

# فصل دوم

## استاتیک سیالات

### ۱-۲ مقدمه

استاتیک سیالات شاخه‌ای از مکانیک سیالات است که سیال را در حالت سکون بررسی می‌کند و تغییرات فشار و نیروهای وارد بر اجسام غوطه‌ور مورد بحث قرار می‌گیرد. در این فصل سیالی را بررسی می‌کنیم که یا ساکن یا به‌صورتی در حرکت است که حرکت نسبی بین ذرات (لایه‌ای از سیال) با ذرات لایه مجاورش وجود ندارد. و در هر دو حالت، تنش برشی در سیال وجود ندارد و تنها نیروی سطحی که بر ذرات اثر می‌گذارد نیروی فشاری (عمودی) است.

همان‌طور که خواهیم دید، نیروهای فشاری (عمودی) که توسط سیالات منتقل می‌شوند در بسیاری از موارد مهم‌اند. با استفاده از اصول هیدرواستاتیک، می‌توانیم نیروهای وارد بر اشیاء غوطه‌ور را محاسبه کنیم، که در طراحی ساختمان کشتی‌ها، سدها، دریچه‌های هیدرولیکی و غیره مهم‌اند.

### ۲-۲ فشار

فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن عبارت است از نیرویی که توسط سیال بر واحد سطح در آن نقطه وارد می‌شود.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{(نیروی وارده)}}{\text{(سطح)}} \quad (۱-۲)$$

واحد فشار در سیستم SI نیوتن بر متر مربع ( $N/m^2$ ) میباشد که برابر یک پاسکال  $Pa$  است و واحد فشار در سیستم انگلیسی پوند بر فوت مربع  $\frac{lb}{ft^2}$  (psf) و یا پوند بر اینچ مربع (psi) می باشد.

$$\left( \frac{lb}{in^2} = psi, \quad \frac{kg}{cm^2} = bar, \quad \frac{N}{m^2} = Pa \right)$$

فشار سیالات دارای دو خاصیت عمده زیر است:

الف) فشار هیدرو استاتیک در هر نقطه از سیال، بر هر سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شود، عمود است. علت این امر آن است که هنگامی که سیال به حالت تعادل است، تنش های کششی یا برشی را نمی تواند تحمل کند، بنابراین تنها برآیند عمودی نیروها موثر خواهد بود. به عبارت دیگر، فشار هیدرو استاتیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می کند.

ب) فشار هیدرو استاتیک در هر نقطه، در تمام جهات دارای مقدار مساوی است. به عبارت دیگر، میزان فشار به امتداد سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شده است، بستگی ندارد.

ماهیت فشار در مایعات و گازها متفاوت است. در مایعات فاصله ملکول ها نسبتاً کم است، به این دلیل ملکول ها قادرند نیروهایی که بر هر یک از آنها وارد می شود به ملکول های دیگر منتقل کنند. بنابراین ملکول هایی که در عمق معین از یک مایع قرار دارند نیروی وزن ملکول های بالاتر را به قسمت پایین انتقال می دهند. در نتیجه فشار در هر نقطه از یک مایع ساکن از وزن ذرات مایعی که در ارتفاع بالاتر از آن قرار دارند ناشی می شود. در گازها چون فاصله ملکول ها نسبتاً زیاد است، وزن یک ملکول گاز نمی تواند به ملکول دیگر منتقل شود. بنابراین عامل فشار در گازها وزن آنها نیست بلکه از ضربات ملکول هایی که به یک سطح برخورد می کنند ناشی می شود. هر چه تعداد این ضربات بیشتر باشد فشار بیشتر خواهد بود. برای مثال هر چه از سطح دریا بالاتر می رویم فشار هوا کاهش می یابد. علت این امر، کاهش جاذبه زمین و کاهش تعداد ملکول ها در واحد حجم است که در پی آن تعداد ضربات وارد بر واحد سطح یعنی فشار کاهش می یابد.

### نکات کلیدی:

اگر دو نقطه در ارتفاعهای یکسانی قرار داشته باشند، لزوماً دارای فشارهای یکسانی خواهند بود حتی اگر نقاط در یک صفحه افقی در ارتباط مستقیم نباشند.   
 قانون پاسکال: فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن در کلیه جهات یکسان بوده و مستقل از جهت یعنی:

$$P_x = P_y = P_z = P \quad (2-2)$$

هر گاه سیال ساکن نبوده و لایه‌های آن نسبت به هم حرکت داشته باشند فشار در یک نقطه را میانگین فشار در جهات مختلف در نظر می‌گیریم.

$$p = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z) \quad (3-2)$$

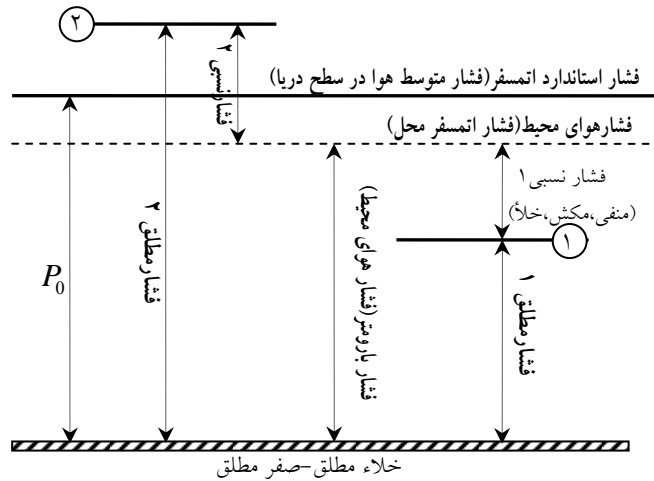
سطح آزاد عبارت است از سطح مشترک یک مایع و یک گاز و یا سطح مشترک دو مایع غیر محلول در یکدیگر.

### ۳-۲ فشار استاتیکی و فشار دینامیکی

هنگامی که از فشار سیال سخنی به میان می‌آید، مقصود نیرویی است که سیال ساکن در هر نقطه بر واحد سطح اعمال می‌کند و به آن فشار استاتیکی گفته می‌شود یا به‌طور ساده، فشار می‌گویند. اگر سیال در حال حرکت باشد، توده سیال در حال حرکت نیز نیرویی بر واحد سطح اعمال می‌کند که فشار دینامیکی نام دارد. بدیهی است فشار دینامیکی از سرعت سیال ناشی می‌شود و بنابراین مقدار آن به سرعت نسبی سیال و صفحه بستگی دارد.

### ۴-۲ فشار نسبی و فشار مطلق

فشار را می‌توان نسبت به هر مبنای دلخواه بیان کرد. اما معمولاً یا نسبت به صفر مطلق یا نسبت به اتمسفر محلی بیان می‌شود. فشار نسبت به خلا مطلق را فشار مطلق گویند. فشار نسبت به فشار اتمسفر محلی را فشار نسبی گویند.



شکل ۱-۲ مبنا و واحدهای اندازه‌گیری فشار

در مکانیک سیالات فشار مطلق بندرت بکار می‌رود. در این کتاب منظور ما از فشار، همیشه همان فشار نسبی خواهد بود (مگر اینکه یاد آور شویم). و در تمام فرمولها منظورمان از علامت  $P$  همان فشار نسبی می‌باشد و اگر چنانچه لازم آید که فشار مطلق را در محاسبات بکار ببریم کافی است که فشار جو را  $101/3 \text{ KPa}$  به فشار نسبی اضافه کنیم. در حالت کلی مقایسه‌های فشار به شکلهای زیر تقسیم می‌شود.

**فشار صفر مطلق (خلأ مطلق یا کامل):** پائین‌ترین فشار ممکن که در آن صفر مطلق به‌عنوان مبنا است. در این فشار خلأ کامل وجود دارد.

**فشار اتمسفر محلی:** همان فشار اطراف ما می‌باشد و با شرایط محیط (آب و هوا و ارتفاع) تغییر می‌کند و ممکن است بیشتر و یا کمتر از فشار استاندارد باشد (مبنای فشار نسبی).

**فشار اتمسفر استاندارد:** فشار متوسط در سطح دریا می‌باشد و برابر:

$$P_0 = 1 \text{ atm} = 101/325 \text{ kPa} = 1/0132 \text{ bar} = 14/7 \text{ psi} = 10/34 \text{ mHg} = 760 \text{ mmHg}$$

**فشار نسبی (فشار درجه، گیج یا بارومتر):** هنگامی که فشار یک سیال نسبت به فشار اتمسفر محلی اندازه‌گیری شود آنرا فشار نسبی گویند.

**فشار مطلق:** هنگامی که فشار بر حسب اختلاف آن باخلاً کامل یا مطلق بیان شود آن را فشار مطلق گویند. بنابراین با توجه به شکل (۲-۱) بین فشار مطلق و فشار نسبی رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$(۲-۴) \quad \text{فشار نسبی } ۲ + \text{فشار بارومتر (فشار هوای محیط)} = \text{فشار مطلق } ۲$$

$$\text{فشار نسبی } ۱ (\text{منفی، مکش، خلاً}) - \text{فشار بارومتر (فشار هوای محیط)} = \text{فشار مطلق } ۱$$

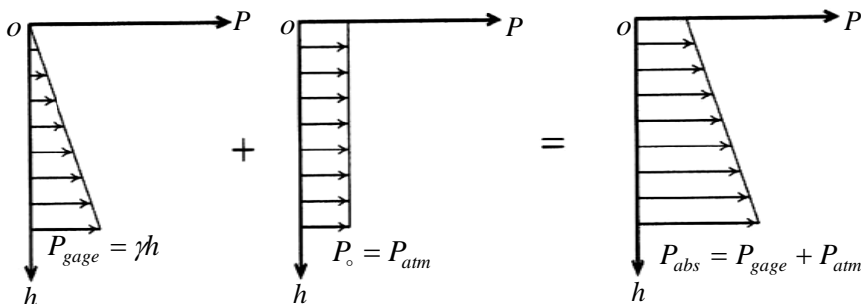
$$P_{abs} = P_{bar} + P_{gage} \quad \text{یا (۲-۵)}$$

**فشار منفی (مکش یا خلاً):** در صورتی که فشار در زیر فشار اتمسفر محلی باشد آن را فشار منفی (مکش یا خلاً) می‌گویند.

**نکته:**

فشار بیشتر از فشار اتمسفر را فشار نسبی و فشار کمتر از فشار اتمسفر را فشار خلاء گویند. در حل مسائل فشار نسبی را با عدد مثبت برای مثال ۶۰۰+ پاسکال و فشار خلاء را با عدد منفی ۶۰۰- پاسکال نشان می‌دهند.

نمودارهای شکل (۲-۲) مقایسه‌ای را جهت درک بهتر فشار نسبی و فشار مطلق ارائه می‌دهند.



