان جریان سیال هنگام عبور از یک برآمدگی یا تنگتای موضعی را بررسی کرد که خود در تحلیل جریان در تاسیسات اندازه‌گیری دبی جریان، طراحی تبدیل‌ها و سرریزها قابل استفاده است.

## ۱۳-۷ معادله انرژی و انرژی مخصوص

مقدار انرژی در هر مقطع جریان از یک کانال باز به صورت رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$H = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} + Z \quad (27-7)$$

$$d = y \cos \theta \quad (28-7)$$

اگر شیب کانال کم باشد ( $\theta < 6^\circ$ ) و  $\alpha = 1$  فرض شود معادله (۲۷-۷) به شکل زیرساده می‌شود:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z \quad (29-7)$$

با استفاده از روابط فوق معادله انرژی بین دو مقطع به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$H_1 = y_1 \cos^2 \theta_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_1 \cos^2 \theta_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_f \quad (30-7)$$

در صورتی که شیب کف کانال کم باشد و  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  فرض شوند معادله فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$H_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_1 + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \quad (31-7)$$

مقدار افت انرژی از سطح مقطع ۱ تا ۲ است. در جریان‌های یکنواخت، شیب سطح آب، شیب کف و شیب خط انرژی با هم برابرند.

$$S_o = S_w = S_f = \sin \theta$$

با خماماتف در سال ۱۹۱۲ مفهوم انرژی مخصوص را برای حل مسائل دشوار

هیدرولیک کانال‌های باز بیان نمود که راهنمای و کلید مناسبی برای حل بسیاری از پدیده‌های هیدرولیکی می‌باشد.

انرژی مخصوص (E) عبارتست از انرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن، زمانی که نسبت به کف کانال (به عنوان سطح مبنای) در نظر گرفته شود و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = d \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = y \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = y \cos \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (32-7)$$

به عبارت دیگر، انرژی مخصوص بیانگر فاصله خط انرژی تا کف کانال می‌باشد. در یک کانال با شیب کم و با فرض  $\alpha = 1$ ، معادله انرژی مخصوص برابر خواهد بود با:

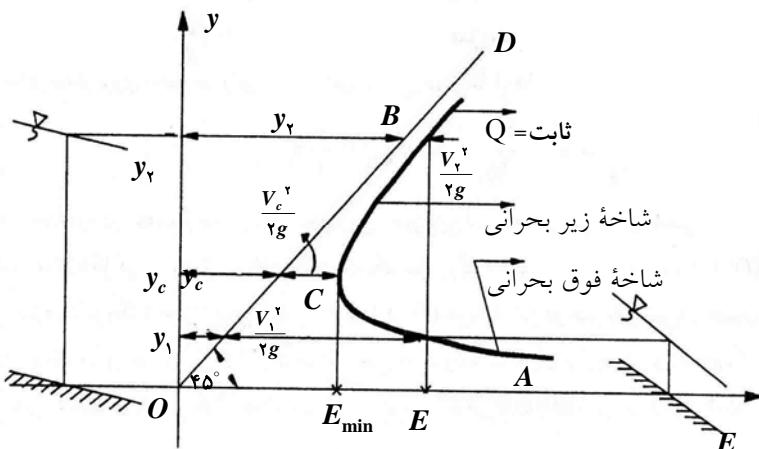
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (33-7)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که برای یک مقدار ثابت،  $Q$  ثابت، انرژی مخصوص تابعی از عمق جریان است. لذا می‌توان منحنی تغییرات انرژی مخصوص بر حسب  $y$  را رسم نمود (شکل ۱۰-۷) این منحنی دارای ۲ شاخه  $CB$  و  $CA$  در ربع اول دستگاه مختصات می‌باشد که به ترتیب به سمت منحنی دارای خط مجانب  $OD$  (مجانب مایل با شیب  $45^\circ$  و محور افقی  $OE$  کشید می‌شوند).

از نظر فیزیکی می‌توان گفت که با افزایش  $y$  ارتفاع معادل سرعت کاسته شده و با کاهش  $y$  ارتفاع معادل سرعت افزوده می‌شود یعنی:

$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow 0 \quad \text{اگر}$$

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow 0 \quad \text{و اگر}$$



شکل ۱۰-۷ منحنی انرژی مخصوص

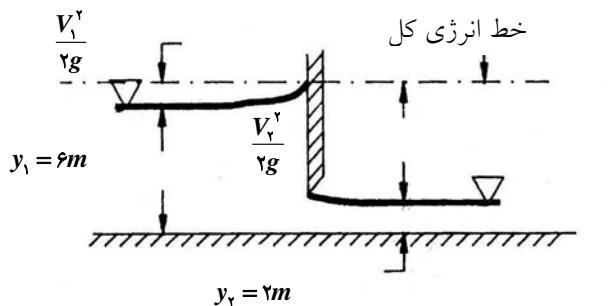
شاخه دیگر آن زیر محور افقی  $OE$  واقع می‌شود که به دلیل منفی بودن عمق ( $y$ ) دارای مفهوم فیزیکی نیست. چنانچه در شکل (۱۰-۷) مشاهده می‌شود به ازای یک مقدار معین  $E$  برای  $y$  سه جواب به دست می‌آید که این جواب‌ها، جواب‌های معادله (۳۳-۷) می‌باشند.

دو جواب  $y_1$  و  $y_2$  که مثبت و حقیقی هستند، اعمق متناوب نامیده می‌شوند. عمق  $y_c$  به دلیل منفی بودن (در پایین منحنی  $OE$  قرار دارد) قابل قبول نیست. در یک نقطه از منحنی انرژی مخصوص ( $C$ ) مقدار انرژی مخصوص به حداقل خود می‌رسد که در این نقطه از منحنی، یک عمق جریان به نام  $y_c$  (عمق بحرانی) وجود دارد.

در یک منحنی انرژی مخصوص اگر مقدار  $Q$  تغییر کند، انرژی مخصوص دیگری به دست می‌آید و هرچه  $Q$  زیادتر شود، منحنی‌ها به طرف راست تغییر می‌کنند. منحنی انرژی مخصوص دارای دو شاخه می‌باشد. در شاخه بالایی وضعیت جریان زیر بحرانی ( $y_c > y_2, y_c > y_1$ ) و در شاخه پایینی وضعیت جریان فوق بحرانی ( $y_c < y_1, y_c < y_2$ ) می‌باشد.

نکته: به ازای هر  $E$  ثابت امکان شکل‌گیری دو عمق جریان وجود دارد که یکی عمق بزرگ‌تر از عمق بحرانی ( $y_c > y_2, y_c > y_1$ ) و عمق دیگر کوچک‌تر از عمق ( $y_c < y_1, y_c < y_2$ ) می‌باشد. این دو عمق را اعماق متناوب گویند.

مثال ۲: در یک کانال افقی مطابق شکل زیر، اعماق آب بفاصله کمی از دو طرف دریچه برابر  $2m$  و  $6m$  می‌باشند. چنانچه کانال مستطیلی با عرض  $8m$  فرض گردد، مقدار  $g = ۹.۸۱ m/s^2$ ،  $h_f = ۰$  جریانی را که از زیر دریچه عبور می‌کند، محاسبه کنید؟



شکل ۸-۷

حل:

سطح مبنا را منطبق بر کف کانال فرض می‌کنیم، در این صورت:

$$z_1 = z_2 = 0$$

با فرض  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  و با استفاده از معادله انرژی بین دو مقطع کانال داریم:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f \quad \text{معادله انرژی:}$$

$$8 + \frac{V_1^2}{2g} = 2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

از طرفی داریم:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$6 \times 18 \times V_1 = 2 \times 8 \times V_2$$

$$V_2 = 3V_1$$

با اعمال این رابطه در معادله انرژی خواهیم داشت:

$$6 + \frac{V_1^2}{2g} = 2 + \frac{9V_1^2}{2g}$$

$$V_1 = 4/42 m/s$$

$$Q = V_1 A_1 = 4/42 \times (6 \times 8) = 212/6 m^3/s$$

مثال ۲-۲: آب با دبی  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  در یک کanal مستطیلی به عرض ۱۰m جاری است. منحنی  $y-E$  را ترسیم کرده و در صورتی که عمق جریان در مقطعی برابر  $0.6\text{m}$  باشد وضعیت جریان را در این مقطع مشخص نمایید. عمق متناوب این عمق را تعیین کنید؟

حل:

با توجه به این که  $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$  و عرض کanal مستطیلی  $b = 10\text{m}$  می‌باشد می‌توان نوشت:

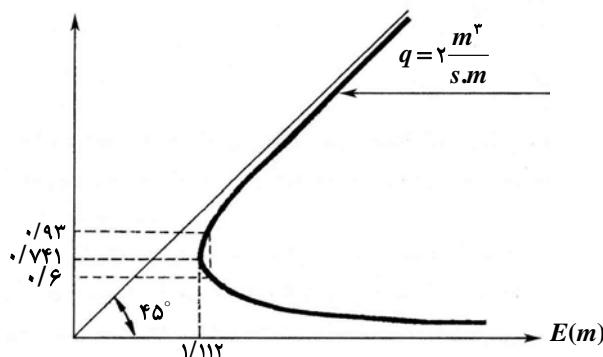
$$q = \frac{Q}{b} = \frac{20}{10} = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{q^2}{2gy^2} = y + \frac{4}{2gy^2} = y + \frac{2}{gy^2}$$

$$E = y + \frac{2}{gy^2}$$

این معادله به سادگی قابل ترسیم است که به صورت شماتیک در شکل ۹-۷ ترسیم گردیده است. نقطه مینیمم منحنی با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید: در محلی که عمق جریان معادل  $0.6\text{m}$  باشد:

$$y_1 = 0.6 \text{ m} < y_c = 0.741 \text{ m}$$



شکل ۹-۷

در نتیجه جریان فوق بحرانی بوده و مقدار انرژی مخصوص در این عمق برابر است با:

$$\bar{E} = 0.6 + \frac{q^4}{2 \times 9.81(0.6)^3} = 1/166 m$$

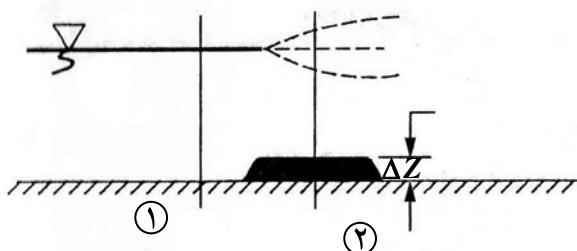
به منظور به دست آوردن عمق متناوب  $y_*$ ، بایستی معادله زیر با استفاده از روش آزمون و خطأ حل شود و جواب صحیح انتخاب گردد:

$$1/166 = y_* + \frac{q^4}{2gy_*} \xrightarrow{\text{آزمون و خطأ}} y_* = 0.92 m$$

بدیهی است که  $y_*$  بایستی بیش از عمق بحرانی انتخاب گردد. ترسیم دقیق منحنی  $E-y$  می‌تواند در تعیین سریعتر جواب کمک نماید.

#### ۱۴-۷ کاربرد انرژی مخصوص

۱-۱۴-۷ تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی  
اگر کف کانال در یک مقطعی به اندازه  $\Delta Z$  بالا بیاید با نوشتن معادله انرژی بین مقطع (۱) و (۲) با فرض کم بودن شیب کانال و  $\alpha = 1$  و صرف نظر از اتلاف انرژی در مسیر داریم:



شکل ۱۱-۷ برآمدگی در کف کانال

$$y_* + \frac{q^4}{2gy_*^3} = y_* + \frac{q^4}{2gy_*^3} + \Delta Z \quad (38-7)$$

$$E_* = E_* + \Delta Z \Rightarrow E_* = E_* - \Delta Z \quad (39-7)$$

یعنی ضمن حرکت از مقطع ۱ به مقطع ۲، انرژی مخصوص به مقدار  $\Delta Z$  (ارتفاع برآمدگی) کاهش پیدا کرده است. در نتیجه با توجه به شکل ۳-۳ با کاهش  $E$  به میزان  $\Delta Z$  یکی از اعمق ۲ یا ۳ جواب خواهد بود.

۱. در صورتی که وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد عمق ۱ به عمق ۲ تبدیل شده و کاهش عمق پیش خواهد آمد.

۲. اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به عمق ۲ تبدیل خواهد شد و افزایش عمق پیش خواهد آمد.

۳. در صورتی که ارتفاع برآمدگی به گونه‌ای باشد که  $E_1 < E_{\min}$  کمتر شود، در این صورت هیچ نقطه‌ای از منحنی جواب مساله نخواهد بود و در این شرایط جریان مجبور به تغییر شرایط خود قبل از محل برآمدگی می‌باشد. به عبارت دیگر پدیده انسداد (پنگاب Backwater) در کanal اتفاق خواهد افتاد. اگر این برآمدگی بیشتر از  $\Delta Z_C$  شود، عمق همچنان عمق بحرانی می‌ماند.

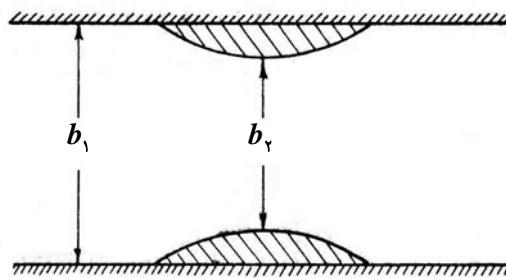
۴. جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر از نظر فیزیکی امکان پذیر نیست.  
نکته: مقطعی از جریان که در آن ارتباط مشخصی بین عمق و دبی جریان وجود داشته باشد، مقطع کنترل نامیده می‌شود.

در صورتی که ارتفاع برآمدگی به ازای دبی خاص بیشتر از ارتفاع بحرانی انتخاب شود عمق بحرانی بر روی برآمدگی ثابت خواهد شد و این مقطع یک مقطع کنترل

$$\text{است (مانند سرریز لبه پهن برای اندازه‌گیری دبی در کanal).}$$

$$y_c = \sqrt{\frac{q^2}{g}}$$

**۷-۱۴-۲- جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در یک کanal مستطیلی**  
چنانچه عرض یک کanal مستطیلی را که دبی ثابت  $Q$  در آن جریان دارد به تدریج تنگ‌تر کرده و از  $b_1$  به  $b_2$  تقلیل دهیم برای تعیین عمق جریان باید از معادله انرژی استفاده کرد.



شکل ۱۲-۷ کاهش عرض کanal مستطیلی

$$y_1 + \frac{q^*}{2g\gamma} = y_2 + \frac{q^*}{2g\gamma} \quad (40-7)$$

با توجه به رابطه فوق می‌توان گفت که انرژی مخصوص بین دو مقطع ۱ و ۲ ثابت است اما دبی عبوری در واحد عرض بین دو مقطع تغییر کرده است.

$$E_1 = E_2, q_2 > q_1 \quad \text{يعني:}$$

$$q_2 > q_1 \Rightarrow (y_c)_2 > (y_c)_1 \Rightarrow (E_{min})_2 > (E_{min})_1$$

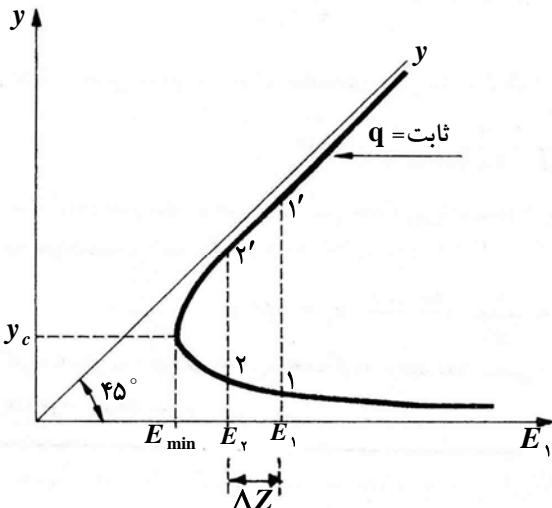
بنابراین منحنی‌های  $y-E$  با افزایش  $q$  به سمت راست حرکت خواهند کرد. در صورتی که قبل از تنگتای (فسردگی) موضعی مقدار انرژی مخصوص برابر با  $E_1$  باشد هنگام رسیدن به فسردگی مقدار انرژی مخصوص ثابت باقی می‌ماند ولی اعماق از روی منحنی  $y-E$  با مشخصه  $q_1$  به اعماق روی منحنی  $q_2$  منتقل خواهد شد (شکل ۱۳-۷).

۱. چنانچه وضعیت جریان قبل از فسردگی زیر بحرانی باشد، عمق ۱' به تبدیل خواهد شد و کاهش عمق رخ می‌دهد.

۲. اگر وضعیت جریان قبل از فسردگی فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به ۲ تبدیل می‌شود و افزایش عمق را باعث می‌شود.

۳. هر گاه کاهش عرض به گونه‌ای باشد که منحنی  $y-E$  با مشخصه  $q_2$  در سمت راست خط قائم به معادله  $E_1 = E_2$  قرار گیرد، به عبارت دیگر  $(E_1) < (E_{min})_2$  باشد در این صورت هیچ نقطه‌ای از منحنی فوق جواب مساله نخواهد بود. در صورتیکه جریان قبل از فسردگی زیر بحرانی باشد، وضعیت انسداد پیش آمده و انرژی مخصوص در

ابتداً تنگنا به اندازه‌ای افزایش پیدا خواهد کرد که عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص ( $E_{\min}$ ) انجام گردد و این کار با افزایش عمق در مقطع ۱ انجام می‌پذیرد. در این حالت عمق ( $y_c$ ) در مقطع ۲ ثابت خواهد شد.



شکل ۱۳-۷ منحنی‌های  $y - E$  در عبور جریان از یک تنگ شدگی موضعی

نکته: در بررسی پروفیل سطح آب در اثر تغییرات در کف یا عرض کanal حتماً از منحنی‌های  $y - E$  استفاده شود و اصلاً سعی نشود چیزی حفظ گردد.

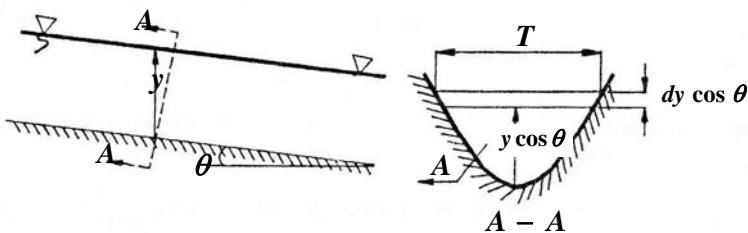
نکته: در یک نتیجه کلی می‌توان گفت که جریان زیر بحرانی همواره بر خلاف تصور تجربیات ذهنی رفتار می‌کند مثلاً در حالت گشاد شدگی عرض کanal موقع داریم سطح آب افت کند، در حالی که در جریان زیر بحرانی سطح آب بالا می‌آید. اما جریان فوق بحرانی با تصورات ذهنی ما سازگاری بیشتری دارد.

#### ۱۵-۷ منحنی $y - E$ در حالت کلی و برای هر مقطع دلخواه

در قسمت‌های قبل مفاهیم انرژی مخصوص توضیح داده شدند و کاربردهای این مفاهیم در مقطع مستطیلی شکل به تفصیل مورد بررسی قرار گرفتند. برای معرفی منحنی  $y - E$  و مشخصات آن در مورد مقاطع با هر شکل دلخواه و در حالت  $a \neq 1$ ، شکل ۱۴-۷ را که سطح مقطع جریان در صفحه‌ای عمود بر جهت عمومی حرکت آب

را در یک کanal منشوری نشان می‌دهد در نظر می‌گیریم. انرژی مخصوص در هر مقطع از جریان برابر است با:

$$E = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$



شکل ۱۴-۷

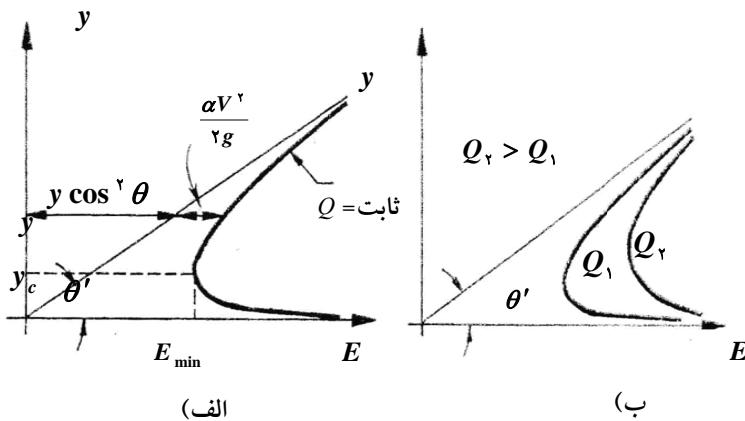
منحنی  $y$ - $E$  به ازاء یک دبی ثابت به صورت شکل ۱۵-۷ ترسیم گردیده است. این منحنی دارای یک مجانب افقی به معادله  $y=0$  و یک مجانب مایل به معادله  $\tan^{-1} \frac{1}{\cos^2 \theta} E = y \cos^2 \theta$  در نتیجه زاویه  $\theta'$  در شکل ۱۵-۷ ۱۵ الف برابر می‌باشد که در نتیجه زاویه  $\theta'$  در شکل ۱۴-۷ می‌باشد. جهت به دست آوردن مشخصات نقطه بحرانی این منحنی از  $E$  نسبت به  $y$  مشتق‌گیری می‌شود (در مشتق‌گیری تغییرات  $\alpha$  در نظر گرفته نشده است):

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2g} \left[ \frac{-2A \frac{dA}{dy}}{A^2} \right] = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2 \frac{dA}{dy}}{g A^2} \quad (41-7)$$

با دقت در شکل ۱۴-۷ ملاحظه می‌شود که به ازاء تغییر  $dy$  در عمق میزان تغییر در مساحت مقطع جریان برابر خواهد شد با:

$$dA = T dy \cos \theta$$

که در نتیجه  $\frac{dA}{dy} = T \cos \theta$  و رابطه ۴۱-۷ به شکل زیر نوشته می‌شود:



شکل ۱۵-۷

$$\frac{dE}{dy} = \cos^\circ \theta - \frac{\alpha Q^\circ T \cos \theta}{gA^\circ}$$

و با قرار دادن  $\frac{dE}{dy} = 0$ ، مشخصات نقطه بحرانی به دست خواهد آمد:

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha Q^\circ T \cos \theta}{gA^\circ \cos \theta} = 1 \quad (42-7)$$

رابطه ۴۲-۷ مشخصات نقطه بحرانی را به دست می دهد. با توجه به اینکه  $T$  و  $A$  بستگی دارند، رابطه ۴۲-۷ بر حسب  $y$  فایل بیان بوده و با حل این رابطه مقدار عمق بحرانی به دست می آید. با قرار دادن  $V^\circ$  به جای  $\frac{Q^\circ}{A^\circ}$  در رابطه فوق الذکر خواهیم داشت:

$$\frac{\alpha Q^\circ T}{gA^\circ \cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha V^\circ T}{gA \cos \theta} = 1 \quad (43-7)$$

و چون مقدار  $\frac{A}{T}$  عمق هیدرولیکی می باشد لذا:

$$\frac{\alpha V^\circ}{gD \cos \theta} = 1$$

$$\frac{\alpha V^\circ}{gD \cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{V \sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD \cos \theta}} = 1 \quad (44-7)$$

رابطه ۴۵-۷ شکل عدد فرود جریان در این گونه مقاطع را نشان می‌دهد:

$$Fr = \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}} \quad (45-7)$$

که براساس رابطه ۴۵-۷ مقدار عدد فرود جریان در نقطه بحرانی برابر واحد به دست می‌آید و مقدار انرژی مخصوص مینیمم در این حالت برابراست با:

$$\begin{aligned} E_{\min} &= y_c \cos^r \theta + \frac{\alpha V_c^r}{2g} = y_c \cos^r \theta + \frac{\alpha V_c^r D_c \cos\theta}{2g D_c \cos\theta} \\ E_{\min} &= y_c \cos^r \theta + \frac{1}{2} D_c \cos\theta \end{aligned} \quad (48-7)$$

در صورتی که منحنی‌های  $E-y$  برای دو مقدار  $Q_1, Q_2$  ترسیم شود و باشد، این منحنی‌ها مطابق شکل ۱۵-۷ ب نمایش داده خواهند شد، یعنی اگر باشد، به ازاء یک عمق ثابت مقدار انرژی معادل سرعت مربوط به دبی  $Q_2$  بیشتر خواهد بود و منحنی‌ها با افزایش  $Q$  به سمت راست متغیر خواهند شد.

قابل ذکر است که نقاط مینیمم این منحنی‌ها بر روی خط  $E = \frac{2}{3}y$  قرار نخواهند گرفت بلکه این نقاط از رابطه ۴۸-۷ تبعیت خواهند نمود.

### ۱۶-۷ جریان‌های زیر بحرانی، بحرانی و فوق بحرانی در کانال باز

جریان‌های زیر بحرانی، بحرانی و فوق بحرانی توسط عدد بدون بعد فرود طبقه‌بندی می‌شوند. فرم کلی عدد فرود به صورت زیر است:

$$Fr^r = \frac{\alpha Q^r T}{g A^r \cos\theta}$$

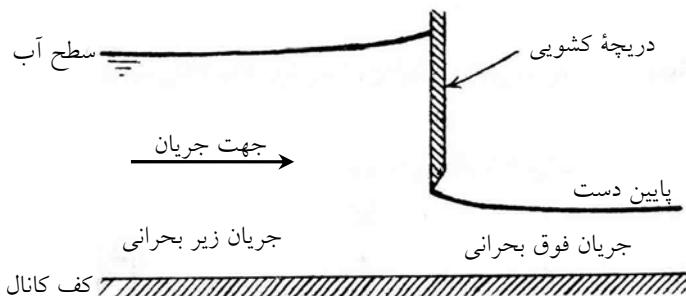
ولی با فرض  $\alpha = 1$ ،  $D = \frac{A}{T} \cos\theta = 1$  و  $V = \frac{Q}{A}$  رابطه

فوق به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$Fr^r = \frac{V^r}{gD} \quad \text{یا} \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

رابطه فوق در اصل بیان‌کننده نسبت سرعت جریان به سرعت انتقال موج می‌باشد. به ازای  $Fr < 1$  جریان زیر بحرانی،  $Fr = 1$  جریان بحرانی و  $Fr > 1$  جریان

فوق بحرانی است. در جریان‌های زیر بحرانی تغییر اعمال شده در یک مقطع جریان، به پایین دست و بالا دست آن مقطع منتقل می‌شود. به عنوان مثال اگر یک دریچه کشویی در مسیر یک جریان زیر بحرانی قرار گرفته باشد وجود این دریچه در بالا دست تأثیر خواهد گذاشت. یعنی جریان‌های زیر بحرانی از پایین دست کترل می‌شوند ولی در جریان‌های فوق بحرانی تغییرات پایین دست در بالا دست تأثیر نمی‌گذارد. به عبارت دیگر این جریان‌ها از بالا دست کترل می‌شوند. به عبارت ساده‌تر بالا دست یک دریچه که جریان زیر بحرانی است، توسط پایین دست خود و جریان بعد از دریچه که فوق بحرانی است. به وسیله بالا دست یعنی دریچه کترل می‌شود (شکل ۱۶-۷)



شکل ۱۶-۷ ایجاد جریان فوق بحرانی و زیر بحرانی با یک دریچه کشویی

## ۱۷-۷ خصوصیات عمق بحرانی

به طور کلی برای یک مقطع بحرانی می‌توان خصوصیات زیر را بیان نمود:

۱. عدد فرود جریان بحرانی برابر یک است.

۲. به ازای یک دبی ثابت، انرژی مخصوص حداقل است.

۳. به ازای یک انرژی مخصوص ثابت، دبی عبوری حداقل است.

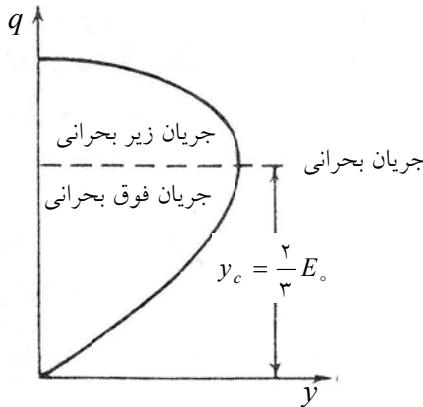
۴. به ازای یک نیروی مخصوص ثابت، دبی عبوری حداقل است.

۵. به ازای یک دبی ثابت، نیروی مخصوص حداقل است.

بندهای ۱ و ۲ بیانگر آن است که رابطه مشخصی بین عمق و دبی جریان در یک مقطع بحرانی وجود دارد. بنابراین مقطع بحرانی به عنوان یک مقطع کترل شناخته می‌شود. به ازاء یک انرژی مخصوص ثابت معادله انرژی مخصوص برای یک کanal مستطیلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy} \quad \text{یا} \quad q^2 = 2gy(E - y) \quad (49-7)$$

با توجه به معادله فوق منحنی تغییرات  $q-y$  را می‌توان رسم کرد (شکل ۱۷-۷).



شکل ۱۷-۷

در معادله ۴۹-۷ به ازای  $y = 0$  و  $y = E_0$  مقدار  $q$  صفر می‌شود و با مشتقگیری از این معادله و به دست آوردن روابط  $q$  ماقزیم، مشخص می‌شود که  $q$  ماقزیم در عمق بحرانی اتفاق می‌افتد. روابط فوق را می‌توان برای تمام کانال‌ها تعمیم داد.