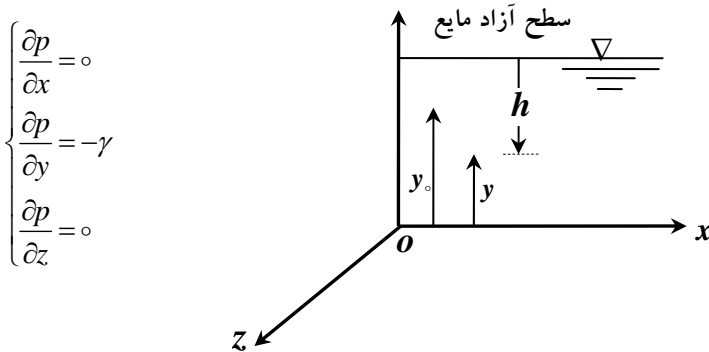
شکل ۲-۲

مثال ۲-۱: اگر فشار اتمسفر در ناحیه‌ای ۱/۵ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع باشد، میزان فشار در نقطه‌ای واقع در عمق ۳ متری زیر سطح آب را حساب کنید؟

$$P = P_o + \gamma h = 1/5 + \frac{1 \times 3 \times 100}{1000} = 1/8 \text{ kg/cm}^2$$

## ۵-۲ محاسبه فشار در مایعات

اگر مایع ساکنی را با سطح آزاد مشخص در نظر بگیریم، در آن صورت خواهیم داشت:



شکل ۳-۲

این روابط نشان می‌دهند که فشار تابعی از  $x$  و  $z$  نیست و تنها در راستای  $y$  تغییر می‌کند، بنابراین می‌توان در معادله  $\frac{\partial P}{\partial y} = -\gamma$  از مشتق معمولی استفاده کرد و معادله اساسی هیدرواستاتیک که تغییرات فشار نسبت به عمق سیال می‌باشد را نوشت:

$$\frac{dP}{dy} = -\gamma \quad (۶-۲)$$

این معادله برای هر سیال ساکن (مایع و گاز) در میدان جاذبه معتبر است صادق است و برای محاسبه توزیع فشار باید از این معادله بین دو حد مناسب انتگرال گیری کنیم. اگر فشار در سطح آزاد مایع را با  $P_0$  نشان دهیم و بدانیم که مقدار آن برابر فشار اتمسفر ( $P_{atm}$ ) است، در آن صورت با انتگرال گیری از معادله مذکور از  $y_0$  با فشار  $P_0$  تا  $y$  با فشار  $P$  خواهیم داشت:

$$dP = -\gamma dy \rightarrow \int_{P_0}^P dP = -\int_{y_0}^y \gamma dy$$

حال اگر مایع مورد نظر همگن و غیر قابل تراکم باشد، یعنی وزن مخصوص آن مقدار ثابتی داشته باشد، در آن صورت با لحاظ کردن  $h = y_0 - y$ ، بعنوان فاصله از سطح آزاد مایع، می‌توان نوشت:

$$P - P_0 = \gamma(y - y_0) = \gamma h$$

$P - P_0$  را که فشار نسبی یا فشار گیج نامیده می‌شود، با  $P_{gage}$  نمایش می‌دهند و نشان دهنده فشار مایع بدون در نظر گرفتن فشار ناشی از اتمسفر در محل است. عبارت دیگر می‌توان گفت فشار نسبی، فشاری است که نسبت به فشار محیط سنجیده می‌شود. با توجه به روابط ذکر شده مقدار فشار نسبی برابر است با:

$$P_{gage} = \gamma h \quad (۷-۲)$$

ولی چنانچه هدف تعیین فشار کل یعنی مجموع فشار مایع و فشار اتمسفر باشد، در آنصورت از فشار مطلق که با  $P_{abs}$  نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. فشار مطلق، فشاری است که نسبت به خلأ مطلق (فشار صفر مطلق) سنجیده می‌شود و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P - P_0 = \gamma h \rightarrow P = P_0 + \gamma h \rightarrow P_{abs} = p_{atm} + P_{gage} \quad (۸-۲)$$

که در آن  $\gamma$  وزن مخصوص سیال بر حسب  $\left(\frac{N}{m^3}\right)$ ؛  $P$  فشار در هر نقطه از سیال، بر حسب  $\left(Pa = \frac{N}{m^2}\right)$  و  $h$  عمق است و برابر  $(y - y_0)$  می‌باشد و بر حسب  $(m)$  است. اغلب در مایعات بهتر است که مبدا دستگاه مختصات را در سطح آزاد مایع (سطح مرجعی) که معمولاً فشار یک اتمسفر است در نظر بگیریم.

## ۲-۶ تغییر فشار با عمق

فشار را می‌توان بر حسب ارتفاع ستون مایع نیز بیان کرد که معادل نیروی وارد به واحد سطح، در کف ستون است.

فشار هر نقطه یک مایع به طور مستقیم متناسب با عمق آن افزایش می‌یابد (عمق نسبت به سطح آزاد مایع) این موضوع را می‌توان با در نظر گرفتن سطح کوچکی از مایع که در عمق  $h$  نسبت به سطح آزاد مایع قرار گرفته روشن نمود. (شکل ۲-۴)

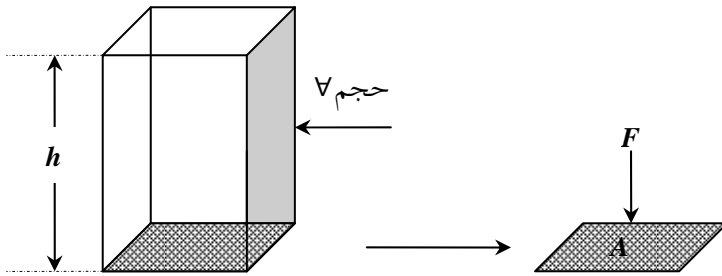
وزن مایع بالای سطح

$$F = W = \gamma V = \rho g . A . h$$

$$P = \frac{F}{A} = \rho g h$$

$$P = \rho g h = \gamma h \quad (۹-۲)$$

در این رابطه فشار  $P$  (نیوتن بر متر مربع یا پاسکال)؛  $F$  نیروی وارد بر سطح (نیوتن)؛  $\rho$  جرم مخصوص (کیلوگرم بر متر مکعب)،  $g$  شتاب ثقل (متر بر مجذور ثانیه) و  $h$  ارتفاع آب (متر) است.



شکل ۲-۴

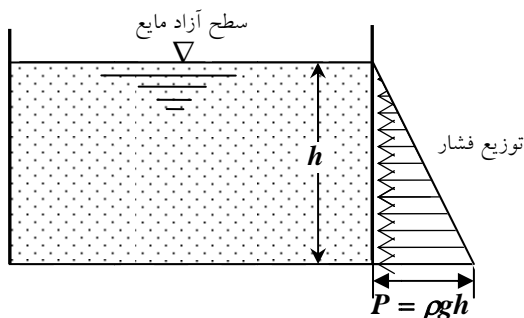
## نکات:

☞ در یک سیال ساکن، فشار در راستای افق ثابت و در راستای قائم به صورت خطی تغییر می‌کند.

☞ فشار ناشی از سیال در هر نقطه داخل آن بستگی به شکل ظرف ندارد. به عنوان مثال اگر دو استوانه با قطره‌های مختلف دارای سیال با ارتفاع یکسان باشند، فشار در کف آنها مساوی است.

☞ فرمول (۹-۲) نشان می‌دهد که فشار درون مایع از وزن آن ناشی می‌شود و از آنجا که فشار با عمق تناسب مستقیم دارد توزیع آن مثلث گونه خواهد بود. منحنی تغییرات فشار هیدرواستاتیک برای یک سیال با سطح آزاد به شکل زیر می‌باشد:

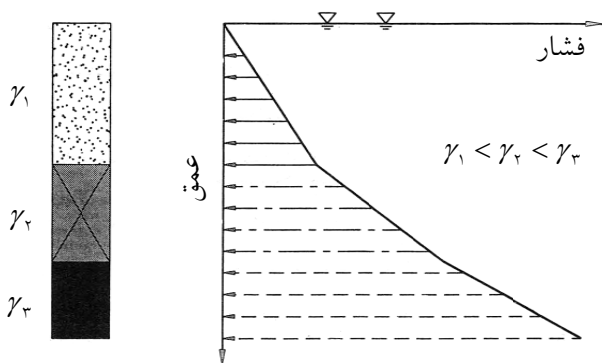




شکل ۲-۵

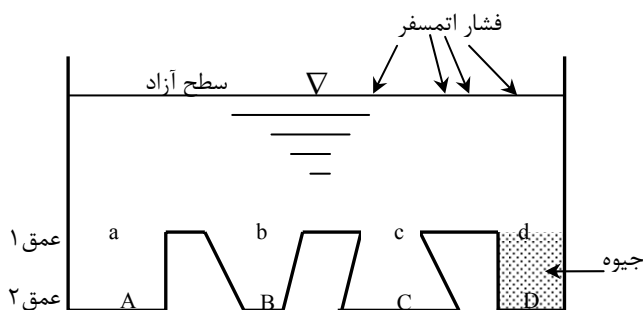
اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار متعارفی واقع باشد این فرمول فشار نسبی در عمق  $h$  را نشان می‌دهد و اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار دیگری غیر از فشار متعارفی باشد می‌بایست مقدار آن را منظور داشت (یعنی از مقدار داده شده توسط فرمول (۲-۹) کم نمود و یا به آن افزود).

اگر مایعات با وزن مخصوص‌های مختلف روی هم قرار گیرند، منحنی تغییرات فشار هیدرواستاتیک به صورت یک خط مستقیم نبوده و در فصل مشترک مایعات مختلف دارای شکستگی خواهد بود. و هر چه وزن مخصوص مایع زیادتر باشد زاویه تماس خط نسبت به محور قائم بیشتر خواهد شد.



شکل ۲-۶

از معادله اساسی فشار هیدرواستاتیک می‌توان نتیجه گرفت: در سیال ساکن یکنواخت با توزیع همگون، فشار فقط با فاصله عمودی تغییر می‌کند و با شکل ظرف خود ارتباطی ندارد. در یک صفحه افقی داخل سیال، فشار در تمام نقاط یکنواخت است و با افزایش عمق بیشتر می‌شود. مثلاً در شکل (۷-۲) سطح آزاد در فشار اتمسفر یک صفحه افقی است و نقاط  $a, b, c$  و  $d$  در عمق‌های مساوی و در صفحه‌ای افقی قرار دارند که به وسیله سیال آب به هم مرتبط‌اند، بنابراین فشار تمام این نقاط یکسان است. همچنین در نقاط  $A, B$  و  $C$  که همگی در کف قرار گرفته‌اند و نسبت به نقاط قبلی به یک اندازه افزایش دارند نیز صادق است، اما نقطه  $D$  اگر چه در همان عمقی قرار دارد که نقاط  $A, B$  و  $C$  واقعند، اما به دلیل واقع شدن در زیر سیال دیگر (جیوه) فشار متفاوتی دارد.



شکل ۷-۲

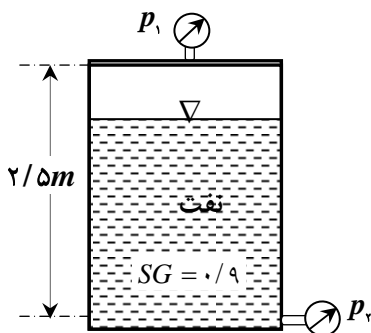
## ۷-۲ تغییرات فشار در سیال ساکن تراکم پذیر

تغییر فشار با ارتفاع برای سیالات تراکم پذیر از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$P = P_0 e^{-\left[\frac{\gamma_0 (y - y_0)}{P_0}\right]} = P_0 e^{-\left[\frac{g (y - y_0)}{RT}\right]} \quad (۱۰-۲)$$

که در آن  $g$  شتاب جاذبه،  $R$  ثابت گاز،  $T$  دمای مطلق ثابت آن،  $P_0$  فشار در ارتفاع  $y_0$  و  $P$  فشار در ارتفاع  $y$  می‌باشند.

**مثال ۷-۲:** مخزن سوختی را که در شکل (۸-۲) نمایش داده شده در نظر می‌گیریم. فشار عقربه در قاعده مخزن را در حالتی که فشار بالای مخزن مقادیر صفر، یا  $25 \text{ Kpa}$  و یا  $10 \text{ Kpa}$  را نشان می‌دهد، تعیین نمایید.