### ۱۷-۷ محاسبات عمق بحرانی

منظور از محاسبات عمق بحرانی در یک کانال با هندسه مشخص، تعیین عمق بحرانی به ازای یک دبی خاص می‌باشد. لذا رابطه  $\frac{aQ^r T_c}{gA_c^r \cos\theta} = 1$  باید بر حسب  $a$  بیان شود

و به ازاء دبی خاص عمق بحرانی محاسبه گردد. با قرار دادن عمق بحرانی در رابطه  $E_{\min} = y_c \cos\theta + \frac{1}{2} D_c \cos\theta$  می‌توان انرژی مخصوص متناسب با این عمق را نیز محاسبه نمود.

$$\text{رابطه } Fr^r = \frac{\alpha Q^r T}{gA_c^r \cos\theta} \text{ برای عمق بحرانی به صورت زیر است:}$$

$$\frac{\alpha Q^r T_c}{gA_c^r \cos\theta} = 1 \quad (50-7)$$

با توجه به رابطه فوق رابطه بین عمق و دبی بحرانی برای مقاطع مختلف هندسی به دست می‌آید. در این مقاطع فرض بر این است که شیب کanal بسیار کم، یعنی  $\cos\theta = 1$  و همچنین  $\alpha = 1$  می‌باشد. بنابراین رابطه  $50 - 7$  به شکل زیر درمی‌آید:

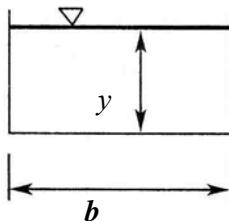
$$\frac{Q}{g} = \frac{A_c}{T_c} \quad (51-7)$$

### ۱-۱۷-۷ مقطع مستطیلی

کanal مستطیلی دارای عرض کف ( $b$ ) و عمق جریان ( $y$ ) مطابق شکل  $(18-7)$  را در نظر بگیرید.

با استفاده از شکل  $18-7$  و همچنین رابطه  $51-7$  می‌توان نوشت:

$$\frac{Q}{g} = \frac{A_c}{T} \Rightarrow \frac{Q}{g} = \frac{b^r y_c^r}{b}$$



شکل ۱۸-۷

$$y_c = \sqrt{\frac{Q}{b^r g}} \quad (51-7)$$

$$y_c = \sqrt{\frac{q}{g}} \quad (52-7)$$

در نتیجه انرژی مخصوص مینیمم برابر خواهد بود با:

$$E_{\min} = y_c + \frac{1}{2} D_c = y_c + \frac{1}{2} y_c = \frac{3}{2} y_c \quad (53-7)$$

و عدد فرود برابر خواهد بود با:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} , \quad D = \frac{A}{T} = \frac{by}{b} = y \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (54-7)$$

$$Fr^* = \frac{V^*}{gy^*}, V^* = \frac{q^*}{y^*} \Rightarrow Fr^* = \frac{q^*}{gy^*} \quad (54-7)$$

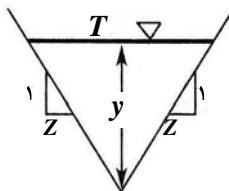
با استفاده از رابطه ۵۲-۷ و ۵۴-۷ می‌توان نوشت:

$$Fr^* = \frac{y_c^*}{y^*} \quad (55-7)$$

### ۲-۱۷-۷ مقطع مثلثی

در یک مقطع مثلثی با شیب کناره  $z$  و با توجه به شکل ۱۹-۷ پارامترهای هندسی مساحت مقطع، عرض سطح آزاد و عمق هیدرولیکی به صورت زیر بیان می‌گرددند:

$$T = zy \quad , \quad A = zy^* \quad , \quad D = \frac{A}{T} = \frac{y}{z}$$



شکل ۱۹-۷.

$$\frac{Q^*}{g} = \frac{A^*}{T} \Rightarrow \frac{Q^*}{g} = \frac{z^* y^* c}{zy_c} \Rightarrow y_c = \sqrt{\frac{z Q^*}{g z^*}} \quad (56-7)$$

در این صورت انرژی مخصوص مینیمم در این مقطع برابر خواهد بود با:

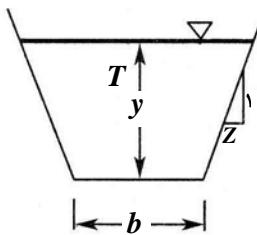
$$E_{\min} = y_c + \frac{1}{2} D_c = y_c + \frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{z} \right) = \frac{5}{4} y_c \quad (57-7)$$

عدد فرود برابر خواهد بود با:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g}} = \frac{V}{\sqrt{g \frac{y}{z}}} = \frac{\sqrt{2} \times V}{\sqrt{gy}} \quad (58-7)$$

### ۳-۱۷-۷ مقطع ذوزنقه‌ای

در مقطع ذوزنقه‌ای با شیب کناره  $z$  و عرض کف  $b$  (مانند شکل ۲۰-۷) می‌توان نوشت:



شکل ۲۰-۷

با توجه به مشخصات هندسی از این مقطع رابطه  $\frac{Q^r}{g} = \frac{A_c^r}{T_c}$  را به صورت صریح نمی‌توان حل کرد و باید از روش‌های دیگر مانند روش عددی آزمون و خطأ و روش ترسیمی استفاده نمود.

در روش ترسیمی از پارامتر هندسی به نام فاکتور سطح ( $z$ ) بر حسب سایر مشخصات هندسی استفاده شده و از نمودارهای ارائه شده مسائل حل می‌گردد.

$$Z = A \sqrt{\frac{A}{T}} = A \sqrt{D} \quad (59-7)$$

$$\frac{Q^r}{g} = \frac{A_c^r}{T_c} \Rightarrow \frac{Q^r}{g} = A_c^r D \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = A \sqrt{D} \Rightarrow Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

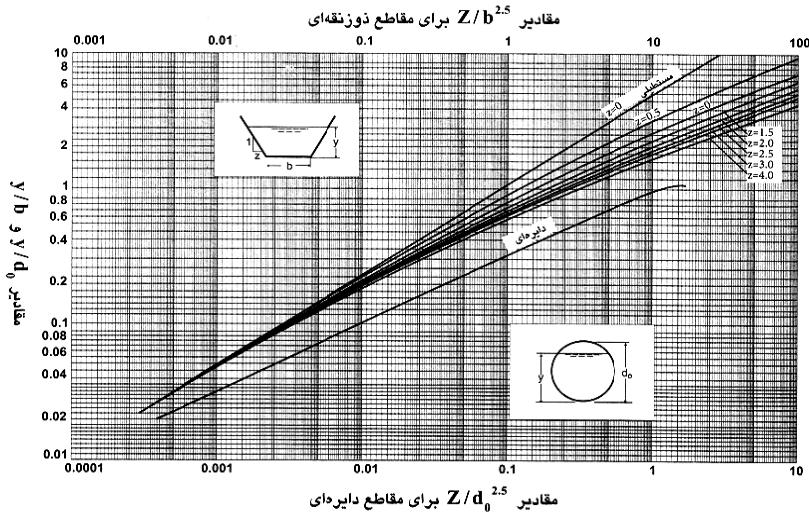
$$\frac{Q}{\sqrt{g} b^{1/5}} = \frac{Z_c}{b^{1/5}} \quad (60-7)$$

در تعیین عمق بحرانی می‌توان مقدار  $\frac{Z_c}{b^{1/5}}$  به ازاء دبی خاص را از معادله به دست آورد و سپس با استفاده از شکل نمودار (۲۱-۷) به ازاء  $z$  مشخص مقدار  $\frac{y_c}{b}$  و یا به عبارت دیگر عمق بحرانی را تعیین نمود.

با داشتن  $y_c$  می‌توان مقدار  $D_c$  و با توجه به روابط ذیل می‌توان مقدار  $E_{min}$  و عدد فرود در هر عمق از جریان را به دست آورد.

$$E_{min} = y_c \cos^r \theta + \frac{1}{2} D_c \cos \theta$$

$$Fr = \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD \cos \theta}}$$



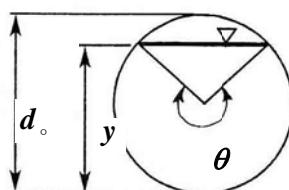
شکل ۲۱-۷ نمودار محاسبه عمق بحرانی در کانال‌های ذوزنقه‌ای و دایره‌ای

#### ۴-۱۷-۷ مقطع دایره‌ای

با توجه به شکل ۲۲-۷ برای این مقطع می‌توان نوشت:

$$\theta = 2 \cos^{-1} \left( 1 - \frac{y}{d_0} \right) = f \left( \frac{y}{d_0} \right) \quad (41-7)$$

این مقطع مانند مقطع ذوزنقه‌ای به کمک یکی از دو روش آزمون و خطای و یا روش ترسیمی حل می‌شود.



شکل ۲۲-۷

$$\frac{Q^r}{g} = \frac{A_c^r}{T_c} \Rightarrow \frac{Q^r}{g} = A_c^r D_c \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = A \sqrt{D_c} \Rightarrow Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

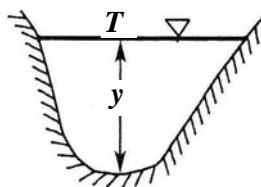
$$\frac{Q}{\sqrt{g} d_{\circ}^{2/5}} = \frac{Z_c}{d_{\circ}^{2/5}} \quad (62-7)$$

لذا به ازای هر دبی خاص، پارامتر  $\frac{Z_c}{d_{\circ}^{2/5}}$  محاسبه می‌شود واز روی نمودار (۷-۲۱) عمق بحرانی مربوطه به‌دست خواهد آمد.

### ۱۷-۵ مقطع نامنظم

در کanal‌هایی که شکل هندسی مشخصی ندارند (شکل ۷-۲۳) برای تعیین عمق بحرانی می‌توان از روش ترسیمی ذیل استفاده نمود:

مقدادیر دلخواهی برای لانتخاب نموده، سپس با توجه به شکل مقطع، مقدار  $Z$  مشخص می‌شود و لذا می‌توان منحنی شکل (۷-۲۳) را برای این مقطع خاص ترسیم کرد.

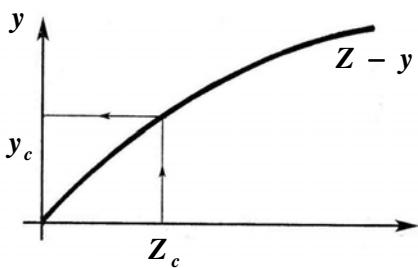


شکل ۷-۲۳

در شرایط بحرانی رابطه زیر را داریم:

$$\frac{Q^r}{g} = \frac{A_c^r}{T_c} \Rightarrow \frac{Q^r}{g} = A_c^r D_c \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = A \sqrt{D_c} \Rightarrow Z_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \quad (64-7)$$

که با داشتن  $Q$  مقدار  $Z_c$  به‌دست خواهد آمد و می‌توان با استفاده از منحنی شکل ۷-۲۴، عمق بحرانی را تعیین نمود. با تعیین  $y_c$ ،  $D_c$  و در نتیجه  $E_{min}$  متناسب با وضعیت بحرانی به‌دست می‌آید.



شکل ۲۴-۷

روشن است که این روش یک روش ترسیمی در حل معادله  $\frac{\alpha Q^r T \cos \theta}{g A^r} = 1$

می‌باشد و می‌توان آن را در مورد مقاطع با اشکال منظم هندسی نیز به کار برد.

**مثال ۲-۵:** در یک کanal مستطیلی با دبی در واحد عرض  $1/5 m^3/s$  عمق،

سرعت و انرژی بحرانی را به دست آورید؟

$$y_c = \sqrt{\frac{q^r}{g}} = \sqrt{\frac{1/5}{9/81}} = 0.612 m$$

$$V_c = \sqrt{gy_c} = \sqrt{9/81 \times 0.612} = 2.45 m/s$$

$$E_c = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} (0.612) = 0.92 m$$

**مثال ۲-۶:** عمق جریان در یک کanal مستطیلی  $0/4$  متر بوده و در این کanal جریان فوق بحرانی با عدد فرود برابر  $1/5$  برقرار می‌باشد. عمق بحرانی در این کanal را به دست آورید؟

حل:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \Rightarrow 1/5 = \frac{V}{\sqrt{9/81 \times 0.4}} \Rightarrow V = 2.971 m/s$$

$$q = Vy \Rightarrow q = 2.971 \times 0.4 = 1.189 (m^3/s)/m$$

$$y_c = \left( \frac{q^r}{g} \right)^{1/3} = \left( \frac{1/189}{9/81} \right)^{1/3} = 0.524 m$$

**مثال ۲-۷:** در یک کanal مستطیلی حداقل انرژی مخصوص  $3/5$  متر می‌باشد. در

صورتی که عرض این کanal ۲ متر باشد، با صرفنظر کردن از افت انرژی، حداکثر دبی عبوری از کanal را به دست آورید؟

حل:

$$E_{\min} = \frac{3}{2} y_c \Rightarrow y_c = \frac{2}{3} \times 3/5 = 2/33 m$$

$$y_c = \sqrt{\frac{q^r}{g}} \Rightarrow q^r = gy_c^r \Rightarrow q^r = 9/81 \times 2/33^2 = 124/1$$

$$q = 11/14 (m^r/s) / m$$

$$Q = qb = 11/14 \times 2 = 22/28 m^r/s$$

مثال ۲-۸: در یک کanal مستطیلی، اعماق متناوب برابر با  $1/5$  و  $3$  متر می‌باشند.

در صورتی که عرض این کanal ۲ متر باشد، مقدار دبی کanal را به دست آورید؟

حل: دو عمقی که دارای انرژی مخصوص برابر هستند، اعماق متناوب نامیده

می‌شوند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_r$$

$$y_1 + \frac{V_1^r}{2g} = y_r + \frac{V_r^r}{2g}$$

$$y_1 + \frac{Q^r}{2gA_1^r} = y_r + \frac{Q^r}{2gA_r^r}$$

$$1/5 + \frac{Q^r}{2 \times 9/81 \times (1/5 \times 2)^2} = 3 + \frac{Q^r}{2 \times 9/81 \times (3 \times 2)^2}$$

$$Q = 18/79 m^r/s$$

در نتیجه جریان در کanal زیر بحرانی است.

مثال ۲-۹: در یک کanal مستطیلی به عرض  $2/5 m$  جریان  $2/5 m^r/s$  را با سرعت

$1/2 m/s$  از خود عبور می‌دهد. اگر بخواهیم کanal را در یک نقطه طوری تنگ کنیم که جریان آن بحرانی شود، ماکزیمم عرض کanal در قسمت تنگ شده چند متر می‌تواند باشد؟

حل:

$$Q = V A_1 \Rightarrow y_1 = \frac{Q}{b_1 V_1} = \frac{4/8}{(2/5 \times 1/2)} = 1/6 m$$

$$E = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1/6 + \frac{1/2^2}{(2 \times 9.81)} = 1/673 m$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{1/2}{\sqrt{9.81 \times 1/6}} = 0.303 \leq 1$$

با توجه به اینکه  $Fr_1 < 1$ ، در نتیجه جریان زیر بحرانی است. لذا ماکزیمم عرض تنگ شدگی باید به اندازه‌ای باشد که در کanal وضعیت انسداد به وجود نیاید. با فرض اینکه افت انرژی موضعی وجود ندارد، خواهیم داشت:

$$E_{min_1} = E_1 = 1/673 m$$

$$y_{c_1} = \frac{2}{3} E_{min_1} = \frac{2}{3} \times 1/673 = 1/115 m$$

$$y_{c_1} = \sqrt{\frac{q_1^2}{g}} \Rightarrow 1/115 = \sqrt{\frac{q_1^2}{9.81}} \Rightarrow q_1 = 3/688 (m^3/s) / m$$

$$Q = q_1 b_1 \Rightarrow b_1 = \frac{Q}{q_1} = \frac{4/8}{3/688} = 1/302 m$$

مثال ۱۷-۲: در یک کanal مستطیلی به عرض  $3/5$  متر، عمق  $1/4$  متر، عمق  $1/4$  متر و سرعت  $6/0$  متر بر ثانیه است. در صورتی که ارتفاع بالاًمدگی در مسیر  $0/3$  متر باشد، عمق جریان بر روی مانع را بدست آورید؟

**حل:** ابتدا انرژی مخصوص در بالا دست بالاًمدگی را محاسبه می‌شود.

$$q = V, y = 0.6 \times 1/4 = 0.18 \left( m^3/s \right) / m$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1/4 + \frac{(0.6)^2}{(2 \times 9.81)} = 1.42 \text{ m}$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 + \Delta Z$$

$$E_2 = 1.42 - 0.3 = 1.12 \text{ m}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{(0.18)^2}{(2 \times 9.81)y_2}$$

$$1.12 = y_2 + 0.036 \frac{1}{y_2}$$

**مثال ۱۸-۲:** کanal مستطیلی با عرض ۱/۵ متر جریان  $s/2 = 7m^3/s$  را با عمق ۱/۲ متر از خود عبور می‌دهد. اگر بخواهیم در کف کanal مانع قرار دهیم، حداقل ارتفاع مانع برای اینکه جریان در روی آن بحرانی شود، چقدر است؟

**حل:**

$$E_1 = y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1}$$

$$E_1 = 1/2 + \frac{(2/7)^2}{2 \times 9.81 \times (1/5 \times 1/2)} = 1.315 \text{ m}$$

$$y_c = \sqrt{\frac{(Q/b)^2}{g}} = \sqrt{\frac{(2/7/1/5)^2}{9.81}} = 0.69 \text{ m}$$

$$E_2 = E_{\min} = \frac{3}{4} y_c = \frac{3}{4} \times 0.69 = 0.52 \text{ m}$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow \Delta Z = E_1 - E_2 = 1.315 - 0.52 = 0.79 \text{ m}$$

در نتیجه حداقل ارتفاع مانع باید  $27/8$  سانتی متر باشد تا جریان روی آن بحرانی شود.

**مثال:** یک کanal مستطیلی شکل به عرض ۴ متر و عمق ۳ متر جریان ۱۵ متر

مکعب بر ثانیه را از خود عبور می‌دهد. در انتهای کانال تبدیلی وجود دارد که قرار است حداقل عرض ممکن را داشته باشد. مقدار عرض حداقل چند متر است (مشروط بر اینکه شرایط بالادست تغییر نکند)؟

**حل:**

حداقل عرض ممکن مشروط بر اینکه جریان در بالادست تغییری نکند زمانی است که جریان در تبدیل بحرانی شود، بدون اینکه پدیده انسداد پیش آید. در این حالت انرژی مخصوص قبل از تنگ شدگی برابر با انرژی مخصوص حداقل در تنگ شدگی است بنابراین:

$$E_1 = E_{\min} \Rightarrow y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{Q^2}{gb^2}} \Rightarrow \\ 3 + \frac{15^2}{2 \times 9.81 \times (4 \times 3)^2} = \frac{3}{2} \times \sqrt{\frac{15^2}{9.81 \times b^2}} \Rightarrow b = 1/63 \text{ m}$$

#### ۱۸-۷ اندازه حرکت (مومنت) در کانال‌های باز

حل برخی از مسائل هیدرولیکی در کانال‌های روباز به کمک معادلات پیوستگی و انرژی امکان‌پذیر نیست و استفاده از معادله تغییر اندازه حرکت لازم می‌گردد. اصل اندازه حرکت هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرد که نیروهای خارجی مؤثر بر حجم کنترل انتخابی از جریان مشخص یا قابل صرفنظر کردن باشند. استفاده از معادله اندازه حرکت منجر به پیدایش نیروی مخصوص می‌گردد که تحلیل بعضی پدیده‌های موضعی نظیر پرش هیدرولیکی در کانال‌های روباز را آسان می‌کند. همچنین در این فصل با استفاده از رابطه ممتومن به مسئله پرش هیدرولیکی خواهیم پرداخت.

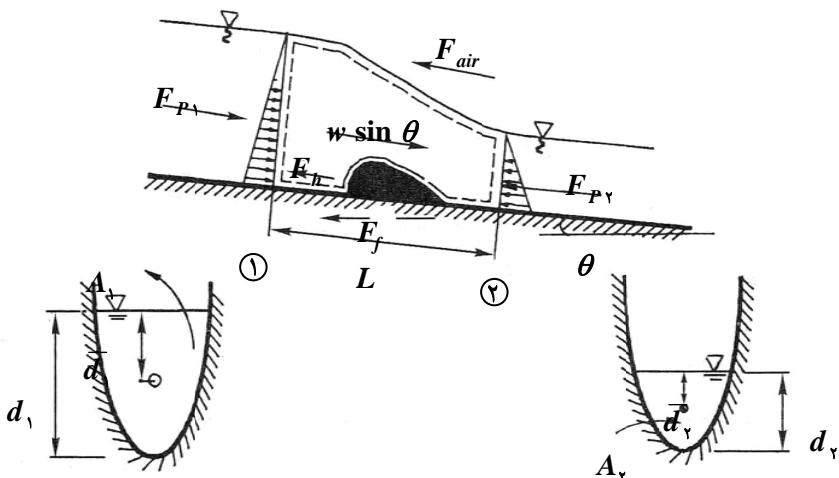
معادله اندازه حرکت بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum \bar{F} = \rho Q (\bar{V}_2 - \bar{V}_1) \quad (65-7)$$

معادله فوق، معادله تغییرات اندازه حرکت نامیده می‌شود که یک معادله‌ای برداری است. از آنجایی که ممکن است در مقاطع عرضی مختلف از یک کانال توزیع سرعت متفاوت باشد، ضریب تصحیح اندازه حرکت در معادله ۶۵-۷ اعمال می‌شود در نتیجه:

$$\sum \bar{F} = \rho Q (\beta_r \bar{V}_r - \beta_l \bar{V}_l) \quad (66-7)$$

معادله تغییرات اندازه حرکت برای تعیین نیروهای خارجی مؤثر بر حجم کنترل انتخابی از یک سیستم مشخص مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک حجم کنترل مشخص بین مقاطع ۱ و ۲ (شکل ۲۵-۷) برای بررسی معادله تغییرات اندازه حرکت در نظر گرفته می‌شود. معادله ۶۶-۷ برای حجم کنترل انتخابی به شکل خط چین به صورت زیر نوشته می‌شود:



شکل ۲۵-۷ جریان در قسمتی از مسیر کanal باز

$$\begin{aligned} \sum \bar{F} &= \rho Q (\beta_r \bar{V}_r - \beta_l \bar{V}_l) \\ \Rightarrow F_{P_r} - F_{P_l} - F_h - F_f - F_{air} + W \sin \theta &= \rho Q (\beta_r \bar{V}_r - \beta_l \bar{V}_l) \quad (67-7) \end{aligned}$$

که در رابطه فوق:

$F_{P_r}, F_{P_l}$ : نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و ۲  
 $F_h$ : در صورت وجود مانعی در کف کanal (اگر طول کanal کوتاه باشد  $= 0$ )  
 $F_{air}$ : نیروی ناشی از مقاومت هوا بر روی جریان که معمولاً صفر در نظر گرفته می‌شود.  
 برآیند مقادیر  $F_h$  و  $w \sin \theta$  بدون در نظر گرفتن جهت اعمال آنها،

به صورت نیروهای خارجی نشان داده می‌شوند:

$$F_{R_1} - F_{P_r} - F_{ext} = \rho Q (\beta V_r - \beta V_1) \quad (68-7)$$

در جریان‌های یکنواخت و متغیر تدریجی می‌توان از قانون توزیع هیدرولاستاتیکی فشار استفاده کرد در این صورت:

$$F_{R_1} = \gamma \bar{y}_1 A_1 \cos \theta$$

$$F_{P_r} = \gamma \bar{y}_r A_r \cos \theta$$

$\bar{y}_1, \bar{y}_r, A_1, A_r$  فاصله مرکز سطح مقاطع تا سطح آزاد آب می‌باشد.

در نتیجه با توجه به توضیحات فوق و اعمال روابط گفته شده در رابطه ۶۷-۷

رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\gamma \bar{d}_r A_r \cos \theta - \gamma \bar{d}_1 A_1 \cos \theta + F_{ext} = \rho Q (\beta_r V_r - \beta_1 V_1) \quad (69-7)$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left( \frac{\beta_r Q}{g A_r} + \bar{d}_r A_r \cos \theta \right) - \left( \frac{\beta_1 Q}{g A_1} + \bar{d}_1 A_1 \cos \theta \right) \quad (70-7)$$

نیروی خارجی وارد بر سطح کنترل موردنظر می‌باشد.

## ۷-۱۹-۷ کاربرد معادله اندازه حرکت در کانال‌های باز

### ۷-۱۹-۷ نیروی مخصوص

رابطه ۶۷-۷ شکل عمومی معادله اندازه حرکت را نشان می‌دهد که رابطه ۷۰-۷ با فرض هیدرولاستاتیکی بودن فشار، از آن نتیجه شده است.

با فرض یکنواخت بودن سرعت در مقاطع ۱ و ۲ یعنی  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  و  $\cos \theta = 1$  و کم بودن شیب ( $\theta < 6^\circ$ ) رابطه ۷۰-۷ به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$d = h = y \Rightarrow \bar{d} = \bar{h} = \bar{y}$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left( \frac{Q}{g A_r} + \bar{y}_r A_r \right) - \left( \frac{Q}{g A_1} + \bar{y}_1 A_1 \right) \quad (71-7)$$

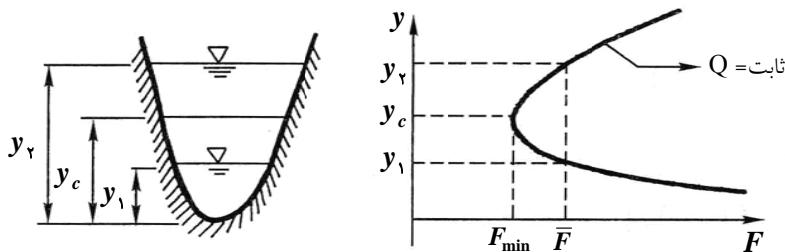
رابطه فوق نشان می‌دهد که نسبت نیروهای خارجی به وزن مخصوص آب، برابر تفاضل دو عبارت مشابه در دو مقطع است. این عبارت بنابر تعریف، نیروی مخصوص آن مقطع نامیده می‌شود. یعنی:

$$F = \frac{Q^r}{gA} + \bar{y}A \quad (72-7)$$

بنابراین با توجه به تعریف نیروی مخصوص نسبت نیروهای خارجی به وزن مخصوص آب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = \frac{F_{ext}}{\gamma} = \gamma \frac{w \sin \theta - F_F - F_h}{\gamma} = F_r - F_i \quad (73-7)$$

در معادله (72-7) سطح مقطع ( $A$ ) و لنگر اول سطح مقطع نسبت به سطح آزاد ( $\bar{y}A$ ) تابعی از  $y$  می‌باشند. بنابراین به ازای یک دبی مشخص تابعی از می‌باشد و می‌توان منحنی را رسم نمود. این منحنی فقط دارای مجانب افقی است. (شکل ۲۶-۷).



شکل ۲۶-۷ منحنی نیروی مخصوص

از منحنی  $F-y$  نکات زیر نتیجه‌گیری می‌شوند:

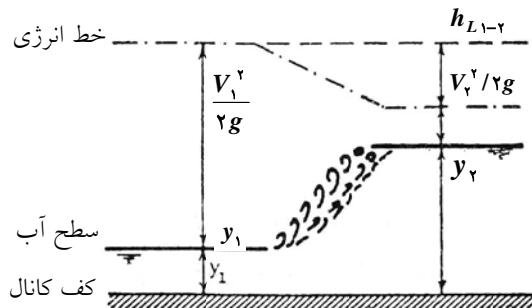
۱. مقدار حداقل نیروی مخصوص ( $F_{min}$ ) در عمق بحرانی حاصل می‌شود.
۲. به ازای هر نیروی ثابت ( $F$ ) دو عمق جریان وجود جریان وجود دارد. این دو عمق که یکی از آنها وضعیت فوق بحرانی و دیگری وضعیت زیر بحرانی جریان را نشان می‌دهد، اعمق مزدوج (ConJugute Depths) نامیده می‌شوند.
۳. چون حداقل دبی عبوری در جریان بحرانی است، بنابراین با توجه به نکته ۱ به ازای نیروی مخصوص حداقل، دبی عبوری حداقل خواهد بود.

مقدار  $F_{min}$  در یک کanal مستطیلی برابر خواهد بود با:

$$F_{min} = \frac{Q^2}{gb y_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2} by_c^2$$

## ۲-۱۹-۷ پرش هیدرولیکی

پرش یا جهش هیدرولیکی یک جریان متغیر سریع است و عبارتست از تغییر حالت جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی که این تغییر حالت در مسیر نسبتاً کوتاهی بوده و همراه با آشفتگی و افت انرژی بسیار زیاد می‌باشد (شکل ۲۷-۷)



شکل ۲۷-۷ تبدیل جریان فوق بحرانی به زیر بحرانی توسط پرش هیدرولیکی

با توجه به اینکه پرش در فاصله کوتاهی از کanal صورت می‌گیرد لذا می‌توان حجم کترل مشخصی بین مقطع ۱ و ۲ (قبل و بعد از پرش) انتخاب کرد (شکل ۲۱-۷). سپس با استفاده از معادله اندازه حرکت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_2 - F_1 \quad , \quad F_{ext} = 0 \Rightarrow F_2 = F_1$$

یا

$$\frac{Q}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{Q}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2 \quad (۷۴-۷)$$

به عبارت دیگر نیروی مخصوص در قبل و بعد از پرش هیدرولیکی ثابت باقی می‌ماند و اعماق  $y_1$ ،  $y_2$ ، اعمق مزدوج متعلق به یک نیروی مخصوص ثابت می‌باشدند. با مشخص بودن  $y_2 - y_1$  مقدار ( $y_2 - y_1$ ) که ارتفاع پرش نامیده می‌شود به دست می‌آید. پس از تعیین اعماق مزدوج، مقدار افت انرژی در پرش  $j$   $\Delta E_j$  توان از دست رفته در طول پرش ( $P_j$ ) و راندمان پرش ( $\eta$ ) با استفاده از رابطه انرژی تعیین می‌شوند.

رابطه انرژی:

$$E_1 - \Delta E_j = E_r \quad (75-7)$$

$$\Delta E_j = E_1 - E_r = \left( y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( y_r + \frac{V_r^2}{2g} \right) \quad (76-7)$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j \quad (77-7)$$

$$\eta = \frac{E_r}{E_1} \times 100 \quad (78-7)$$

حل: رابطه ۷۴-۷ با استفاده از تکنیک آزمون و خطای روش‌های عددی دیگر و یا با استفاده از نمودارها و جداول ارائه شده می‌باشد.