حل:

$$P = \rho gh$$

$$P = 0.9 \times 1000 \times 9.81 \times 2.5 \text{ (pa)} = 22.1 \text{ kPa}$$

$$P_2 = P_1 + 22.1 \text{ kPa} = 22 \text{ KPa} \quad \text{الف) اگر } P_1 = 0 \text{ باشد}$$

$$P_2 = P_1 + 22.1 \text{ kPa} = 25 + 22.1 = 47.1 \text{ kPa} \quad \text{ب) اگر } P_1 = 25 \text{ kPa}$$

$$p_2 = P_1 + 22.1 \text{ kPa} = -10 + 22.1 = 12.1 \text{ kPa} \quad \text{ج) اگر } P_1 = -10 \text{ kPa}$$

مثال ۲-۳: شدت فشار را در عمق ۶m آب بر حسب pa محاسبه کنید در

صورتی که قرائت بارومتر، ۷۶cmHg باشد، فشار مطلق در عمق ۶ m را محاسبه کنید؟

$$P_g = \gamma h = \rho gh = 1000 \times 9.81 \times 6 = 58836 \text{ Pa} \quad \text{یا} \quad 58.836 \text{ kPa}$$

$$\text{شدت فشار} = P_g = \gamma h = \rho gh = 1000 \times 9.81 \times 6 = 58836 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار اتمسفر} = \rho_g gh_g = (13.57 \times 1000 \times 9.81) \times 0.76 = 101131.24 \text{ Pa}$$

$$\text{فشار اتمسفر} + \text{فشار نسبی} = \text{فشار مطلق}$$

$$58836 + 101131.24 = 159967.24 \text{ Pa}$$

مثال ۲-۴: عمق آب و جیوه را برای فشار ۵۰ kpa مقایسه کنید؟

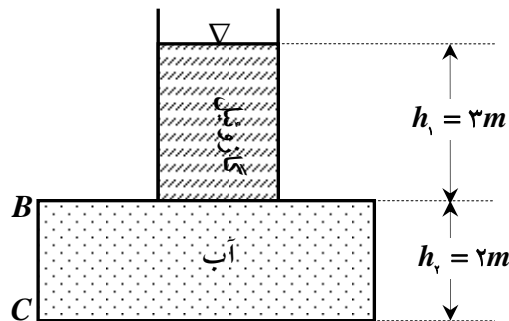
حل:

$$p = \gamma h$$

$$h = \frac{50 \times 1000 \text{ N/m}^2}{9806 \text{ N/m}^3} = 5.1 \text{ m} \quad \text{برای آب}$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{P}{\gamma_w \cdot SG_{Hg}} = \frac{5000 \frac{N}{m^2}}{9806 \frac{N}{m^3} \times 13/57} = 0/375m \quad \text{برای جیوه}$$

مثال ۲-۵: مطابق شکل در قسمت بالای یک مخزن آب یک ستون ۳ متری گازوئیل ( $SG = 0/73$ ) قرار دارد. مطلوبست فشار در کف مخزن در صورتی که فشار اتمسفر  $1/1 kPa$  باشد.



$$P_C = P_o + \gamma_G h_1 + \gamma_w h_2$$

$$P_C = 1/1 \times 1000 \left( \frac{N}{m^2} \right) + 0/73 \times 9806 \times 3 \left( \frac{N}{m^2} \right) + 9806 \times 2 \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

$$P_C = 42187 \text{ } / 14 \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

## ۲-۸ وسایل اندازه گیری فشار

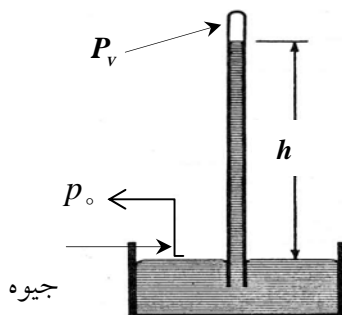
مانومترها، پیزومترها و... وسایلی هستند که برای اندازه گیری فشارهای نسبی مورد استفاده قرار می گیرند. در زیر به چند مورد از این وسایل اشاره می شود:

### ۲-۸-۱ فشارسنج بوردن

فشارسنج بوردن فشار نسبی را اندازه گیری می کند. این فشارسنج، فشار را نسبت به فشار محیط اطراف (فشار محلی) اندازه گیری می کند.

## ۲-۸-۲ فشارسنج جیوه ای (بارومتر جیوه ای)

فشارسنج (بارومتر) جیوه ای شامل یک لوله شیشه ای محتوی جیوه است یک سر آن بسته و سر دیگر آن در ظرفی پر از جیوه قرار دارد که برای سنجش فشار اتمسفر محلی به کار می رود (که بوسیله توریکلی در سال ۱۶۴۳ اختراع شد)



شکل ۱۰-۲

$$P_o = P_v + \rho_{Hg} gh \quad (۱۱-۲)$$

که در آن  $P_o$  فشار اتمسفر،  $P_v$  فشار بخار جیوه،  $\rho_{Hg}$  جرم مخصوص جیوه و  $g$  شتاب ثقل می باشد.

چون فشار بخار جیوه در دمای محیط ( $20^\circ C$ )،  $0.16 Pa$  است، معمولاً در مقایسه با فشار اتمسفر که تقریباً  $10^5 pa$  است، صرف نظر می شود. پس داریم:

$$P_o = 0 + \rho_{Hg} gh \quad (۱۲-۲)$$

بنابراین:

$$h = \frac{P_o}{\rho_{Hg} g} \quad (۱۳-۲)$$

در شرایط استاندارد کنار دریا با:

$$\rho_{Hg} = 133 \text{ kN} / \text{m}^3, \quad P_o = 101 / 35 \text{ kPa}$$

در نتیجه ارتفاع ستون جیوه برابر است با

$$h = \frac{101 / 35 \text{ kPa}}{133 \text{ kN} / \text{m}^3} = 0.761 \text{ mHg} = 761 \text{ mmHg}$$

به همین دلیل از جیوه که سنگین ترین مایع شناخته شده است، استفاده می کنند.

مثال ۲-۶: یک فشارسنج بوردن خلاء نسبی 15kPa را نشان می‌دهد. اگر بارومتر جیوه‌ای نیز عدد 450mm را نشان دهد، فشار مطلق چند میلی جیوه خواهد بود؟

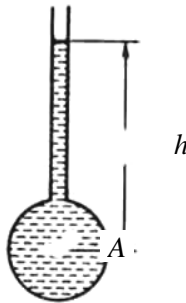
$$P_{gage} = -15kPa \rightarrow h_{gage} = \frac{P_o}{\rho_{Hg} g} = \frac{-15 \times 10^3}{13.6 \times 9.81} = -112.5 mmHg$$

$$h_{atm} = 750 mmHg$$

$$h_{abs} = h_{atm} + h_{gage} = 750 - 112.5 = 637.5 mmHg$$

### ۲-۸-۳ پیزومتر

پیزومتر لوله‌ای است شیشه‌ای که به‌طور عمودی به لوله اصلی و یا مخزنی که فشار آن می‌بایست اندازه‌گیری شود اتصال یافته و سر دیگرش بصورت باز، بالاتر از لوله قرار گرفته است. پیزومتر برای اندازه‌گیری فشارهای مثبت و کم مایعات بکار می‌رود.



شکل ۲-۱۱

فشار نسبی مایع در هر نقطه از مخزن را می‌توان به کمک ارتفاع بالا آمدگی مایع در لوله پیزومتر به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A = \rho h \quad (2-14)$$

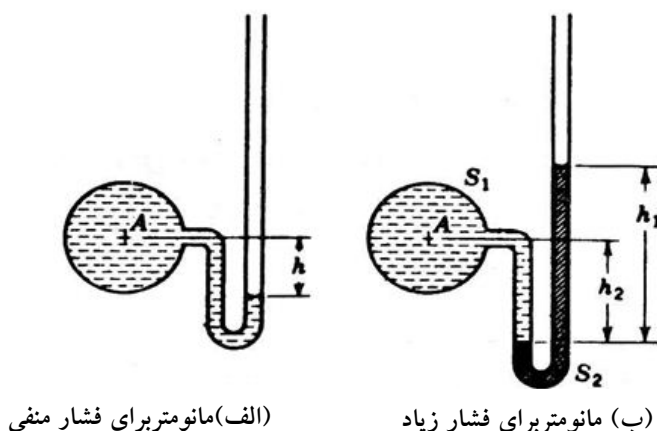
این وسیله نمی‌تواند فشار منفی را اندازه‌گیری کند، چون هوا از طریق لوله وارد مخزن می‌شود. همچنین برای فشارهای زیاد نمی‌توان از آن استفاده کرد چون در این صورت احتیاج به لوله بسیار بلندی خواهد بود تا سیال بتواند در داخل آن بالا رود.

### ۲-۸-۴ مانومترها

مانومترها وسایلی هستند که به بهره‌گیری از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه‌گیری

می‌کنند. این وسیله بسته به کاربرد آن می‌تواند در قالب یکی از شکل‌های (۲-۱۲) مورد استفاده قرار گیرد.

مانومتر شکل ۲-۱۲ (الف) جهت اندازه‌گیری فشارهای مثبت و منفی کم در مایعات بکار می‌رود. در حالی که مانومتر شکل ۲-۱۲ (ب) علاوه بر اندازه‌گیری فشارهای مثبت و منفی، به علت بکارگیری مایع مانومتری متفاوت با سیال درون مخزن که دارای چگالی بیشتری نسبت به آن می‌باشد، قادر به اندازه‌گیری فشارهای زیادتر نیز می‌باشد. در این حالت سیال درون مخزن گاز نیز می‌تواند باشد.



شکل ۲-۱۲

### روش محاسبه فشار در مانومترها

به‌طور کلی در مانومترهای دارای سیالات با چگالی مختلف روش تعیین فشار چنین است:

**گام ۱:** با شروع از یک نقطه مانومتر (معمولاً سمت چپ) فشار نقطه اولیه را منظر می‌نماییم. اگر این نقطه دارای فشار معلوم بود، با واحد مشخص و چنانچه فشار آن مجهول باشد با علامت مناسبی بیان می‌گردد.

**گام ۲:** در مسیر مانومتر حرکت کرده تا به سطح مشترک با سیال بعدی برسیم. در این حالت تغییر فشار ایجاد شده در طول حرکت را با فشار ثبت شده اولیه جمع جبری می‌کنیم، به این ترتیب اگر سطوح مشترک بعدی پایین‌تر بود تغییر فشار را با علامت

مثبت واگر بالاتر بود با علامت منفی اضافه می‌نماییم. و این عمل را تا سر دیگر مانومتر ادامه می‌دهیم و حاصل را برابر با فشار در آخرین نقطه قرار می‌دهیم.

**نکته:** در یک مسیر پیوسته برای یک سیال، دو نقطه هم ارتفاع دارای فشار یکسان می‌باشند. بنابراین برای دو نقطه هم تراز از یک سیال پیوسته که در دو طرف مانومتر قرار دارند، فشارها همدیگر را خنثی کرده و از محاسبات حذف می‌شوند، یعنی می‌توانیم از یک نقطه به نقطه دیگر پرش عرضی داشته باشیم.

با توجه به گامهای ذکر شده می‌توان فشار در نقطه A را در هر دو حالت (الف) و (ب) از شکل (۲-۱۲)، به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A + \gamma h = P_{atm} = 0 \rightarrow P_A = -\gamma h \quad \text{(الف)}$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = P_{atm} = 0 \rightarrow P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad \text{(ب)}$$

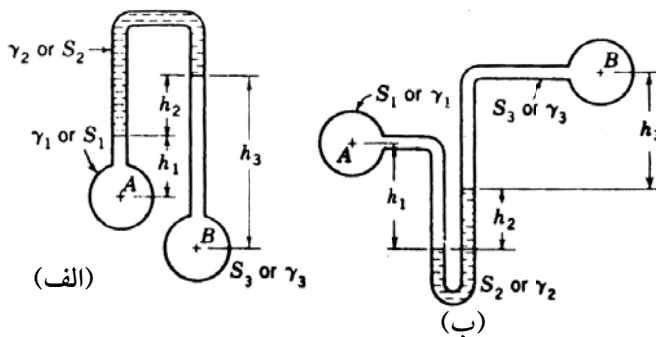
## ۲-۸-۵ مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی)

برای اندازه گیری فشار بین دو مخزن یا دو نقطه از یک لوله، از مانومتر دیفرانسیلی شکل (۲-۱۳) استفاده می‌کنیم و زمانی به کار می‌رود که نتوانیم فشار واقعی در هر نقطه از سیستم را محاسبه کنیم.