#### ۲۰-۷ مقایسه بین منحنی انرژی مخصوص نیروی مخصوص

۱. در نمودار  $E-y$  دو عمق با یک انرژی مخصوص را اعمق متناوب گویند.
۲. در نمودار  $F-y$  دو عمق با یک نیروی مخصوص را اعماق مزدوج گویند در صورتیکه این دو عمق متعلق به یک پرش هیدرولیکی باشند،  $y_1$  عمق اولیه و  $y_2$  عمق ثانویه پرش هیدرولیکی است.

رابطه بین اعماق مزدوج بدین صورت است:

$$\frac{y_r}{y_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 4Fr_1^2} - 1 \right) \quad (79-7)$$

$$\frac{y_1}{y_r} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 4Fr_r^2} - 1 \right) \quad (80-7)$$

ومیزان افت در طول پرش هیدرولیکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta E = \frac{(y_r - y_1)^2}{4y_1 y_r} \quad (81-7)$$

۳. منحنی  $E-y$  دارای دو جانب است ولی منحنی  $F-y$  فقط دارای یک جانب است.

۴. در منحنی  $E-y$  مقدار  $q_{\min}$  در عمق بحرانی رخ می‌دهد و در منحنی  $F-y$  مقدار  $F_{\min}$  در همین عمق (عمق بحرانی) رخ می‌دهد.

#### ۲۱-۷ مشخصات جریان یکنواخت

جریان یکنواخت (*Uniform Flow*) به جریانی اطلاق می‌شود که در آن نیروهای عامل

(نیروی وزن سیال) و بازدارنده حرکت (تنش‌های برشی ناشی از جدار کانال در مقابل حرکت سیال) به تعادل رسیده باشند. در این حالت در جهت جريان شتابی وجود نخواهد داشت و مشخصات جريان به ازای دبی ثابت در تمام مقاطع ثابت است یعنی:

$$\frac{dQ}{dx} = 0, \quad \frac{dV}{dx} = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0.$$

در اين جريان شيب طولي کانال ( $S_0$ ), شيب سطح آب ( $S_w$ ) و شيب خط انژری ( $S_f$ ) با يكديگر مساوی خواهند شد یعنی:

$$S = S_0 = S_w = S_f$$

با توجه به شرایط فوق جريان يکنواخت دائمی (*steady Uniform Flow*) تعریف می‌شود و به دليل آنکه جريان يکنواخت غير دائمی (*Unsteady Uniform Flow*) عملاً وجود ندارد، جريان فوق به اختصار جريان يکنواخت (جريان نرمال) نامیده می‌شود. عمق جريان در اين حالت به عمق نرمال ( $y_0$  یا  $y_n$ ) موسوم است. اگر  $y_n$  عمق نرمال  $y_c$  عمق بحرانی در يك کانال باشد، يکی از سه حالت زير اتفاق می‌افتد:  
۱. اگر  $y_c > y_n$  باشد، در چنین حالتی جريان زير بحرانی (*subcritical Flow*) است.

۲. اگر  $y_c = y_n$  باشد، در چنین حالتی جريان بحرانی (*Critical Flow*) است.

۳. اگر  $y_c < y_n$  باشد، در چنین حالتی جريان فوق بحرانی (*super Critical Flow*) است.

## ۲۲-۷ تنش برشی متوسط جدار کانال

در کانال‌های روباز برای جريان يکنواخت تنش برشی در سطح آزاد آب تقریباً صفر و در کف کانال حداقل و در راستای عمق جريان از سطح آب تا کف کانال به طور يکنواخت افزایش می‌یابد. به علاوه به علت تنوع شکل مقطع جريان در کانال‌های روباز، هر شکل مقطع توزیع تنش برشی مربوط به خود را دارد. با وجود این تفاوت‌ها و کافی نبودن اطلاعات در مورد توزیع تنش برشی در مقاطع با شکلهای مختلف، از تنش برشی متوسط در کانال‌های استفاده می‌شود.

تنش برشی متوسط برروی کف کانال از طریق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tau_0 = \gamma RS \quad (82-7)$$

در رابطه فوق  $\tau$ : تنش برشی متوسط بر روی کف کanal؛  $R$  شعاع هیدرولیکی و  $z$  زون مخصوص آب می‌باشد. لازم به یادآوری است که در جریان‌های یکنواخت به علت تساوی شیب کف کanal و شیب خط انرژی  $S$  می‌تواند شیب کف کanal انتخاب شود. اما در جریان‌های غیریکنواخت و غیر دائمی  $S$  شیب خط انرژی خواهد بود.

### ۲۳-۷ سرعت متوسط در جریان یکنواخت

سرعت متوسط در جریان یکنواخت از دو فرمول شزی و مانینگ استفاده می‌شود.

#### ۱-۲۳-۷ فرمول شزی (Chezy)

در سال ۱۷۶۸ میلادی طراحی کanal آبرسانی شهر پاریس به عهده آنوان شزی مهندس فرانسوی واگذار شد. این فرض تناسب تنش برشی متوسط جدار کanal ( $\tau$ ) با مربع سرعت متوسط ( $V^*$ ) فرمول ساده زیر را برای جریان‌های یکنواخت به دست آورد:

$$\tau = K\rho V^* \quad (83-7)$$

که در اینجا  $K$  ضریبی بدون بعد است و مقدار آن به زیری جدار و شکل مقطع کanal بستگی دارد. با برابر قرار دادن دو رابطه ۸۲-۷ و ۸۳-۷ می‌توان سرعت متوسط جریان را محاسبه کرد:

$$K\rho V^* = \gamma RS \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g}{K}} \sqrt{RS} \quad (84-7)$$

اگر به جای  $\sqrt{\frac{g}{K}}$  ضریب  $C$  به کار گرفته شود رابطه ۸۴-۷ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$V = C \sqrt{RS} \quad (85-7)$$

فرمول فوق به فرمول شزی و ضریب  $C$  به ضریب شزی معروف است. برای تعیین ضریب شزی، این ضریب با ضریب اصطکاک  $f$  در فرمول دارسی ویسیباخ در لوله‌ها تحت‌های تحت فشار مقایسه می‌شود:

$$h_f = f \frac{LV^*}{D^2 g} \quad (86-7)$$

اگر در لوله‌های با مقطع دایره‌ای به جای  $D$  قرار داده شود و  $\frac{h_f}{L}$  برابر با  $S_f$  قرارداده شود. نظر به اينکه در جريانهای يکنواخت كليه شبها با يكديگر مساويند رابطه ۷-۸۶ به صورت زير در خواهد آمد:

$$\frac{h_f}{L} = S_f = \frac{fV^2}{4R^2g} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\gamma g}{f}} \sqrt{RS} \quad (۸۷-۷)$$

با مقاييسه دو رابطه ۷-۸۵ و ۷-۸۷، مقدار ضريب شزی برحسب  $f$  برابر خواهد شد با:

$$C = \sqrt{\frac{\gamma g}{f}} \quad (۸۸-۷)$$

## ۲-۲۳-۲۷ فرمول مانينگ

رابطه مانينگ يکی از متداول‌ترین روابط مورد استفاده در جريان يکنواخت می‌باشد که در سال ۱۸۸۹ توسط يک مهندس ايرلندي ارائه شده است.

مانينگ نشان داد که  $C = \frac{1}{\infty R^{\frac{1}{6}}}$  می‌بوده و ضريب اين تناسب  $\frac{1}{n}$  می‌باشد يعني:

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} \quad (۸۹-۷)$$

كه  $n$  همان ضريب بستر کanal است. با جايگذاري ضريب  $C$  به دست آمده از رابطه ۷-۸۹، رابطه زير حاصل خواهد شد:

$$V = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} S^{\frac{1}{2}} \quad (۹۰-۷)$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{1}{6}} S^{\frac{1}{2}} \quad (۹۱-۷)$$

رابطه‌های فوق در سیستم متریک بوده و در سیستم انگلیسی عدد ۱/۴۸۶ در روابط فوق ضرب می‌شود يعني:

$$V = \frac{1/486}{n} R^{\frac{1}{6}} S^{\frac{1}{2}} \quad (۹۲-۷)$$

ضريب  $n$  عمدتاً از جداول و تصاویر کمکی ارائه شده (كه در اکثر کتب هیدرولیکی موجود می‌باشد) تعیین می‌گردد. اما روش‌های تجربی دیگری نیز برای تعیین  $n$  مورد استفاده قرار می‌گیرند که فرمول استریکلر (Strickler) يکی از اين روابط

است.

$$n = \frac{d^{\frac{1}{5}}}{21/1} \quad (93-7)$$

در رابطه فوق  $d$  اندازه متوسط دانه‌ها (شماره الکی که  $50\%$  وزنی ذرات از آن عبور کند) می‌باشد که برحسب متر بیان می‌شود. این رابطه در مورد کانال‌های طبیعی کاربرد دارد.

#### ۲۴-۷ محاسبات جریان یکنواخت

منظور از محاسبات جریان یکنواخت، شناخت معلومات در یک مساله هیدرولیکی و پیداکردن پارامترهای مجهول بر اساس روابط جریان یکنواخت می‌باشد. با توجه به رابطه مانینگ یا شری و ترکیب با رابطه پیوستگی دو پارامتر قراردادی وجود دارند که عبارتند از:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (94-7)$$

$$Q = CA\sqrt{R}\sqrt{S} \quad (95-7)$$

که در فرمول‌های فوق بر حسب قرارداد،  $CA\sqrt{R}$  یا  $\frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}}$  را ضریب انتقال و در فرمول مانینگ  $AR^{\frac{2}{3}}$  را فاکتور سطح گویند.

به طور کلی انواع مسائلی که در مطالعات جریان یکنواخت پیش می‌آید در ۵ گروه زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

۱.  $S, n, y$  و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و  $Q, V$  مجهول می‌باشد.
۲.  $n, y, Q$  و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و  $S$  مجهول می‌باشد.
۳.  $S, y, Q$  و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و  $n$  مجهول می‌باشد.
۴.  $S, n, Q$  و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و  $y$  مجهول می‌باشد.
۵.  $S, n, Q$  و هندسه عمومی کanal معلوم ولی مشخصات هندسی مقطع جریان باید محاسبه گردد. در صورتی که مسائل از نوع ۱ و ۲ و ۳ باشند، مجهولات به طریق ضریع به دست می‌آیند و اگر مسائل از نوع ۴ و ۵ باشند باید از تکنیک عددی آزمون و خطای استفاده کرد.

## ۲۵-۷ زبری معادل

برای استفاده از فرمول مانینگ در کانال‌های با جنس جدار متفاوت در نقاط مختلف باید  $n$  (زبری) معادلی برای این نوع کانال‌ها تعیین گردد. در اینجا روش‌های مختلفی برای محاسبه زبری معادل مورد بررسی قرار می‌گیرند، که روش هورتن - انشتین یکی از آنها است.

رابطه هورتن - انشتین: در این رابطه فرض بر این است که سرعت متوسط در هر یک از مساحت‌های مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل می‌باشد.

$$n_e = \left( \frac{\sum n_i^{\frac{2}{3}} P_i}{P^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (96-7)$$

## ۲۶-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی

هدف در طراحی کانال‌ها در تعیین شکل و اندازه سطح مقطع کانال برای انتقال دبی طرح بین دو نقطه با اختلاف ارتفاع معین به گونه‌ای مطمئن و اقتصادی باشد. با توجه به رابطه مانینگ (۹۱-۷) می‌توان نوشت:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (97-7)$$

روش اول: فرمول مانینگ را می‌توانیم به صورت زیر بیان نماییم:

$$Q = \frac{1}{n} A S^{\frac{1}{2}} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{n P^{\frac{2}{3}}} \quad (98-7)$$

به ازای  $n$  و  $A$  ثابت، دبی انتقالی کانال هنگامی حداقل است که محیط خیس شده حداقل باشد. چنین مقطعی را می‌توان بهترین مقطع هیدرولیکی نامید. در بین کلیه مقاطع کانال‌های باز، مقطع نیم دایره بهترین مقطع می‌باشد زیرا به ازای مساحت ثابت دارای کمترین محیط خیس شده است.

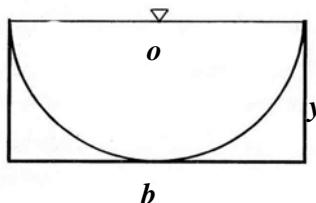
روش دوم: رابطه (۹۸-۷) می‌تواند به صورت رابطه (۹۹-۷) مرتب شود:

$$A = \frac{Q^{3/5} n^{3/5}}{S^{3/10}} P^{3/5} = K P^{3/5} \quad (99-7)$$

در رابطه (۹۹-۷) ماقزیم کردن  $K$  (ماقزیم نمودن  $Q$ ) به ازای  $A$  ثابت معادل با مینیمم کردن  $A$  به ازای یک  $K$  ثابت می‌باشد که هر دو تعریف به  $P$  حداقل منجر خواهند شد. لذا مترادف با تعریف قبلی می‌توان گفت که بهترین مقطع هیدرولیکی مقطعی است که به ازای  $S, n, Q$  مشخص دارای مساحت (حاکم‌داری) و پیرامون مرطوب (پوشش) حداقل باشد.

### ۲۶-۱ بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی

مقطع مستطیلی با ابعاد  $b$  و  $y$  در شکل (۲۸-۷) نشان داده شده است. به طور کلی از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد، لازم است که مشتق آن نسبت به متغیر وابسته (در اینجا  $y$ ) وابسته برابر صفر شود.



شکل ۲۸-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی

بنابراین با یک سطح مقطع مشخص و شیب وزبری معلوم، محیط خیس شده ( $P$ ) وقتی حداقل است که:

$$A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y}$$

$$P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y$$

به ازاء  $A$  ثابت داریم:

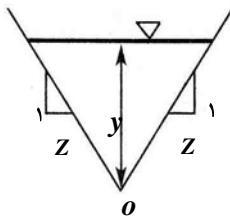
$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2 = 0$$

$$A = 2y^2 \Rightarrow by = 2y^2 \Rightarrow b = 2y \quad (100-7)$$

پس در بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی عرض کف دو برابر عمق جریان انتخاب می‌شود و در نتیجه می‌توان نیم دایره‌ای مطابق شکل (۲۸-۷) در این مقطع محاط کرد.

### ۲-۲۶-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی

از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد، لازم است که مشتق آن نسبت به متغیر وابسته (در اینجا شیب کناره ( $z$ ) می‌باشد) برابر صفر شود.



شکل ۲۹-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی

بنابراین:

$$A = zy^{\gamma}$$

$$P = 2\sqrt{1+z^{\gamma}} y$$

$$P^{\gamma} = 4(1+z^{\gamma})y^{\gamma} = 4(1+z^{\gamma})\frac{A}{z}$$

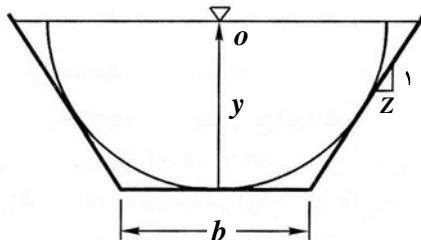
$$\frac{dP^{\gamma}}{dz} = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{z^{\gamma}}\right) = 0 \Rightarrow z = +1$$

لذا بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی زاویه راس  $90^{\circ}$  خواهد داشت.