با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار، می‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را در دو حالت الف و ب از شکل (۲-۱۳) به صورت زیر به دست آورد:

$$P_A - \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 \quad \text{(الف)}$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1 \quad \text{(ب)}$$



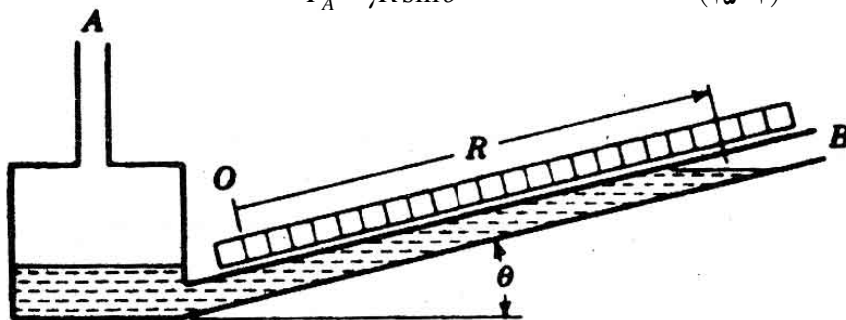
شکل ۲-۱۳ انواع مانومتر دیفرانسیلی



## ۶-۸-۲ مانومتر شیب‌دار (مایل)

از این وسیله جهت اندازه‌گیری فشارهای کم و بیشتر برای گازها به کار می‌رود. چون لوله شیب دار نسبت به لوله قائم طول بیشتری دارد، بنابراین در هنگام قرائت دقت بیشتری وجود خواهد داشت.

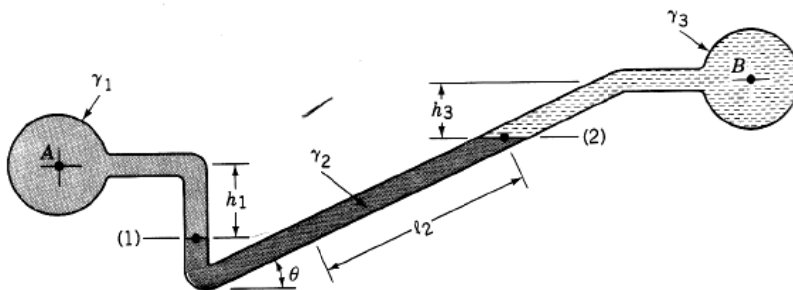
$$P_A = \gamma R \sin \theta \quad (۱۵-۲)$$



شکل ۱۴-۲ مانومتر شیب‌دار

مثال ۷-۲: مطلوب است محاسبه اختلاف فشار مخزن A و B در مانومتر شیب‌دار

اگر  $h_1 = 200 \text{ mm}$ ،  $h_r = 300 \text{ mm}$  و  $h_r = 100 \text{ mm}$  و  $\theta = 30^\circ$



شکل ۱۵-۲

حل: اختلاف فشار بین A و B برابر است با:

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 L_2 \sin \theta - \gamma_2 h_2 = P_B$$

$$P_A - P_B = \gamma_2 L_2 \sin \theta + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

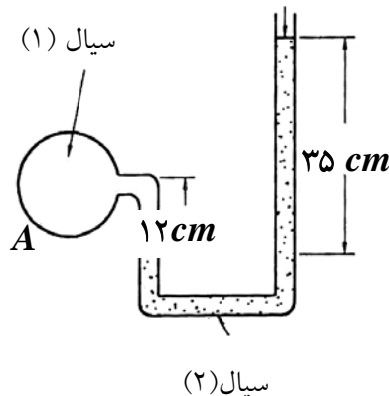
$$P_A - P_B = 1/1 \times 1000 \times 9/81 \times (0/3)(\sin 30^\circ) + 1000 \times 9/81 \times 0/1 - 13/6 \times$$

$$1000 \times 9/81 \times 0/2 = Pa$$

مثال ۲-۸: سیال شماره (۱) دارای وزن مخصوص  $\frac{kN}{m^3}$  ۸/۶۲ و سیال شماره (۲)

دارای وزن مخصوص  $\frac{kN}{m^3}$  ۱۵/۵۷ است. فشار مطلق در نقطه A را به دست آورید. فشار اتمسفر را ۱۰۱/۵ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.

فشار اتمسفر



شکل ۲-۱۶

$$P_A + 0/12 \times 8/62 - 0/35 \times 15/57 = 101/15$$

$$P_A = 105/9 \text{ kpa}$$

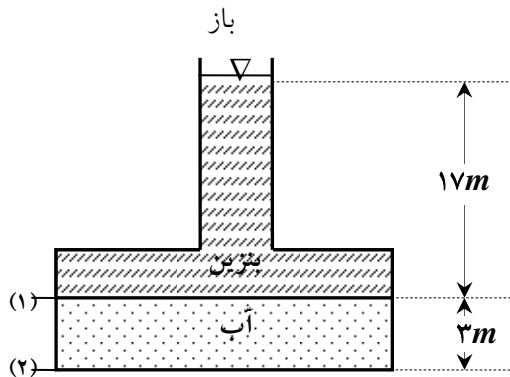
دقت کنید چون در این مسئله به جای فشار نسبی از فشار مطلق استفاده می‌کنیم،

طرف راست معادله (۱) به جای صفر مساوی ۱۰۱/۵ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.

مثال ۲-۹: در مخزن زیر اگر برای بنزین  $SG = 0/68$  باشد، مطلوب است

الف) فشار در سطح مشترک آب و بنزین؟

ب) فشار در ته مخزن؟



شکل ۱۷-۲

حل:

الف) نظر به اینکه سیال ساکن است، توزیع فشار هیدرواستاتیک است و می توان فشار را از معادله زیر به دست آورد:

$$P_1 = \gamma_B h + P_0$$

$$P_1 = SG_B \gamma_{H_2O} h + P_0$$

$$= 0.68 (1000 \times 9.8) \times 17 + 0 = 113404 \text{ Pa}$$

اگر فشار بر حسب فشار اتمسفر (فشار نسبی) اندازه گیری شود، پس  $P_0 = 0$  بنابراین داریم:

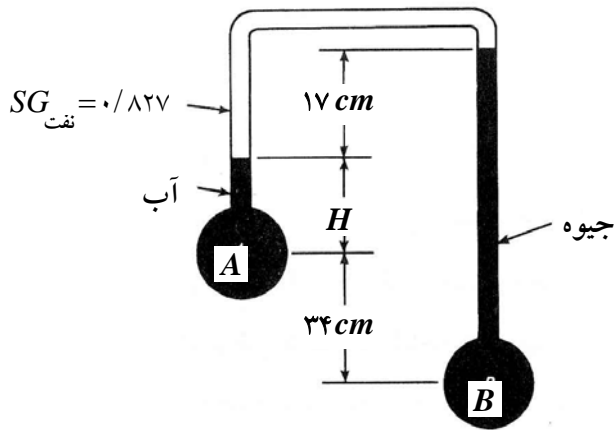
$$P_1 = 113404 \text{ Pa} \approx 113 \text{ kPa}$$

ب) برای پیدا کردن فشار در ته مخزن، می توانیم از معادله زیر استفاده کنیم.

$$p_2 = \gamma_{H_2O} h_{H_2O} + p_1 = (9810)(3) + 113404 = 142834 \text{ Pa}$$

مثال ۱۰-۲: در شکل زیر با فرض  $P_B - P_A = 97.4 \text{ kPa}$ ، ارتفاع H بر حسب

سانتی متر چقدر باید باشد ؟



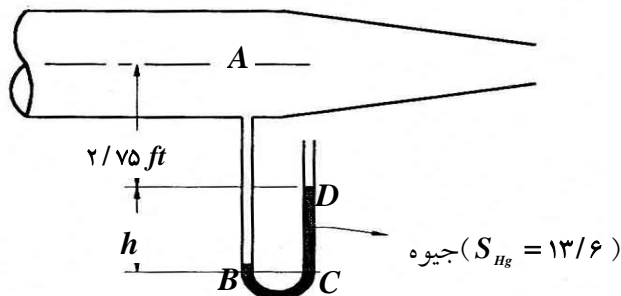
شکل ۱۸-۲

حل: از نقطه A شروع می‌کنیم در جهت بالا علامت فشار ( $\mathcal{H}$ ) منفی و در جهت پایین علامت فشار را مثبت در نظر می‌گیریم تا به نقطه B برسیم، یعنی:

$$P_A - \rho \left( \frac{kN}{m^3} \right) \times \left( \frac{H}{1.0} m \right) - \left[ 0.827 \times 9.81 \left( \frac{kN}{m^3} \right) \right] \times \frac{17}{1.0} m + 13.6 \times 9.81 \left( \frac{kN}{m^3} \right) \times \left[ \frac{34+17}{1.0} m \right]$$

$$1/234 H + 66/53 = P_B - P_A = 97/4 \Rightarrow H = 25 cm$$

مثال ۱۱-۲: نفت با وزن مخصوص نسبی ( $SG = 0.75$ ) در یک نازل جریان دارد. هرگاه فشار در نقطه (A)  $20 Psi$  باشد، مقدار ارتفاع  $h$  را به دست آورید؟



شکل ۱۹-۲

حل: نقطه A را بعنوان نقطه شروع در نظر می گیریم و بطرف پایین در مانومتر حرکت می کنیم تا به نقطه C برسیم.  
پس می توان نوشت:

$$\gamma_{Hg} = SG_{Hg} \cdot \gamma_{آب} \quad \text{و} \quad \gamma_{آب} = 62/4$$

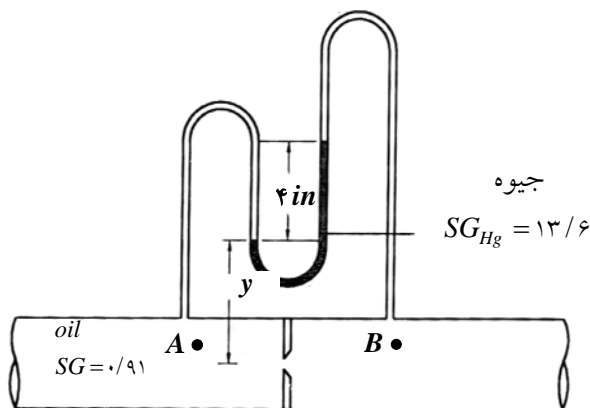
$$\gamma_{نفت} = SG_{نفت} \times \gamma_{آب}$$

$$P_A + (2/75 + h) \gamma_{نفت} - h \times \gamma_{جیوه} = 0$$

$$20 \times 144 + (2/75 + h) \times 0/75 \times 62/4 - h \times 13/6 \times 62/4 = 0$$

$$h = 3/75 \text{ ft}$$

مثال ۲-۱۲: یک مانومتر تفاضلی مطابق شکل به لوله متصل است. اختلاف فشار بین نقاط A و B را به دست آورید ( $SG = 0/91$ )



شکل ۲-۲۰

حل: برای حل این مسئله از نقطه A شروع کرده و در امتداد مانومتر حرکت می کنیم تا نقطه B برسیم. فراموش نکنید در حرکت به سمت بالا علامت (-) و به سمت پایین علامت (+) است. همچنین هر دو ساقه مانومتر که دارای ارتفاع و سیال یکسان هستند در محاسبات حذف می شوند.

$$P_A - \gamma_{oil} y - \gamma_{oil} \times \frac{4}{12} + \gamma_{Hg} \times \left( \frac{4}{12} + y \right) = P_B$$

$$P_A - 0.91 \times 62.4 \times y - 13.6 \times 62.4 \times \frac{4}{12} + 0.91 \times 62.4 \times \left( \frac{4}{12} + y \right) = P_B$$

$$P_A - P_B = 264.16 \frac{lb}{ft^2}$$

تقسیم بر ۱۲ برای تبدیل اینچ به فوت است. دقت کنید دلیل اختلاف فشار بین دو نقطه A و B با وجود آنکه در امتداد یک سطح افقی قرار دارند، وجود مانع بین آنهاست.

## ۹-۲ نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطوح

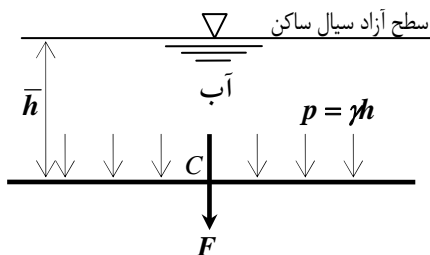
نیروی وارد بر سطوح را در دو بخش بررسی می‌کنیم:  
(الف) نیروی فشار وارد بر سطوح تخت یا مسطح  
(ب) نیروی فشار وارد بر سطوح منحنی

## ۱۰-۲ نیروی فشار وارد بر سطوح تخت یا مسطح

در ابتدا نیروی فشار وارد بر سطوح تخت را در سه حالت ۱- سطوح افقی ۲- سطوح شیبدار و ۳- سطوح قائم بررسی می‌کنیم.

### ۱. حالتی که صفحه افقی باشد

فشار در نقاط مختلف یک صفحه افقی، یکسان می‌باشد و برای به‌دست آوردن برآیند نیرو کافی است این فشار ثابت را در مساحت صفحه ضرب کنیم. بدیهی است که در این حالت نیروی F در نقطه C مرکز ثقل سطح مورد نظر اثر خواهد کرد.



شکل ۲-۲۱ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح افقی

بنابراین در سطوح افقی، نیروی اعمال شده  $F$  از طرف یک سیال بر سطح مسطح، برابر با حاصلضرب وزن مخصوص سیال ( $\gamma$ ) در فاصله مرکز ثقل صفحه تا سطح آزاد سیال ( $\bar{h}$ ) و مساحت سطح ( $A$ ) می‌باشد. به عبارت دیگر:

$$F = PA = \gamma \bar{h} A \quad (۱۶-۲)$$

در این رابطه  $\gamma$  وزن مخصوص ثابت سیال،  $A$  مساحت صفحه و  $\bar{h}$  عمق آن از سطح آزاد سیال می‌باشد. اصولاً در تعیین نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطوح، دو متغیر حائز اهمیت است؛ یکی مقدار نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح و دیگری نقطه اثر آن نیرو که آن را مرکز فشار<sup>۱</sup> می‌نامند. نقطه اثر نیروی وارد بر یک صفحه افقی (مرکز فشار)، بر مرکز هندسی آن منطبق است.

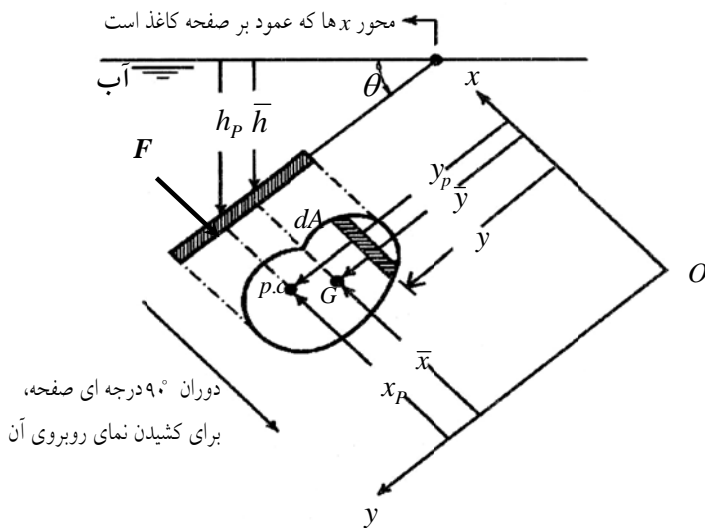
## ۲. حالتی که صفحه شیب‌دار (مایل) باشد (حالت کلی)

مطابق شکل (۲-۲۲) صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با زاویه  $\theta$  بصورت شیب‌دار در درون سیالی با وزن مخصوص  $\gamma$  قرار گرفته است. با انتخاب محورهای مختصات مطابق شکل می‌توان نشان داد که نیروی هیدرواستاتیک وارد بر این صفحه مسطح مایل که در مرکز فشار  $p.c$  آن وارد می‌شود، برابر است با مساحت صفحه ضربدر فشار در مرکز سطح صفحه.

$$F = P_G A = \gamma \bar{h} A = \gamma \bar{y} \sin \theta A \quad (۱۷-۲)$$

در رابطه فوق  $A$  مساحت سطح؛  $\bar{h}$  فاصله مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع

است و  $P_G$  فشار در مرکز سطح صفحه می باشد.



شکل ۲-۲۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطح مسطح مایل غوطه ور در سیال

برآیند نیروی  $F$  از نقطه ای به مختصات  $(x_p, y_p)$  عبور می کند. این نقطه را مرکز فشار  $p.c$  می گویند. مرکز فشار یک صفحه شیب دار (مانند شکل ۲-۲۲) بر خلاف یک صفحه افقی در مرکز ثقل آن نمی باشد. بنابراین مرکز فشار در سطوح مایل همواره در زیر مرکز ثقل قرار دارد. موقعیت مرکز فشار را می توان از روابط زیر به دست آورد:

$$x_p = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}} \quad y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \quad (۱۸-۲)$$

در روابط فوق  $I_G$  ممان دوم یا ممان اینرسی سطح حول محور افقی است که از مرکز سطح می گذرد و همواره مثبت می باشد،  $\bar{I}_{xy}$  حاصلضرب اینرسی حول محورهای افقی و قائم گذرنده از مرکز سطح است و می تواند مثبت، منفی یا صفر باشد،  $A$  مساحت صفحه است و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  نیز مختصات مرکز سطح اند.

نکته (۱): اگر صفحه نسبت به یکی از محورهای گذرنده از مرکز سطح یعنی محور  $x = \bar{x}$  یا محور  $y = \bar{y}$  متقارن باشد، در آن صورت  $\bar{I}_{xy}$  برابر صفر خواهد شد. در این حالت مرکز فشار روی محور  $x = \bar{x}$  قرار می گیرد و  $x_p = \bar{x}$  خواهد بود.



در حالت کلی نیز چون  $\bar{I}_{xy}$  هم می‌تواند مثبت باشد و هم منفی، لذا مرکز فشار می‌تواند در هر یک از طرفین محور  $x = \bar{x}$  قرار گیرد، به عبارت دیگر  $x_p$  می‌تواند بزرگتر یا کوچک‌تر از  $\bar{x}$  باشد.

نکته (۲):  $I_G$  همواره مثبت است. بنابراین  $y_p = \bar{y}$  همواره مثبت خواهد بود و لذا مرکز فشار همواره زیر مرکز سطح خواهد گرفت.

نکته (۳): با توجه به شکل (۲-۲۲) دقت کنید هنگامی که می‌خواهید مرکز فشار یک سطح شیبدار را محاسبه کنید، هرگز از رابطه  $h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{hA}$  استفاده نکنید بلکه از رابطه  $y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A}$  استفاده کنید زیرا در این حالت  $I_G$  برای مساحت شکل واقع بر سطح شیبدار محاسبه می‌شود. بنابراین برای یک سطح شیبدار مستطیلی  $I_G = \frac{by^3}{12}$  می‌باشد. در نتیجه سایر پارامترها نظیر  $\bar{y}$  می‌بایست در راستای سطح شیبدار به کار برده شوند.

نکته (۴) در مواردی که سطح مورد نظر، یک محور تقارن قائم داشته باشد، مرکز فشار بر روی محور تقارن دارد و بدین ترتیب، به آسانی می‌توان آن را به کمک موقعیت عمقی، مشخص کرد.

نکته (۵) در مواردی که صفحه نامنظم باشد، می‌توان آن را به تعدادی اشکال هندسی تجزیه کرد و سپس با تعیین مرکز فشار این اشکال ساده، موقعیت مرکز فشار کلی را به دست آورد.

### ۳. حالتی که صفحه قائم باشد

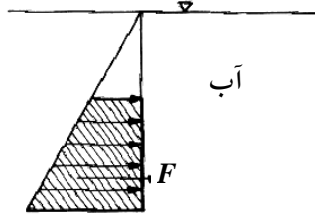
سطوح قائم حالتی خاصی از سطوح شیبدار بوده که در آن  $\theta = 90^\circ$  خواهد بود. لذا تمام روابط به دست آمده در صفحه شیبدار برای صفحه قائم نیز به کار می‌رود.

بنابراین:

$$\bar{h} = \bar{y} \sin 90^\circ \Rightarrow \bar{h} = \bar{y}, \quad F = \gamma \bar{y} A \quad (۱۹-۲)$$

در حالت کلی: اگر تمام سطح صفحه‌ای در داخل سیال ساکنی فرو برده شود، مقدار نیروی برآیند با چرخش صفحه حول محوری که از مرکز ثقل آن می‌گذرد، تغییر

نخواهد کرد.



شکل ۲-۲۳ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح قائم

**نکته:** از آنجایی که در محاسبه نیروی هیدرواستاتیک و تعیین مرکز فشار، دانستن  $I_G$ ،  $A$ ،  $\bar{I}_{xy}$  و مختصات مرکز سطح ضروری بنظر می‌رسد، لذا خواص هندسی بعضی از اشکال هندسی مورد بررسی قرار می‌دهیم:

	$\begin{cases} A = ab \\ \bar{I}_{xy} = 0 \\ I_G = \frac{1}{12} ab^3 \end{cases}$		$\begin{cases} A = \pi R^2 \\ \bar{I}_{xy} = 0 \\ I_G = \frac{1}{4} \pi R^4 \end{cases}$
--	---	--	--

	$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \pi R^2 \\ \bar{I}_{xy} = 0 \\ I_G = 0.1098 R^4 \end{cases}$	
--	---	--

$\begin{cases} A = \frac{\pi R^2}{4} \\ \bar{I}_{xy} = 0.0488 R^4 \\ I_G = -0.01647 R^4 \end{cases}$		$\begin{cases} A = \frac{1}{2} ab \\ \bar{I}_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2}} ba^2 (b - \frac{1}{2} d) \\ I_G = \frac{1}{36} ba^3 \end{cases}$
--	--	---

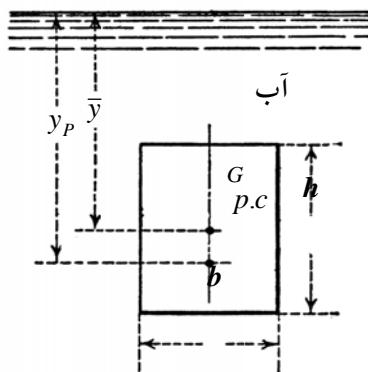
شکل ۲-۲۴ ویژگی‌های هندسی بعضی از اشکال

**مثال ۲-۱۳:** موقعیت مرکز فشار صفحه مستطیلی شکلی را که درون مایع قرار گرفته است تعیین کنید. ضلع  $b$  مستطیل موازی صفحه کاغذ است. (شکل ۳-۲۵).  
**حل:** به طوری که دیدیم، موقعیت عمقی مرکز فشار از رابطه زیر حاصل می شود:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}}$$

با توجه به آنکه مماس (گشتاور) اینرسی مستطیل نسبت به محوری که از مرکز ثقل آن می گذرد برابر  $\frac{bh^3}{12}$  است لذا خواهیم داشت:

$$y_p - \bar{y} = \frac{I_G}{A\bar{y}}$$



شکل ۲-۲۵

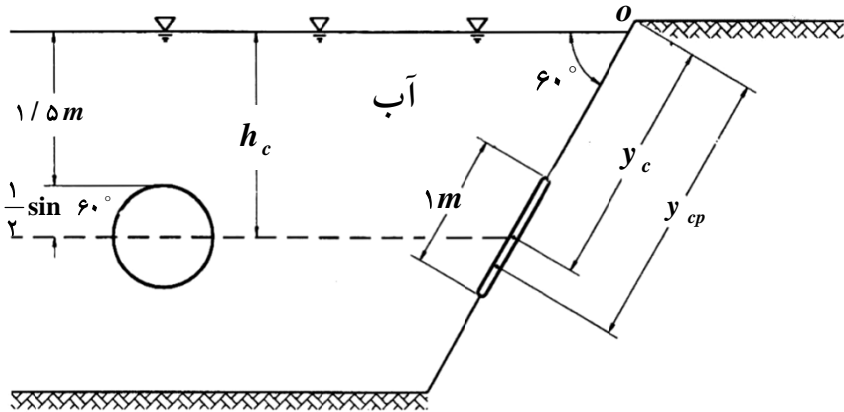
در حالت خاصی که مستطیل قائم و ضلع بالایی آن بر سطح آب منطبق باشد، رابطه به شکل ساده زیر درخواهد آمد:

$$y_p - \bar{y} = \frac{\frac{h^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{h}{6}$$

یعنی مرکز فشار به اندازه  $\frac{1}{6}$  ارتفاع مستطیل، زیر مرکز ثقل آن قرار دارد.