### ۳-۲۶-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی ذوزنقه‌ای

از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد، لازم است که مشتق آن نسبت به متغیر وابسته برابر صفر شود. در کanal ذوزنقه‌ای شکل با شیب جانبی  $z$  (افقی) در مقابل ۱ (عمودی)  $P$  به مقادیر  $u$  و  $z$  وابسته است؛ لذا برای به حداقل

رساندن  $P$  باید  $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$  و  $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$  باشند.



شکل ۳۰-۷ بهترین مقطع هیدرولیکی ذو ذنقه‌ای

بهترین مقطع هیدرولیکی با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} A &= (b + zy)y \\ P &= b + 2\sqrt{1+z^2} y \quad y = \frac{A}{z} - z + 2y\sqrt{1+z^2} \\ \frac{dP}{dy} &= 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0 \\ -\frac{(b+zy)}{y} + 2\sqrt{1+z^2} - z &= 0 \\ b = 2y\left(\sqrt{1+z^2} - z\right) &\rightarrow b + 2zy = 2y\sqrt{1+z^2} \end{aligned} \quad (101-7)$$

رابطه ( ) مشخصات بهترین مقطع به ازاء  $z$  ثابت را نشان می‌دهد. در صورتی که هم به عنوان متغیر در نظر گرفته شود علاوه بر  $\frac{\partial P}{\partial z}$  را هم برابر صفر قرار داد که در این حالت معادله جدید مقدار  $z$  را برابر  $\sqrt{3/3}$  به دست می‌دهد و شکل مقطع نصف یک شش ضلعی منتظم، با شیب کناره  $60^\circ$  نسبت به افق خواهد بود.

### تست‌های فصل هفتم: جریان در کانال‌های باز

۱. جریان متغیر تدریجی عبارت است از:

- |                          |                      |
|--------------------------|----------------------|
| ۲) دائمی غیر یکنواخت     | ۱) دائمی یکنواخت     |
| ۴) غیر دائمی غیر یکنواخت | ۳) غیر دائمی یکنواخت |

۲. در یک جریان دائمی S.V.F، در یک مجرای باز منشوری شکل.....

۱) دبی بر اساس زمان تغییر می‌کند.

۲) عمق در امتداد طول جریان تغییر نمی‌کند.

۳) عمق بتدریج بر اساس زمان تغییر می‌کند.

۴) دبی جریان در طول مجرأ تغییر می‌کند.

۳. کدام جریان قابل شناسایی نیست (اتفاق نمی‌افتد)?

(۱) دائمی یکنواخت      (۲) غیردائمی یکنواخت

(۳) دائمی غیر یکنواخت      (۴) غیردائمی متغیر

۴. جریان موج حاصله از سیلاپ رودخانه چه نوع جریانی است؟

(۱) جریان دائمی متغیر تدریجی      (۲) جریان غیر دائمی متغیر تدریجی

(۳) جریان دائمی متغیر سریع      (۴) جریان غیر دائمی متغیر سریع

۵. در یک سد مخزنی که ارتفاع آب در بالاست آن  $h$  می‌باشد، در اثر وقوع زلزله شکسته و آب به طرف پایین دست جریان می‌یابد.

جریان آب ایجاد شده در رودخانه.....

(۱) یکنواخت و غیر دائمی است.      (۲) یکنواخت و دائمی است.

(۳) غیر یکنواخت و دائمی است.      (۴) غیر یکنواخت و غیر دائمی است.

۶. در یک جریان صفحه‌ای آب با عمق ۰/۰۱ مترو سرعت ۰/۰۱ متر بر ثانیه چه رژیمی

از جریان حاکم است؟ (لزجت سینماتیکی آب برابر  $10 \times 10^6$  متر مربع بر ثانیه است)

(۱) زیر بحرانی - آرام      (۲) زیر بحرانی - متلاطم

(۳) فوق بحرانی - آرام      (۴) فوق بحرانی - متلاطم

۷. ضریب تصحیح انرژی جنبشی (Kinetic Energy Correction Factor) یا ضریب

کریولیس ( $\alpha$ )

$$a = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (۲) \text{ برابر است با } a = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (۱) \text{ برابر است با}$$

$$(۴) \text{ دارای معادله ابعادی سرعت است.} \quad a = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (۳) \text{ برابر است با}$$

۸. ضریب تصحیح انرژی جنبشی جریان (Kinetic Energy Correction Factor) یا

ضریب کریولیس ( $\alpha$ )

(۱) بیشتر از ۳ است.

۲) بیشتر از ۲ است و باید در نظر گرفته شود.

۳) کمتر از ۱ است.

۴) در کارهای مهندسی و عملی برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود.

۹. در رابطه با ضریب تصحیح انرژی جنبشی (ضریب  $\alpha$ ) کدام عبارت صحیح می‌باشد؟

۱) در جریان آرام مقدار ضریب  $\alpha$  کمتر از جریان متلاطم می‌باشد.

۲) در جریان آرام مقدار ضریب  $\alpha$  تقریباً برابر ۱ می‌باشد.

۳) در جریان متلاطم مقدار ضریب  $\alpha$  به مراتب بزرگتر از ۱ است.

۴) در جریان متلاطم این ضریب معادل یک بوده، لذا در معادلات جریان متلاطم نیازی به در نظر گرفتن آن نمی‌باشد.

۱۰. توزیع سرعت در یک کanal مستطیلی به عرض ۲ متر و ارتفاع ۱ متر به صورت  $v = v_0 \alpha^{\beta}$  می‌باشد. مقادیر ضریب تصحیح انرژی جنبشی ( $\alpha$ ) و ضریب تصحیح

مومنتم ( $\beta$ ) عبارتند از:

$$\beta = 1/3, \quad \alpha = 2 \quad (1)$$

$$\beta = 1/7, \quad \alpha = 1/8 \quad (2)$$

$$\beta = 1/5, \quad \alpha = 1/2 \quad (3)$$

۱۱. در یک کanal مستطیل شکل به عمق ۲ متر با پرتاپ یک تکه سنگ موجی ایجاد می‌شود که در مدت ۱۰ ثانیه مسافت ۵۰ متر را طی می‌کند، سرعت واقعی آب در

کanal چند متر بر ثانیه است؟

$$2/5 \quad (1) \quad 0/57 \quad (2)$$

$$5/4 \quad (3) \quad 4/4 \quad (4)$$

۱۲. در یک کanal مستطیل شکل به عمق ۰/۶ متر با پرتاپ سنگی موجی ایجاد می‌شود که در مدت زمان ۱۰ ثانیه مسافت ۶۰ متر را طی می‌کند. سرعت واقعی آب در کanal چند متر بر ثانیه است؟

$$3/57 \quad (1) \quad 3 \quad (2)$$

$$2/57 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۱۳. در یک کanal مستطیلی به عرض ۱۰ متر، آب با دبی  $20 \frac{m^3}{s}$  در جریان است. در صورتی که عمق جریان در مقطعی از آن  $0/6m$  باشد، وضعیت جریان در این مقطع و مقدار حداقل انرژی مخصوص در این مقطع به ترتیب عبارتند از:

- (۱) جریان فوق بحرانی و  $0/49$  متر      (۲) جریان زیر بحرانی و  $1/11$  متر
- (۳) جریان بحرانی و  $1/11$  متر      (۴) جریان فوق بحرانی و  $1/11$  متر
۱۴. در یک مجرای مستطیل شکل، عمق آب  $2$  متر و شعاع تغیر کف  $10$  متر می‌باشد اگر دبی در واحد عرض برابر  $(m^3/s)$  باشد، مقدار انرژی ویژه چند متر است؟
- $g = 10 \text{ m/s}^2$
- |          |       |          |
|----------|-------|----------|
| (۱) ۰/۵  | (۲) ۱ | (۳) ۷/۳۷ |
| (۴) ۲/۲۵ | (۵) ۱ | (۶) ۹    |
۱۵. در یک کanal با مقطع مستطیل، اگر حداقل انرژی مخصوص  $E_{\min} = 1/5m$  باشد عمق جریان در شرایط بحرانی ( $y_c$ ) چند متر است؟
- |          |       |         |
|----------|-------|---------|
| (۱) ۰/۵  | (۲) ۱ | (۳) ۱/۵ |
| (۴) ۲/۲۵ | (۵) ۱ | (۶) ۹   |
۱۶. در یک کanal مستطیلی اگر عمق جریان قبل و بعد از دریچه به ترتیب  $60\text{cm}$ ,  $2/5\text{m}$  باشد، شدت جریان در واحد عرض برابر با چند  $\frac{m^3}{s.m}$  است؟
- |           |          |          |
|-----------|----------|----------|
| (۱) ۳/۲۷  | (۲) ۳/۷۷ | (۳) ۷/۳۷ |
| (۴) ۱۴/۲۲ | (۵) ۱    | (۶) ۹    |
۱۷. در قسمتی از یک کanal مستطیلی به عرض  $3$  متر، عمقهای متناوب به ترتیب  $3/86$  و  $1$  متر می‌باشند. دبی عبوری در این کanal چند متر مکعب در ثانیه است؟
- |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| (۱) ۷/۲۹  | (۲) ۱۱/۵۸ | (۳) ۲۳/۲۸ |
| (۴) ۳۲/۳۸ | (۵) ۱     | (۶) ۹     |
۱۸. در یک کanal مستطیل شکل، عمقهای متناوب برابر  $1$  متر و  $2$  متر می‌باشند. انرژی مخصوص چند متر است؟
- |          |         |         |
|----------|---------|---------|
| (۱) ۲/۳۳ | (۲) ۲/۶ | (۳) ۳/۵ |
| (۴) ۱۲/۴ | (۵) ۱   | (۶) ۹   |
۱۹. در انتهای سرریزی جریان آب از قوس مقعری به شعاع  $10$  متر عبور عبور می‌کند. اگر دبی در واحد عرض  $20$  متر مکعب در ثانیه درمتر و عمق آب  $2$  متر باشد، مقدار انرژی مخصوص در محل قوس چند متر است؟
- |          |          |
|----------|----------|
| (۱) ۴/۰۴ | (۲) ۵/۰۶ |
|----------|----------|

۲۰. در یک کanal مستطیلی عمق بحرانی  $1/65$  متر می‌باشد. بار انرژی مخصوص حداقل چند متر است؟
- |           |          |
|-----------|----------|
| 10(۴)     | 9/14 (۳) |
| 1 (۲)     | 0/82 (۱) |
| 2/475 (۴) | 1/65 (۳) |
۲۱. دو عمق متناوب (Alternates) در یک کanal مستطیل شکل به عرض  $3$  متر به ترتیب  $5/3$  و  $0/6$  متر می‌باشند، دبی جریان بر حسب  $m^3/s$  در کanal چقدر است؟
- |          |          |
|----------|----------|
| 13/8 (۲) | 1/05 (۱) |
| 19/5 (۴) | 16/7 (۳) |
۲۲. جریان با شدت  $q = 10 \cdot m^3/s$  در یک کanal مستطیلی در حرکت است. حداقل انرژی مخصوص این جریان  $E_{\min}$  برابر است با: (شتاب ثقل  $10 \cdot m/s^2$ )
- |             |          |
|-------------|----------|
| 0/5 متر (۲) | 0/00 (۳) |
| 0/3 متر (۴) |          |
۲۳. عمقهای متناظر انرژی مخصوص معینی (مانند E) در یک کanal با مقطع مستطیلی بسیار عریض به ترتیب  $h_1 = 2$ ,  $h_2 = 1$ ,  $h_3 = 1$  متر می‌باشند. با فرض  $(g = 10 \cdot m/s^2)$ ، مقدار دبی در واحد عرض کanal (q) برابر است با:
- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| $5/16 \cdot m^3/s$ (۲) | $0/19 \cdot m/s$ (۱)   |
| $6/32 \cdot m^3/s$ (۴) | $8/94 \cdot m^3/s$ (۳) |
۲۴. در یک کanal با مقطع مستطیلی حداقل انرژی مخصوص جریان  $E_{\min} = 4m$  است. اگر عرض این کanal  $5/2$  متر باشد دبی جریان عبارت است از:
- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| $Q = 4/3 \cdot m^3/s$ (۲) | $Q = 34 \cdot m^3/s$ (۱) |
| $Q = 3/4 \cdot m^3/s$ (۴) | $Q = 43 \cdot m^3/s$ (۳) |
۲۵. هر گاه جریان در یک کanal مستطیلی شکل بحرانی باشد، دبی بر واحد عرض این کanal چند متر مکعب بر ثانیه بر متر خواهد بود اگر انرژی مخصوص برابر  $3$  متر باشد؟
- |          |           |
|----------|-----------|
| 3/13 (۲) | 1/0 (۱)   |
| 8/86 (۴) | 5/176 (۳) |

۲۶. آب با دبی  $s^4 / 5m^3$  و عمق  $m^{1/4}$ ، در یک کanal مستطیلی با عرض کف  $2m$  جریان دارد. حداکثر ارتفاع یک مانع موضعی در کف کanal چند سانتیمتر می‌تواند باشد تا در بالا دست مانع انسداد (پنگاب) backwater ایجاد نشود؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۶ (۳) ۳۳

۲۷. کanal مستطیلی با عرض  $1/5$  متر، جریان  $7/2$  متر مکعب در ثانیه را با عمق  $\frac{1}{2}$  متر حمل می‌کند. اگر بخواهیم در کف کanal مانعی قرار دهیم، حداکثر ارتفاع مانع برای اینکه جریان از روی آن بحرانی شود، چقدر است. ( $g = 10 m/s^2$ )

(۱) ۲۸ سانتیمتر (۲) ۵۲ سانتیمتر (۳) ۶۸ سانتیمتر

(۴)  $1/03$  متر

۲۸. مقطع کتترل.....

(۱) محل نصب دریچه است.

(۲) محلی است که در آن جریان بحرانی شود.

(۳) محل کتترل  $n$  مانینگ است.

(۴) محل اندازه گیری سرعت جریان است.

۲۹. یک کanal مستطیلی به عرض  $2$  متر، جریان  $3$  متر مکعب بر ثانیه را با عمق  $1/5$  متر حمل می‌کند. اگر بخواهیم در یک نقطه مانعی در کف قرار دهیم، به طوریکه جریان روی مانع بحرانی شود، مینیمم ارتفاع مانع چندسانتی متر باید باشد؟ ( $g = 9.8 m/s^2$ )

(۱) ۳۰ (۲) ۵۵ (۳)

۹۱ (۴) ۶۳

۳۰. جریان در کanalی با مقطع مستطیلی به صورت زیر بحرانی است. اگر در طول کوتاهی از مسیر در کف کanal فرو رفتگی ایجاد شود، عمق آب در محل فرو رفتگی نسبت به عمق آب در بالا دست....

(۱) کمتر است.

(۲) تغییر نمی کند.

(۳) زیادتر است.