**مثال ۲-۲۲:** یک دریچه دایره ای به قطر 1m که در یک طرف آن آب قرار دارد در نظر بگیرید. الف) نیروی برآیند وارد بر دریچه را حساب کنید؟

ب) موقعیت مرکز فشار روی دریچه را به دست آورید؟



شکل ۲-۳۳

حل: الف)

$$\bar{h} = 1.5(m) + \frac{1}{2} \sin 60^\circ (m) = 1.433m$$

$$A = \frac{\pi(1)^2}{4} = 0.7854m^2$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 9800 \left( \frac{N}{m^3} \right) \times 1.433(m) \times 0.7854 (m^2) = 11186.0N$$

ب)

فاصله مرکز ثقل دایره در امتداد سطح شیب دار تا نقطه O برابر است با:

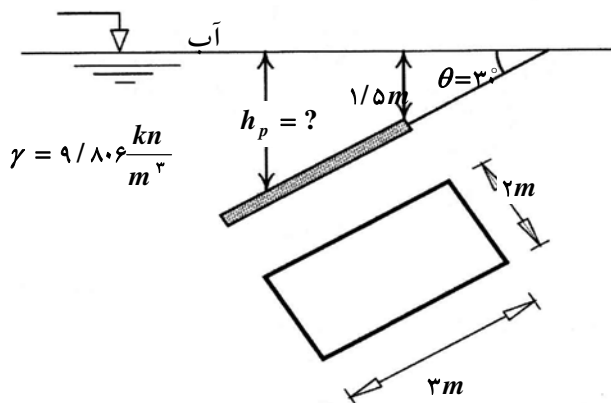
$$\bar{y} = \frac{h}{\sin 60^\circ} + \frac{D}{2} = \frac{1.5}{\sin 60^\circ} + \frac{1}{2} = 2.232$$

بنابراین:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A} = 2.232 + \frac{\frac{\pi(1)^4}{64}}{2.232 \times 0.7854} = 2.260m$$

مثال ۲-۱۵: با توجه به شکل، مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر یک طرف

سطح و نیز تعیین فاصله مرکز فشار صفحه مستطیلی تا سطح آزاد مایع ( $h_p$ )؟



شکل ۲-۲۷

$$\bar{h} = 1.5 + 1.5 \times \sin 30^\circ = 2/25 \text{ m}$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 9/80.6 \times 2/25 \times 6 = 132/4 \text{ kN}$$

نکته: اگر به جای  $\bar{y}$  مقدار  $\bar{h}$  را در اختیار داشته باشیم می‌توانیم فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع ( $h_p$ ) را به صورت زیر محاسبه نماییم:

$$y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \frac{\sin \theta}{\text{ضرب می کنیم}} \rightarrow y_P \sin \theta = \bar{y} \sin \theta + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A\bar{y} \sin \theta}$$

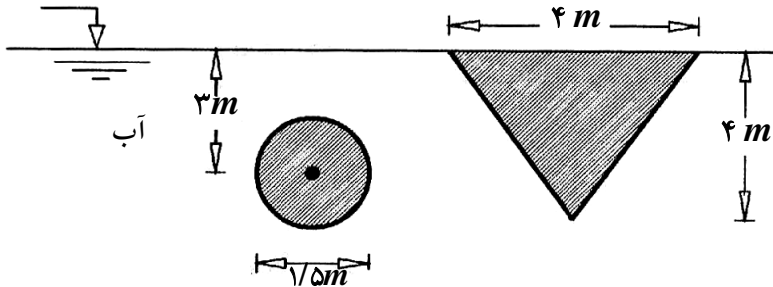
$$\rightarrow h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A\bar{h}} \quad (20-2)$$

لذا می‌توان نوشت:

$$h_p = 2/25 + \frac{\left( \frac{1}{12} \times 2 \times 3^3 \right) \times \sin^2 30^\circ}{6 \times 2/25} = 2/33 \text{ m}$$

مثال ۲-۱۶: برای سطوح قائم نشان داده شده در شکل، نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را محاسبه نمایید.

$$\left( \gamma = 9/80.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right)$$



شکل ۲-۲۸

الف) سطح دایره‌ای شکل:

$$F = \gamma \bar{h} A = 9/806 \times 3 \times \left( \frac{\pi \times 1/5^2}{4} \right) = 52 \text{ kN}$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A \bar{h}} = 3 + \frac{\frac{\pi \times 1/5^4}{64}}{\frac{\pi \times 1/5^2}{4} \times 3} = 3/05 \text{ m}$$

ب) سطح مثلثی:

$$\bar{h} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 9/806 \times \frac{4}{3} \times 8 = 104/6 \text{ kN}$$

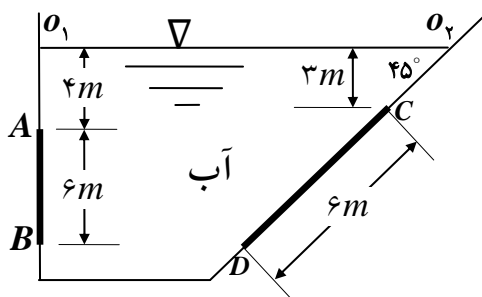
$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A \bar{h}} = \frac{4}{3} + \frac{\left( \frac{1}{36} \times 4 \times 4^3 \right) \times 1}{8 \times \frac{4}{3}} = 2 \text{ m}$$

نکته: هر چه صفحه بیشتر در درون سیال پایین رود، به علت افزایش  $\bar{h}$ ، فاصله

بین  $h_p$  و  $\bar{h}$  یعنی  $h_p - \bar{h}$  کمتر خواهد شد به‌طوری‌که در اعماق بیشتر  $h_p \cong \bar{h}$  خواهد شد. لذا می‌توان گفت:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} h_p = \bar{h} \quad (2-21)$$

مثال ۲-۱۷: برآیند نیروهای فشاری را که از طرف آب بر دو صفحه مستطیل شکل AB به ابعاد ۳×۶ متر که به حالت قائم و دیگری صفحه مثلث شکل CD به قاعده 4m و ارتفاع 6m که به طور مایل در آب قرار گرفته است را محاسبه کنید؟ (شکل ۲-۲۹).



شکل ۲-۲۹

الف) برای صفحه مستطیلی شکل:

حل: چون جرم مخصوص آب  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  است لذا داریم:

$$F = \gamma \bar{h} A = (1000) \times 9.81 \times (4 + 3) \times (6 \times 3) = 1236060 \text{ N}$$

موقعیت مرکز فشار به شرح زیر است:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A} = 7 + \frac{\frac{3 \times 6^3}{12}}{9.81 \times (3 \times 6)} = 7.43 \text{ m}$$

ب) برای صفحه مثلثی شکل:

$$\bar{h} = 3 + \frac{1}{3} \times \sin 45^\circ \times 6 = 5.47 \text{ m}$$

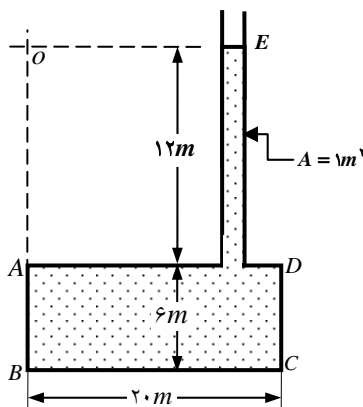
$$F = \gamma \bar{h} A = (1000) \times 9.81 \times \left( 3 + \frac{1}{3} \times \sin 45^\circ \times 6 \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right) = 686122.4 \text{ N}$$

همچنین موقعیت مرکز فشار به شرح زیر است:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = \left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) + \frac{\frac{4 \times 6^3}{36}}{\left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right)} + \left( \frac{5/83}{\sin 45^\circ} \right) = 8/48 m$$

مثال ۲-۱۸: سطح آب در لوله‌ای که متصل به مخزن ABCD است، در نقطه E قرار دارد (شکل ۲-۳۰).

الف: میزان و موقعیت برآیند نیروهای فشاری موثر بر سطح AB را که عرض آن برابر ۸ متر است، محاسبه کنید؟  
ب: برآیند نیروهای موثر بر کف مخزن را محاسبه کنید؟



شکل ۲-۳۰

حل: الف) عمق مرکز ثقل سطح AB نسبت به سطح آزاد آب در نقطه E برابر ۱۵ متر است. بنابراین:

$$F = \bar{\gamma} A = 1000 \times 9/81 (12 + 3) (6 \times 8) = 7063200 N$$

$$y_p = \frac{\frac{8 \times 6^3}{15}}{15(6 \times 8)} + 15 = 15/20 m \quad \text{نسبت به نقطه } O$$

ب) نیروی فشاری موثر بر سطح BC یکنواخت و مقدار آن به شرح زیر است:

$$F = PA = \bar{\gamma} A = 1000 \times 9/81 \times 18 \times (20 \times 8) = 28252800 N$$



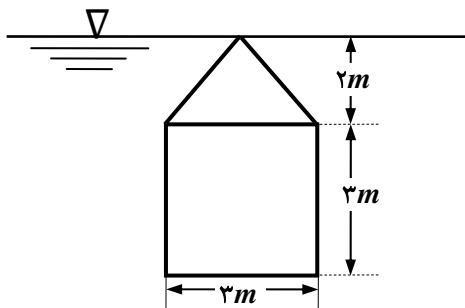
**مثال ۲-۱۹:** برآیند نیروهای فشاری موثر بر شکل (۲-۳۱) را محاسبه و موقعیت مرکز فشار آن را تعیین کنید؟

**حل:** نیروی وارد بر سطح مثلث به شرح زیر است:

$$F_1 = \gamma \bar{h}_1 \times A_1 = 1000 \times 9/81 \times \left( \frac{2}{3} \times 2 \right) \times \left( \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \right) = 39240 N$$

مرکز فشار مربوط به مثلث از رابطه زیر به دست می آید:

$$y_{P_1} = \bar{y}_1 + \frac{I_{G_1}}{A_1 \bar{y}_1} = \left( 2 \times \frac{2}{3} \right) + \frac{\frac{1}{36} \times 3 \times 2^3}{\frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times \left( \frac{2}{3} \times 2 \right)} = 1/5 m$$



شکل ۲-۳۱

نیروی وارد بر مربع و موقعیت مرکز فشار آن نیز به ترتیب به شرح زیر است:

$$F_2 = \gamma \times \bar{h}_2 \times A_2 = 1000 \times 9/81 \times \left( \frac{1}{2} \times 3 + 2 \right) \times 3^2 = 309015 N$$

$$y_{P_2} = \bar{y}_2 + \frac{I_{G_2}}{A_2 \bar{y}_2} = 3/5 + \frac{\frac{3^4}{12}}{3^2 \times 3/5} = 3/14 m$$

نیروی کلی موثر بر جسم، برابر مجموع نیروهای موثر بر مثلث و مربع است،

یعنی:

$$F = F_1 + F_2 = 39240 + 309015 = 348255 N$$

برای پیدا کردن مرکز فشار کلی شکل، می‌توان از قانون لنگرها استفاده کرد. به عبارت دیگر لنگر برآیند دو نیرو نسبت به یک نقطه، مساوی مجموع لنگرهای مولفه‌های آن نیرو نسبت به آن نقطه است یعنی:

$$Fy_p = F_1y_{p1} + F_2y_{p2}$$

$$348255 \times y_p = 39240 \times 1/5 + 309015 \times 3/714$$

$$y_p = 3/47 \text{ m}$$

## ۱۱-۲ تعیین مقدار نیروی برآیند و خط اثر آن با استفاده از روش منشور فشار

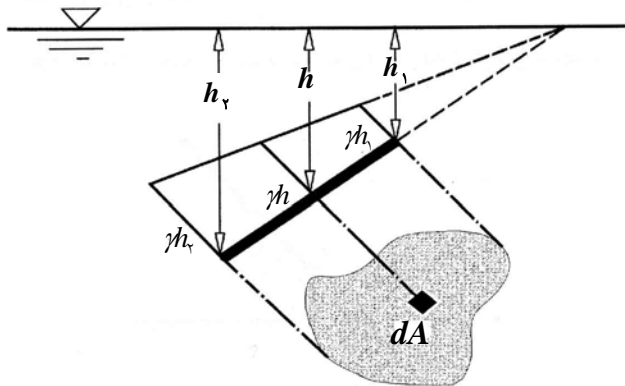
یک روش دیگر برای تعیین نیروی وارد بر مسطح شیبدار و خط اثر آن، استفاده از منشور فشار است. در این روش نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطح، معادل با حجم منشوری است که قاعده آن سطح مورد نظر و ارتفاع آن فشار هر نقطه یعنی  $p = \gamma h$  می‌باشد. بنابراین نیروی  $F$  با استفاده از روش منشور فشار برابر است با:

$$F = \gamma A = \gamma V \quad (21-2)$$

$F$  نیروی برآیند وارد به یک صفحه مسطح و  $V$  حجم منشور فشار معادله فوق نشان می‌دهد که نیروی برآیند وارد به یک صفحه مسطح برابر است با حجم منشور فشار.

در روش منشور فشار مختصات مرکز فشار به صورت زیر به دست می‌آید:

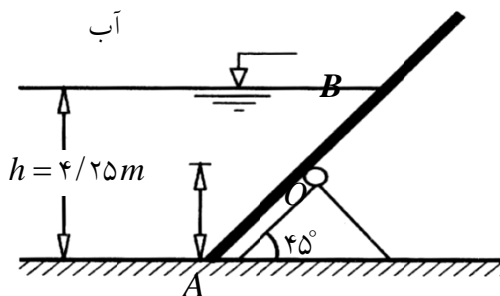
$$x_p = \frac{1}{V} \int x dV, \quad y_p = \frac{1}{V} \int y dV \quad (22-2)$$



شکل ۳۲-۲

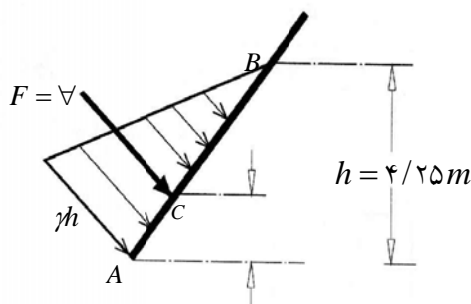
به عنوان مثال، برای سطح مستطیلی که یک لبه آن به فشار اتمسفری راه دارد، منشور فشار به شکل گوه‌ای است که مرکز ثقل آن به به فاصله  $\frac{1}{3}$  از قاعده قرار گرفته است. بنابراین نیروی وارده بر صفحه برابر با حجم گوه و مرکز فشار نیز در فاصله  $\frac{1}{3}$  از پایین ترین لبه قرار دارد.

**مثال ۲-۲۰:** یک دریچه شیب دار مطابق شکل حول نقطه لولا شده و آب در پشت آن ذخیره شده است. نیروی برایندهیدرواستاتیکی وارد بر دریچه و محل اثر آن را تعیین کنید.



شکل ۲-۲۳

با رسم منشور فشار برای دریچه AB خواهیم داشت: ( $\nabla$  = حجم منشور فشار)



محل اعمال نیروی براینده نسبت به پایین دریچه

$$AB = \frac{h}{\sin 45^\circ}, \quad AB = \frac{4/25}{\sin 45^\circ} = 6m, \quad AC = \frac{1}{3}(AB) \Rightarrow AC = 2m$$

نیروی برآیند وارده بر واحد عرض دریچه:

$$F = \nabla = \frac{\gamma h(AB)}{2} \times t = \frac{1}{2} \times 9806 \times 4/25 \times 6 \times 1 = 1250.26/5 N$$

## ۱۲-۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی

نیروی برآیند روی یک سطح منحنی، هنگامی که در داخل یک مایع قرار گرفته است، نمی‌تواند به آسانی نیروی برآیند روی یک سطح صاف محاسبه شود.

برای تعیین نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی (خمیده) در یک سیال مولفه‌های افقی و قائم این نیرو را محاسبه می‌کنیم.

مولفه افقی: مولفه افقی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با نیروی وارد بر

تصویر سطح منحنی شکل در صفحه عمودی. شکل (۲-۳۴)

$$F_H = P_c A = \gamma \bar{h} A \quad (2-23)$$

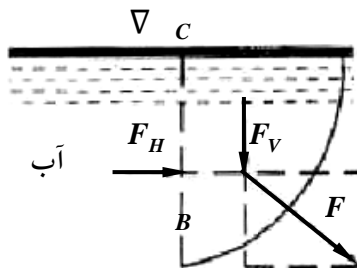
مولفه قائم (عمودی): مولفه عمودی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با

وزن سیال بالای سطوح منحنی شکل تا سطح آزاد. شکل (۲-۳۴)

$$F_V = \gamma \nabla \quad (2-24)$$

( $\bar{h}$ ) فاصله عمودی مرکز سطح از سطح تصویر شده تا سطح آزاد سیال و  $A$

مساحت این سطح است.



شکل ۲-۳۴ نیروی وارد بر سطوح منحنی

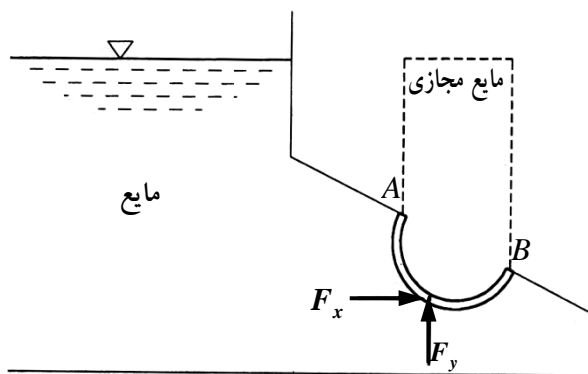
برایند نیروی افقی و عمودی (کل) و زاویه نیروی برآیند با سطح افق به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad (2-25) \text{ برآیند کل:}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_V}{F_H} \quad (2-26) \text{ زاویه نیروی برآیند با سطح افق}$$

مرکز فشار مربوط به نیروی افقی با استفاده از تصویر عمودی این سطح به دست می‌آید و برای تعیین مرکز فشار نیروی عمودی، مرکز حجم سیال بالای سطح را تعیین می‌کنیم.

**نکته ۱:** هرگاه مایعی در زیر یک سطح منحنی مطابق شکل (۲-۳۵) قرار گیرد، مؤلفه قائم نیروی برآیند بطرف بالا وارد خواهد شد. مقدار این نیرو می‌تواند با استفاده از یک حجم مجازی مایع محاسبه می‌شود. برای این منظور از نقاط  $A$  و  $B$  در ابتدا و انتهای منحنی، خطوط عمودی رسم می‌کنیم تا خط افقی در امتداد سطح آب را قطع کند (شکل ۲-۳۵). شکل حاصل شامل یک نیم‌دایره، یک مثلث و یک مستطیل می‌باشد. هرگاه مجموع مساحت‌های اشکال فوق را در عرض آنها که عمود بر صفحه کاغذ است ضرب کنیم حجم مجازی مایع روی سطح منحنی به دست می‌آید که با ضرب آن در وزن مخصوص مایع مؤلفه نیروی قائم محاسبه می‌شود.



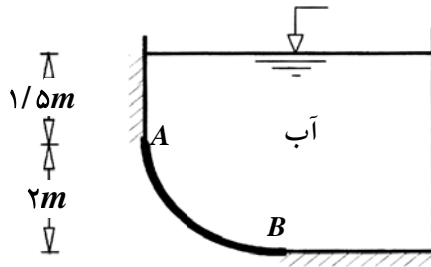
شکل ۲-۳۵

**مثال ۲-۲۱:** سطح منحنی  $AB$  به شکل ربع دایره و به عرض واحد، مطابق شکل

زیر مفروض است. مطلوبست تعیین:

الف) نیروی وارد بر سطح AB بر حسب kgf

ب) امتداد خط اثر نیروی وارد بر AB



شکل ۳۶-۲

$$F_H = \gamma \bar{h} A = (1000) \times (1/5 + 1) \times (2 \times 1) = 5000 \text{ kgf}$$

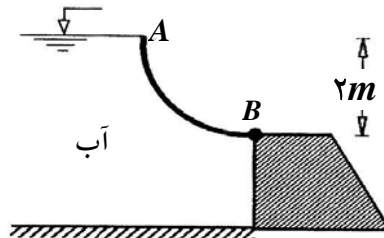
$$F_V = \gamma V = (1000) \times \left( \frac{\pi \times 1^2}{4} \times 1 + 1/5 \times 2 \times 1 \right) = 6140 \text{ kgf}$$

$$F = \sqrt{5000^2 + 6140^2} = 7918/5 \text{ kgf}$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_V}{F_H} = \frac{6140}{5000} = 1/23 \rightarrow \theta = 50/9^\circ$$

مثال ۲-۲۲: دریچه AB بشکل ربع دایره و عرض واحد، در شکل زیر نشان داده

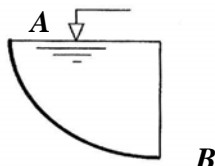
شده است. مقدار و امتداد نیروی کل وارد بر آن را محاسبه نمایید؟



شکل ۳۷-۲

$$F_x = F_H = \gamma \bar{h} A = (9/806) \times (1) \times (2 \times 1) = 19/6 \text{ kN}$$

چون آب در زیر دریچه AB قرار گرفته است لذا برای محاسبه مولفه قائم نیروی هیدرواستاتیک از روش سیال مجازی استفاده می‌کنیم. در این حالت خواهیم داشت:



$$F_y = F_v = \gamma \nabla (9.806) \times \left( \frac{\pi \times 4^2}{4} \right) \times 1 = 30.8 \text{ kN} \uparrow$$

و در نهایت نیروی کل وارد بر دریچه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F = \sqrt{19.6^2 + 30.8^2} = 36.5$$

برای محاسبه امتداد نیروی برآیند نیز می‌توان نوشت:

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_v}{F_H} = \frac{30.8}{19.6} = 1.57 \rightarrow \theta = 57.5^\circ$$

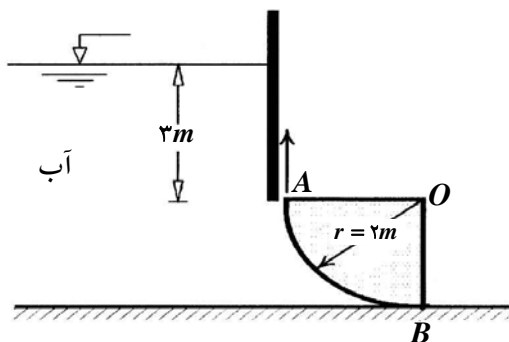
مثال ۲-۲۳: در شکل زیر یک دریچه قطاعی (بصورت ربع دایره) به عرض ۲ متر نشان داده شده است.

الف) مولفه افقی نیروی وارد به دریچه و خط اثر آن را تعیین کنید؟

ب) مولفه قائم نیرو و خط اثر آنرا تعیین کنید؟

ج) نیروی لازم برای بازکردن دریچه F، را به دست آورید؟ از وزن دریچه

صرف نظر کنید.