۳۱. مقطع کتترل در جریانهای با سطح آزاد مقطعی است که در آن:

- ۱) دبی ماکزیم است.  
 ۲) سطح مقطع ماکزیم است.  
 ۳) شدت جریان به حداقل می‌رسد.  
 ۴) رابطه معینی بین دبی و عمق جریان وجود دارد.
۳۲. در یک کanal مستطیلی عمق جریان در بالای یک سرریز پهن  $0.5m = y$  است. اگر عرض کanal ۳ متر باشد دبی جریان ( $Q$ ) چند متر مکعب بر ثانیه است؟
- |         |         |
|---------|---------|
| ۱) ۰/۳۲ | ۲) ۲/۹۳ |
| ۳) ۳/۰۳ | ۴) ۳/۳  |
۳۳. مقطع یک کanal با جریان زیر بحرانی به‌طور موضعی تنگ می‌شود. رژیم جریان در مقطع تنگ شده کanal کدام است؟
- ۱) جریان بحرانی یا فوق بحرانی بوده و سطح آب بالا می‌رود.  
 ۲) جریان زیر بحرانی یا فوق بحرانی بوده و سطح آب ثابت می‌ماند.  
 ۳) جریان زیر بحرانی یا بحرانی بوده و سطح آب پایین می‌افتد.  
 ۴) در مقطع تنگ شده جهش هیدرولیکی ایجاد می‌شود.
۳۴. یک کanal مستطیل شکل به عرض ۴ متر و عمق ۳ متر جریان ۱۵ متر مکعب بر ثانیه را از خود عبور می‌دهد. در انتهای کanal تبدیلی وجود دارد که قرار است حداقل عرض ممکن را داشته باشد. مقدار عرض حداقل چند متر است (مشروطه بر اینکه شرایط بالا دست تغییر نکند)؟
- |         |        |
|---------|--------|
| ۱) ۱/۳۸ | ۲) ۱/۵ |
| ۳) ۱/۶۳ | ۴) ۲/۵ |
۳۵. در یک کanal مستطیل شکل عدد فرود برای عمق  $0.6$  متر برابر  $3$  می‌باشد مقدار دبی بحرانی چند متر است؟
- |         |         |
|---------|---------|
| ۱) ۳/۱۲ | ۲) ۱/۸  |
| ۳) ۱/۸  | ۴) ۱/۲۵ |
۳۶. جریان از مخزن سدی وارد کanal مستطیلی می‌شود. اگر رقوم سطح آب مخزن نسبت به رقوم کف کanal در محل آبگیر  $9$  متر باشد، حداقل دبی عبوری در واحد عرض کanal بر حسب متر مکعب در ثانیه در متر چقدر است؟

۷۶ (۱)

۴۶ (۳)

66/49 (۲)

۴۴ (۴)

۳۷. کanal ذوزنقه‌ای با عرض کف ۲ متر و شیب دیواره ۱:۱، جریان ۵/۵۳ متر مکعب در ثانیه را حمل می‌کند، عمق بحرانی برای این کanal چند سانتیمتر است؟

۹۲ (۲)

۸۰ (۱)

۱۳۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۳۸. در مورد محل کنترل جریانهای فوق بحرانی و زیر بحرانی در کانال‌ها کدام حالت صحیح است؟

(۱) جریان فوق بحرانی از بالا دست و جریان زیر بحرانی از پایین دست کنترل می‌شوند.

(۲) جریان فوق بحرانی از پایین دست و جریان زیر بحرانی از بالا دست کنترل می‌شوند.

(۳) جریان‌های فوق بحرانی و زیر بحرانی از بالا دست کنترل می‌شوند.

(۴) جریان‌های فوق بحرانی و زیر بحرانی از پایین دست کنترل می‌شوند.

۳۹. در یک کanal مستطیلی جریان فوق بحرانی با عدد فرود ۲ و عمق جریان ۰/۶۳ متر برقرار است. عمق بحرانی این کanal چند متر است؟

0/85 (۲)

0/5 (۱)

1/5 (۴)

۱ (۳)

۴۰. در یک کanal ذوزنقه‌ای بتنی، آب با سرعت بحرانی جریان دارد. چنانچه سطح مقطع کanal ۸ متر مربع و عرض فوقانی سطح آب در کanal ۶ متر باشد سرعت آب در کanal چقدر است؟ (عمق آب ۲ متر و  $z=1$ ).

$$3/63 \frac{m}{s} (۲)$$

$$3/43 \frac{m}{s} (۱)$$

$$5/43 \frac{m}{s} (۴)$$

$$3/93 \frac{m}{s} (۳)$$

۴۱. آب از دریاچه‌ای وارد کanal یا مقطع مثلث قائم الزاویه‌ای متساوی الساقین که بر روی شیب تند احداث شده می‌گردد، در صورتیکه اختلاف ارتفاع سطح آب در دریاچه تا ابتدای کف ورودی کanal برابر ۲/۵ متر باشد، میزان دبی چند متر مکعب بر ثانیه است؟

12/5 (۲)

1/6 (۱)

32 (۴)

18/4 (۳)

۴۲. عرض کف یک آبراهه مستطیلی که بتواند دبی CMS را در شرایط بحرانی و با عمق 1/2m از خود عبور دهد چند متر است؟

۳/۶۴(۲)

۱) کمتر از ۳

۴/۱۲ (۴)

۲) بیشتر از ۴

۴۳. منحنی نیروی ویژه به ما نشان می‌دهد که برای یک ثابت، اگر عمق اولیه ( $y_1$ ) کم شود، عمق ثانویه ( $y_2$ ).....

۱) ثابت می‌ماند و تغییری نمی‌کند.

۲) به همان نسبت نیز کم می‌گردد ولذا ارتفاع پرش ثابت می‌ماند.

۳) به نسبت بیشتر کم می‌گردد ولذا افت انرژی در پرش زیاد می‌شود.

۴) زیاد می‌شود، یعنی ارتفاع پرش هیدرولیکی زیاد می‌گردد.

۴۴. در یک کانال افقی با مقطع مستطیلی اعمق جریان قبل و بعد از پرش هیدرولیکی به ترتیب و می‌باشد. عمق بحرانی چند متر است؟

۰/۸۷۲(۲)

۱) ۰/۲۹۸(۱)

۱/۷۱۰ (۴)

۲) ۰/۹۴۴(۳)

۴۵. در یک کانال مستطیلی با شیب کم به عرض ۱۰ متر، آب با عمق ۱ متر و با عدد فرود ۵ جریان دارد. در این مقطع پرش هیدرولیکی ایجاد شده است. مقدار توان تلف شده ناشی از تشکیل این پدیده چند مگاوات خواهد شد؟ (وزن مخصوص

$$\text{آب} = ۱ \cdot \frac{N}{m^3} \cdot \gamma \cdot g \text{ می‌باشند؟}$$

20/5 (۲)

۱) 15/5 (۱)

10/5 (۴)

۲) 6/6 (۳)

۴۶. در جهش هیدرولیکی اگر مانعی بین دو مقطع بالادست و پایین دست پرش وجود داشته باشد، آنگاه عمق جریان در پایین دست پرش در مقایسه با حالت بدون مانع ....

۲) کمتر می‌شود

۱) بیشتر می‌شود

۴) پرش رخ نمی‌دهد

۳) تغییر نمی‌کند

۴۷. اگر عدد فرود جریان زیر بحرانی بعد از یک پرش هیدرولیکی  $0/2$  باشد عدد فرود

$$\left( \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right) \right)$$

$$8/00 \quad (2) \quad 5/05 \quad (1)$$

$$17/63 \quad (4) \quad 9/84 \quad (3)$$

۴۸. در یک کanal افقی با مقطع مستطیلی اعماق جریان قبل و بعد از پرش هیدرولیکی

به ترتیب  $0/5m$  و  $1/6m$  می‌باشد. عمق بحرانی چند متر است؟

$$0/872 \quad (2) \quad 0/298 \quad (1)$$

$$1/710 \quad (4) \quad 0/944 \quad (3)$$

۴۹. در پرش هیدرولیکی اعماق مزدوج برابر  $0/4$  و  $0/5$  متر اندازه گیری شده اند انرژی

تلف شده در پرش چند متر است؟

$$2/32 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$3/21 \quad (4) \quad 2/5 \quad (3)$$

۵۰. در رابطه با عمق مزدوج (conjugate) و عمق متناوب (Alternate) کدامیک درست

است؟

(۱) عمق مزدوج نوع جریان را مشخص می‌کند.

(۲) عمق متناوب در محاسبات جهش هیدرولیکی کاربرد دارد.

(۳) عمق مزدوج از رابطه انرژی و عمق متناوب از رابطه مومنتوم محاسبه می‌شود.

(۴) عمق مزدوج از رابطه مومنتوم و عمق متناوب از رابطه انرژی محاسبه می‌شود.

۵۱. بهترین مقطع هیدرولیکی مقطعی است که:

(۱) با یک شعاع هیدرولیکی ثابت، دبی آن ماکزیمم باشد.

(۲) با یک مساحت مقطع ثابت A پیرامون تر شده (P) آن ماکزیمم باشد.

(۳) با یک شعاع هیدرولیکی ثابت، مساحت مقطع A ماکزیمم باشد.

(۴) با یک مساحت مقطع ثابت، شعاع هیدرولیکی آن ماکزیمم باشد.

۵۲. شب بحرانی برای کanal مستطیلی با عرض  $1/5$  متر، دبی  $1/5$  متر مکعب در

ثانیه و  $n=0/014$  برابر است با:

$$(1) \frac{1}{2} \text{ درصد}$$

(2) اطلاعات کافی نیست

$$4/7 \text{ در هزار } (3)$$

$$9/8 \text{ در هزار } (4)$$

۵۳. بهترین سطح مقطع هیدرولیکی،  $A$  در یک مقطع ذوزنقه‌ای که در آن عمق آب  $y$  باشد برابر خواهد بود با:

$$A = 2\sqrt{3y} \quad (2)$$

$$A = \sqrt{3y^3} \quad (1)$$

$$A = 2\sqrt[3]{3y^2} \quad (4)$$

$$A = \frac{4}{3}\sqrt[3]{3y^3} \quad (3)$$

## پیوستها

پیوست ۱: جدول (الف) خواص فیزیکی آب در سیستم SI

دما °C	جرم مخصوص kg/m³	لزجت N-s/m³	کشش سطحی N/m	فشار بخار kPa	مدول حجمی kPa
۰	۹۹۹,۹	$1,۷۹۲ \times 10^{-۳}$	$۷,۶۲ \times 10^{-۴}$	۰,۵۸۸	$۲۰۴ \times 10^۳$
۵	۹۹۹,۰	$1,۰۱۹ \times 10^{-۳}$	$۷,۰۴ \times 10^{-۴}$	۰,۸۸۲	$۲۰۶ \times 10^۳$
۱۰	۹۹۹,۷	$1,۳۰۸ \times 10^{-۳}$	$۷,۴۸ \times 10^{-۴}$	۱,۱۷۶	$۲۱۱ \times 10^۳$
۱۵	۹۹۹,۱	$1,۱۴ \times 10^{-۳}$	$۷,۴۱ \times 10^{-۴}$	۱,۶۶۶	$۲۱۶ \times 10^۳$
۲۰	۹۹۸,۲	$1,۰۰۵ \times 10^{-۳}$	$۷,۳۶ \times 10^{-۴}$	۲,۴۴۷	$۲۲۰ \times 10^۳$
۳۰	۹۹۰,۷	$۰,۸۰۱ \times 10^{-۳}$	$۷,۱۸ \times 10^{-۴}$	۴,۲۹۷	$۲۲۳ \times 10^۳$
۴۰	۹۹۲,۲	$۰,۶۵۶ \times 10^{-۳}$	$۷,۰۱ \times 10^{-۴}$	۷,۴۰۰	$۲۲۷ \times 10^۳$
۵۰	۹۸۸,۱	$۰,۵۴۹ \times 10^{-۳}$	$۶,۸۲ \times 10^{-۴}$	۱۲,۲۲۰	$۲۳۳ \times 10^۳$
۶۰	۹۸۳,۲	$۰,۴۶۹ \times 10^{-۳}$	$۶,۶۸ \times 10^{-۴}$	۱۹,۶۰۰	$۲۲۸ \times 10^۳$
۷۰	۹۷۷,۸	$۰,۴۰۸ \times 10^{-۳}$	$۶,۵۰ \times 10^{-۴}$	۳۰,۷۰۰	$۲۲۰ \times 10^۳$
۸۰	۹۷۱,۸	$۰,۳۵۷ \times 10^{-۳}$	$۶,۳۰ \times 10^{-۴}$	۴۶,۴۰۰	$۲۱۱ \times ۱۰^۳$
۹۰	۹۶۵,۳	$۰,۳۱۷ \times 10^{-۳}$	$۶,۱۲ \times 10^{-۴}$	۶۸,۲۰۰	$۲۱۶ \times ۱۰^۳$
۱۰۰	۹۵۸,۴	$۰,۲۸۴ \times 10^{-۳}$	$۵,۹۴ \times 10^{-۴}$	۹۷,۰۰۰	$۲۰۷ \times ۱۰^۳$

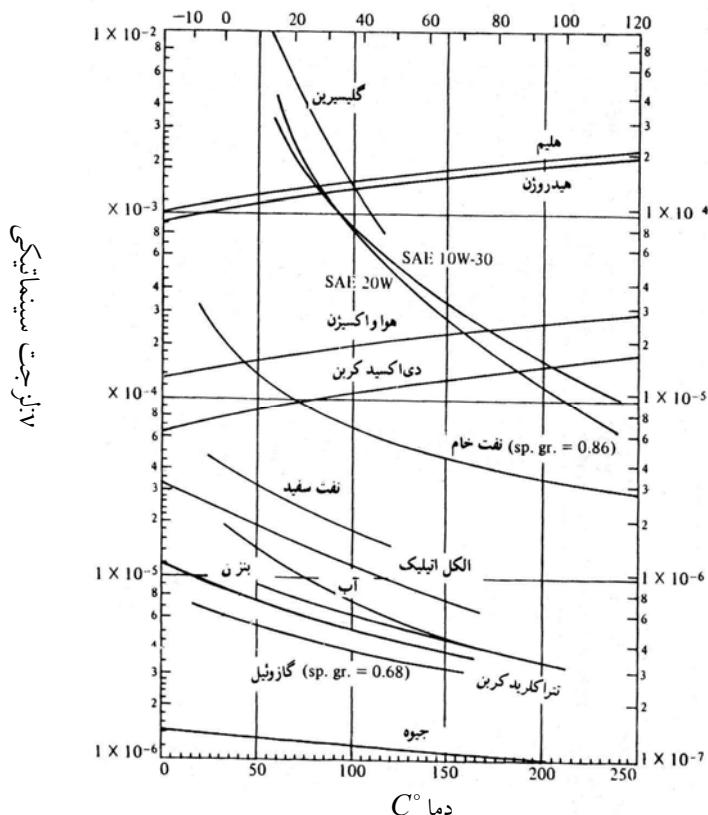
جدول (ب) خواص فیزیکی آب در سیستم انگلیسی

دما °F	جرم مخصوص slug/ft³	لزجت lb-s/ft³	کشش سطحی lb-s/ft	فشار بخار psi	مدول حجمی psi
۳۲	۱,۹۴	$۳,۷۵ \times 10^{-۳}$	$۰,۵۱۸ \times 10^{-۴}$	۰,۰۸۹	$۲۹۲ \times ۱۰^۳$
۴۰	۱,۹۴	$۳,۲۲ \times 10^{-۳}$	$۰,۵۱۴ \times 10^{-۴}$	۰,۱۲۲	$۲۹۴ \times ۱۰^۳$
۵۰	۱,۹۴	$۲,۷۷ \times 10^{-۳}$	$۰,۵۰۹ \times 10^{-۴}$	۰,۱۷۸	$۳۰۰ \times ۱۰^۳$
۶۰	۱,۹۴	$۲,۳۶ \times 10^{-۳}$	$۰,۵۰۴ \times 10^{-۴}$	۰,۲۵۶	$۳۱۱ \times ۱۰^۳$
۷۰	۱,۹۴	$۲,۰۵ \times 10^{-۳}$	$۰,۵۰۰ \times 10^{-۴}$	۰,۳۴۰	$۳۲۰ \times ۱۰^۳$
۸۰	۱,۹۳	$۱,۸۰ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۹۲ \times 10^{-۴}$	۰,۵۰۷	$۳۲۲ \times ۱۰^۳$
۹۰	۱,۹۳	$۱,۶۰ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۸۶ \times 10^{-۴}$	۰,۶۹۸	$۳۲۲ \times ۱۰^۳$
۱۰۰	۱,۹۳	$۱,۴۲ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۸۰ \times 10^{-۴}$	۰,۹۴۹	$۳۲۷ \times ۱۰^۳$
۱۱۰	۱,۹۲	$۱,۱۷ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۶۵ \times 10^{-۴}$	۱,۶۹	$۳۳۳ \times ۱۰^۳$
۱۲۰	۱,۹۱	$۰,۹۸ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۵۴ \times 10^{-۴}$	۲,۸۹	$۳۳۳ \times ۱۰^۳$
۱۳۰	۱,۹۰	$۰,۸۴ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۴۱ \times 10^{-۴}$	۴,۷۴	$۳۲۶ \times ۱۰^۳$
۱۴۰	۱,۸۸	$۰,۷۳ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۲۶ \times 10^{-۴}$	۷,۰۱	$۳۱۸ \times ۱۰^۳$
۱۵۰	۱,۸۷	$۰,۶۴ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۱۲ \times 10^{-۴}$	۱۱,۰۳	$۳۰۸ \times ۱۰^۳$
۱۶۰	۱,۸۶	$۰,۵۹ \times 10^{-۳}$	$۰,۴۰۴ \times 10^{-۴}$	۱۴,۷	$۳۰۰ \times ۱۰^۳$

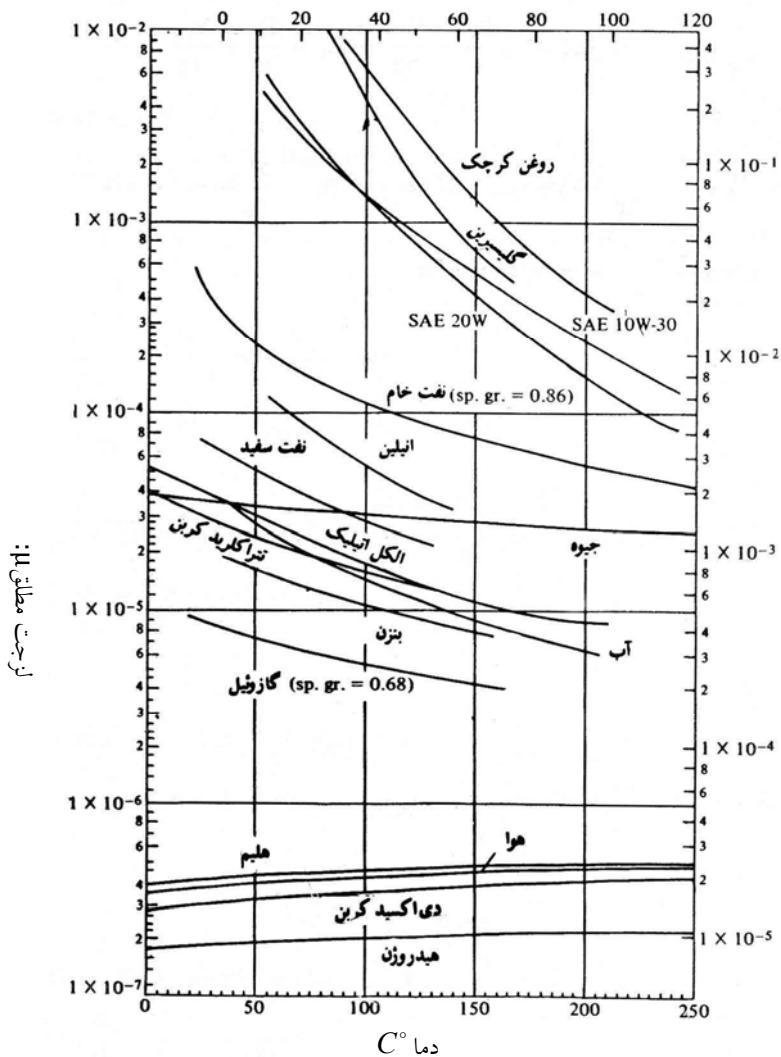
## پیوست ب) علائم اختصاری، نشانه‌ها و آحاد

واحد انگلیسی	واحد SI	نشانه	
ft/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	a	شتاب
ft/s	m/s	V	سرعت
ft <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	A	مساحت
ft.lb/slug. <sup>°</sup> R	j/kg. K	c <sub>p</sub>	گرمای ویژه در فشار ثابت
ft.lb/slug. <sup>°</sup> R	j/kg. K	c <sub>v</sub>	گرمای ویژه در حجم ثابت
-	-	c <sub>c</sub>	ضریب انفاض
-	-	c <sub>d</sub>	ضریب دبی
-	-	c <sub>D</sub>	ضریب دراگ
ft/s	m/s	C	سرعت صوت یا سرعت موج
ft.lb	J	E	انرژی
lb	N	FB	نیروی شناوری
-	-	Fr	عدد فرود
ft/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	g	شتاب نقل
ft	m	h	هد انرژی و فاصله قائم
ft	m	hf	افت هد انرژی از اصطکاک
ft	m	H	هد انرژی
ft	m	HGL	خط تراز هیدرولیکی
ft'	m'	I	گشتاور ماند
-	-	k	ضریب افت
ft	m	L	طول
-	-	ln	لگاریتم طبیعی
Slug	Kg	m	جرم
-	-	Ma	عدد ماخ
-	-	n	ضریب زبری مانینگ
ft'/s / ft	m'/s / m	q	دبی در واحد عرض
ft'/s	m'/s	Q	دبی
ft	m	r	شعاع
ft	m	R	شعاع
ft.lb/slug. <sup>°</sup> R	j/kg. K	R	ثابت عمومی گازها
-	-	Re	عدد رینولدز
-	-	Sg	چگالی
s	s	t	زمان
°F	°C	t	دما
lb.ft	N.m	T	گشتاور
ft/s	m/s	V <sub>پا</sub> U	سرعت
ft/s	m/s	U <sub>و</sub>	سرعت برشه
lb	N	w	وزن
ft	m	x <sub>p</sub>	فاصله تا مرکز فشار
ft	m	y	فاصله یا عمق
ft	m	z	فاصله قائم(ارتفاع)
-	-	α	ضریب تصحیح انرژی
-	-	θ	زاویه

-	-	$\beta$	ضریب تصحیح اندازی حرکت
ft	m	$\gamma$	وزن مخصوص
ft	m	$\delta$	ضخامت لایه مرزی
ft	m	$\delta_1$	ضخامت زیر لایه مرزی
$ft^2 / s$	$m^2 / s$	$\varepsilon$	لرجه گردابهای سینماتیکی
ft	m	$\varepsilon$	ارتفاع زبری
$Lb.s / ft^2$	$N.s / m^2$	$\eta$	لرجه گردابهای
$lb.s / ft$	$N.s / m^2$	$\mu$	ضریب لرجه دینامیکی
$ft^2 / s$	$m^2 / s$	$\nu$	ضریب لرجه سینماتیکی
$ft^2 / s$	$m^2 / s$	$\phi$	پتانسیل سرعت
$lb / ft^r$	$Kg / m^r$	$\rho$	جرم مخصوص
$lb / ft$	N/s	$\sigma$	کشش سطحی
-	-	$\sigma$	شاخص کاویتاسیون
ft/s	m/s	$\Psi$	تابع جریان
Rad/s	Rad/s	$\omega$	سرعت زاویه‌ای



شکل: لرجه سینماتیک برخی از مایعات و گازها در فشار اتمسفر



شکل: لزجت مطلق برخی از مایعات و گازها

## منابع:

۱. افضلی مهر،حسین ؛ (زمستان ۱۳۸۶).آموزش مکانیک سیالات. چاپ سوم، اصفهان،انتشارات ارکان
  ۲. افضلی مهر،حسین ۱۳۳۸.حیلدر پور،منوچهر- ۱۳۸۰،مبانی هیدرودینامیک کانال‌های باز،اصفهان،انتشارات ارکان
  ۳. امیر اشاری ساسان؛ ۱۳۸۹.مکانیک سیالات،تهران،انتشارات سیمای دانش
  ۴. ایرونیگ، اچ شیمز ؛ مکانیک سیالات،ترجمه علیرضا انتظاری (۱۳۸۰). تهران،انتشارات نورپردازان
  ۵. جارویس،پترج؛ ۱۳۸۷..مکانیک سیالات مهندسی.تألیف محمد مقیمان، محمد خاوری، مشهد، جهاد دانشگاهی مشهد
  ۶. حسینی، محمود،ابرشمشی،جلیل، ۱۳۳۹.هیدرولیک کانال‌ها باز.مشهد،انتشارات دانشگاه امام رضا(ع)
  ۷. رایرت ا،استریت؛گری زد،واترز؛جان کی ورنارد،مبانی مکانیک سیالات.(پاییز ۱۳۸۶)ترجمه محسن شیرزاد، ویراستار،ابراهیم ابوکاظمه،تهران،انتشارات نورپردازان
  ۸. سعیم پور، محمد، پاییز ۱۳۸۲.مکانیک سیالات.تهران،پژوهش، ۱۳۸۵
  ۹. شمسایی، ابوالفضل؛ پاییز ۱۳۸۳،سیستم‌های انتقال آب، چاپ دوم،انتشارات صنعتی امیر کبیر
  ۱۰. فرانک، ام وايت؛ مکانیک سیالات،ترجمه کریم موسوی نسب، (۱۳۸۵). تهران،مرکز نشر صدا
  ۱۱. فرداد، عباسعلی؛ (۱۳۸۲).مکانیک سیالات.تهران،انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران
  ۱۲. فضلی، بابک؛ رنجبر رنجور جاده؛ ۱۳۵۸؛ هیدرولیک مجاري باز، مازندران، انتشارات ساری: شلفین ۱۳۸۸
  ۱۳. قمشی، مهدی؛ امام قلی، مهدی؛ ۱۳۸۲. مکانیک سیالات و هیدرولیک به زبان ساده، انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز
  ۱۴. کله‌چی، کوروش؛ ۱۳۸۴،مجموعه سوالات طبقه‌بندی شده آزمون کارشناسی ارشد مکانیک سیالات، تهران،جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی امیرکبیر
  ۱۵. مدنی، حسن؛ (زمستان ۱۳۸۵).مکانیک سیالات و هیدرولیک. انتشارات دانشگاهی واحد علامه طباطبایی
  ۱۶. معیری، محمد صادق؛ مکانیک سیالات،انتشارات دانشگاه صنعتی شریف
  ۱۷. ناکایاما، یاسوکی؛ مقدمه‌ای بر مکانیک سیالات. ترجمه محمد حسن شجاعی فرد،فاطمه بویاغچی، علیرضا نورپور هشتروodi، تهران، انتشارات دانشگاه علم و صنعت
  ۱۸. نبهانی،نادر؛ (۱۳۸۴).مکانیک سیالات.چاپ دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف
  ۱۹. ویکتور، استریتر؛ بنجامین، وایلی؛ مکانیک سیالات، ترجمه علیرضا انتظاری، (۱۳۷۸). تهران، انتشارات نور پردازان
20. ASHRAE Handbook of Fundamentals, ASHRAE, Atlanta, 1981.
21. Cengel, Y.A., Cimbala J.M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill; 1st ed., 2004
22. Colebrook,C.F., "Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to
- 23.the Transition Between the Smooth and Rough Pipe Laws," Journal of the
- 24.Institute of Civil Engineers London, Vol. 11, 1939.
25. Eck, B.,Technische Stromungslehre, Springer-Verlag, Berlin, Germany , 1957.
26. Eck, B., Technische Stromungslehre, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1957.
27. F.Young, Theodore H. Okunishi, Wiley India, New Delhi, 2009 Edition.

28. Fluid Mechanics of Internal Flow, Sovran, G., ed., Elsevier, Amsterdam
29. Fox, R.W., McDonald, A.T., Pritchard, P.J., Introduction to Fluid Mechanics, Wiley; 6th ed., 2003
30. Fundamentals of Fluid Mechanics' – Bruce R. Munson, Donald
31. Giles, R.V., Liu, C., Evett, J.B., Evett, J., Schaum's 17. Outline of 25. Fluid Mechanics and Hydraulics, McGraw-Hill; 3rd ed., 1994
32. Glyn James, Advanced Modern Engineering Mathematics, Pearson Education (2007).
33. Hinze, J. O., Turbulence, 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, 1975.
34. Introduction To Fluid Mechanics' – Edward J. Shaughnessy,Jr; Ira 29.m. Katz;; James p Schaffer, Oxford University Press, New Delhi, 2005 Edition.
35. Moody, L. F., "Friction Factors for Pipe Flow," Transactions of the ASME, Vol.66,1944.
36. Munson,B.R., Young, D.F., Okiishi,T. H., 11. Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley;5thed.,2005
37. Munson, B.R., Young, D.F., Okiishi, T. H., A Brief 15. Introduction to Fluid Mechanics, Wiley; 3th ed., 2004
38. Nikuradse,J., "Stomungsgesetz in Rauhen Rohren,"VDI- Forschungsch, No. 361, 1933; or see NACA Tech Memo 1922.
39. Shames, I., Mechanics of Fluids, McGraw-Hill; 4th ed., 2002
40. Shames,I.H.(1993)Mechanics of fluid Mc Graw-Hill Book Company
41. Streeter,VictorL.(1993).Fluids Mechanics ,Mac Graw-Hill Inc.
42. Text Book Of Fluid Mechanics& Hydralic Machines'- R.K.Bansal, Laxmi Publications, New Delhi, 2008 Edition
43. Veerarajan, T.,Engineering Mathematics(For First Year),Tata McGraw-Hill Pub. Pvt Ltd., New Delhi (2006).
44. Venard,J.K(1991) Elementary Fluid Mechanics john Wily and Sony,Inc.
45. White, F.M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill; 5th ed., 2002

[hadisiasar@yahoo.com](mailto:hadisiasar@yahoo.com)

hadisiasar@gmail.com