شکل ۲-۳۹

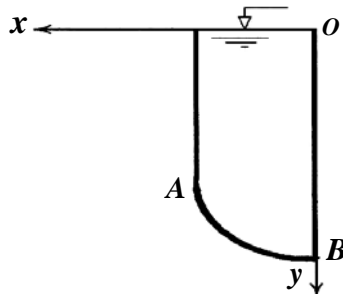
$$F_H = \gamma \bar{h} A = (9/8.06) \times (3+1) \times (2 \times 2) = 156/9 kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{Ah} = 4 + \frac{\left(\frac{2^2}{12}\right)}{4 \times 4} = 4/0.83 m$$

ب) در این حالت، مایع در زیر دریچه قرار گرفته است. بنابراین با استفاده از روش سیال مجازی خواهیم داشت:

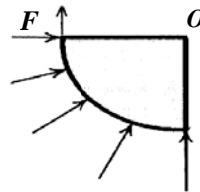
$$F_V = \gamma V = (9/8.06) \times \left( 3 \times 2 \times 2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2 \right) = 179/25 kN$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i V_i}{V} = \frac{(1) \times (3 \times 2 \times 2) + \left(\frac{4 \times 2}{3\pi}\right) \times \left(\frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2\right)}{3 \times 2 \times 2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2} = 0/95 m$$



ج) با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و نوشتن رابطه تعادل لنگرها حول نقطه O، به دست می‌آید:

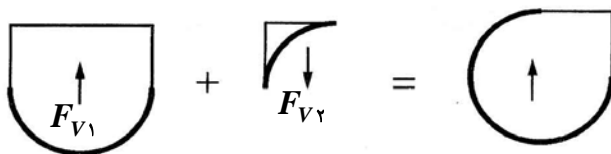
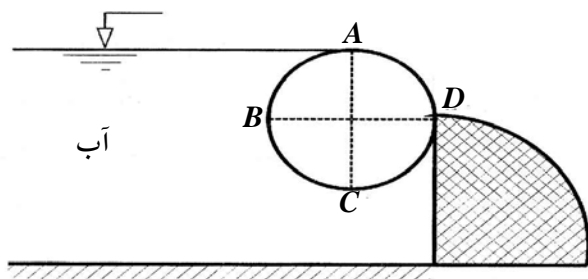
$$\sum M_O = 0 \rightarrow F \times r = 0 \rightarrow F = 0$$



مثال ۲-۲۴: سیلندری مطابق شکل زیر، آب را درون یک مخزن نگه می‌دارد.



چنانچه تماس بین سیلندر و دیواره بدون اصطکاک باشد، طول سیلندر را واحد در نظر گرفته و وزن آنرا محاسبه نمایید. در این حالت، نیروی وارد بر دیواره چقدر است؟ شعاع سیلندر ۲ متر است.



شکل ۴۰-۲

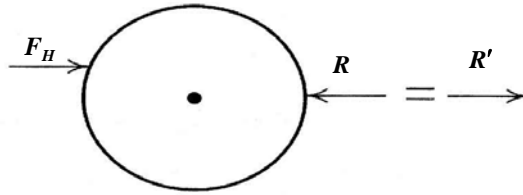
$$F_V = \gamma V = 9/806 \times \left[ \left( \frac{3}{4} \right) \times \pi \times 2^2 \times 1 + 2 \times 2 \times 1 \right] = 131/6 kN$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_V = 131/6 N$$

نیروهای افقی وارد بر سطوح BC و DC مساوی و مختلف الجهتند، لذا یکدیگر را خنثی می‌کنند. در این حالت نیروی افقی تنها بر قسمت AB مؤثر خواهد بود که می‌توان نوشت:

$$F_H = \gamma h A = (9/806) \times (1) \times (2 \times 1) = 19/6 kN$$

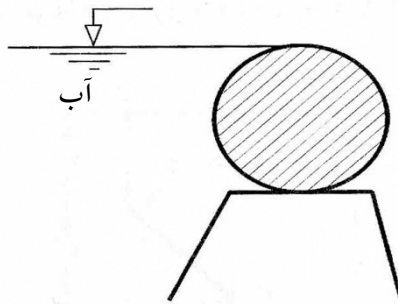
با رسم دیاگرام آزاد سیلندر خواهیم داشت:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_H = R \rightarrow R' = R = F_H = 19/6 \text{ kN}$$

**نکته:** اگر سطح منحنی قسمتی از محیط یک دایره باشد، در آنصورت جزء نیروهای عمودی فشار، همگی از مرکز دایره عبور خواهند کرد. در این حالت، گشتاور برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارده بر سطح مذکور حول مرکز دایره، برابر صفر خواهد بود.

**مثال ۲-۲۵:** نیروی وارد بر دریچه استوانه‌ای شکل زیر را به دست آورید. طول دریچه ۸ متر و قطر آن ۴ متر می‌باشد.



شکل ۲-۳۸

$$F_H = \gamma \bar{h} A = (9/806) \times (2) \times (8 \times 4) = 627/6 \text{ kN}$$

برای به دست آوردن مولفه قائم نیرو، کافی است تا وزن سیال درون نیم دایره را

محاسبه نماییم:



$$F_v = \gamma V = 9/806 \times (2) \times \left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \times 8 \right) = 492/7 \text{ kN}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$F = \sqrt{627/6^2 + 492/7^2} = 798 \text{ kN}$$

### ۱۳-۲ نیروی شناوری<sup>۱</sup> یا نیروی ارشمیدس و مرکز اثر آن

یک جسم شناور یا غوطه‌ور در سیال به وسیله نیرویی به سمت بالا رانده می‌شود این نیرو برابر وزن سیالی است که در حجم جابه جاشده توسط جسم قرار می‌گیرد که این نیرو همان نیروی شناوری است. به عبارت دیگر نیروی شناوری عبارت است از برآیند نیروهای وارد از طرف یک سیال ساکن بر جسمی که در آن شناور یا غوطه‌ور باشد. نیروی شناوری همواره قائم و به سمت بالا و از مرکز حجم جا به جا شده می‌گذرد، در حالی که نیروی وزن جسم به مرکز جرم آن و به سمت پایین وارد می‌شود.

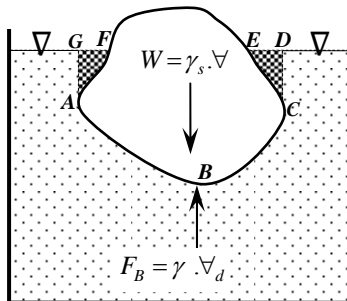
هرگاه جسمی به وزن مخصوص  $\gamma_s$  در داخل سیالی با وزن مخصوص  $\gamma$  قرار گیرد سه حالت ممکن است رخ دهد. ممکن است در سیال مورد نظر، شناور یا غوطه‌ور شود و یا با حرکت بسمت کف ظرف، در آن ته نشین گردد.

### ۱-۱۳-۲ حالت شناوری

چنانچه قسمتی از جسم جامد، درون مایع شناور باشد و مابقی خارج از آن قرار گیرد، گوییم در مایع شناور است. در حالت شناوری اجسام تحت تاثیر دو نیرو قرار می‌گیرند که عبارتند از:

الف) نیروی وزن که در راستای قائم و رو به پایین بر مرکز ثقل جسم شناور وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با:

$$W = \gamma_s \cdot \nabla \quad (27-2)$$



شکل ۲-۴۱

در رابطه فوق  $\gamma_s$  وزن مخصوص جسم شناور و  $\nabla$  حجم جسم شناور می باشند. (ب) نیروی هیدرواستاتیک که خود دارای دو مولفه افقی و یک مولفه قائم است. مولفه های افقی نیروی هیدرواستاتیک در طرف راست و چپ جسم یکسان است یعنی  $\sum F_x = 0$  می باشد. مولفه قائم آن نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_V = \gamma \times (\nabla_{GABCD}) - \gamma \times (\nabla_{GAF} + \nabla_{DCE}) = \gamma \times \nabla_{EFABC}$$

$\nabla_{EFABC}$  حجم مایع جابجا شده توسط جسم شناور می باشد. حال اگر حجم مذکور را با  $\nabla_d$  نشان دهیم و  $F_V$  را با  $F_B$  جایگزین کنیم، در آن صورت خواهیم داشت:

$$F_B = \gamma \nabla_d \quad (28-2)$$

که  $F_B$  نیروی شناوری و  $\nabla_d$  حجم بخشی از جسم داخل سیال و  $\gamma$  وزن مخصوص سیال است.

نیروی شناوری ( $F_B$ ) طبق رابطه فوق برابر است با، وزن سیال جابه جا شده توسط جسم شناور. جهت نیروی شناوری، سمت بالا بوده و محل اثر آن بر مرکز ثقل بخشی از جسم که در داخل سیال قرار گرفته است منطبق است.

**نکته:** وزن سیال جابه جا شده یعنی مقدار سیالی که جسم جای آن را اشغال می کند.

حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم شناور بنویسیم، خواهیم

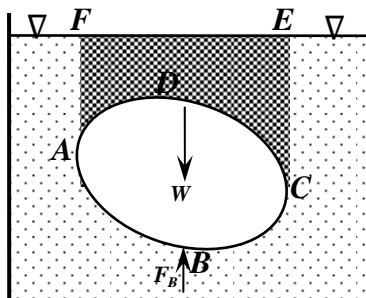
داشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B \rightarrow \gamma_s \cdot \nabla = \gamma \cdot \nabla_d \rightarrow \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\nabla_d}{\nabla} < 1 \rightarrow \gamma_s < \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با کوچکتر بودن وزن مخصوص جسم جامد از وزن مخصوص سیال ساکن، این جسم در سیال شناور می‌شود.

## ۲-۱۳-۲ حالت غوطه‌وری

اگر تمام جسم جامد درون مایع قرار گیرد، گوئیم جسم در مایع غوطه‌ور است. در این حالت  $\nabla_d = \nabla$  است و نیروی شناوری بیشترین مقدار خود را دارد. در حالت غوطه‌وری محل اثر نیروی شناوری بر مرکز ثقل حجم سیال جابه‌جاشده منطبق است.



شکل ۲-۴۲

حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم غوطه‌ور بنویسیم، خواهیم

داشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B \rightarrow \gamma_s \cdot \nabla = \gamma_s \cdot \nabla_d = \gamma_f \cdot \nabla \rightarrow \gamma_s = \gamma$$

یعنی در شرایطی که وزن مخصوص جسم جامد و سیال ساکن با هم برابر است، جسم در سیال غوطه‌ور خواهد شد.

## ۲-۱۳-۳ حالت ته نشینی

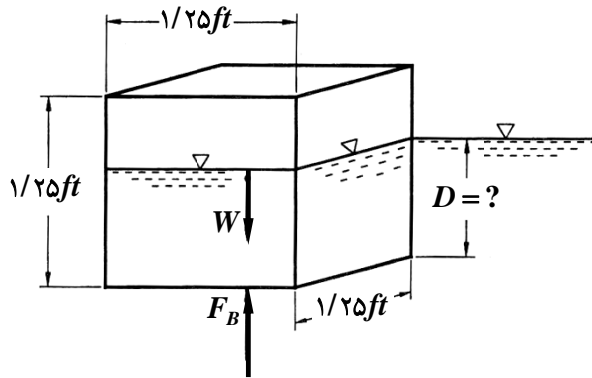
در این حالت جسم جامد پس از قرارگیری در سیال بطرف کف ظرف حرکت می‌کند تا سرانجام با ته نشینی در آن به تعادل برسد.

به هنگام حرکت جسم در سیال و با صرف نظر کردن از نیروی مقاومت سیال در برابر حرکت جسم خواهیم داشت:

$$\sum F_y \neq 0 \rightarrow W > F_B \rightarrow \gamma_s \cdot \nabla > \gamma_s \cdot \nabla \rightarrow \gamma_s > \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با بزرگتر بودن وزن مخصوص جسم از وزن مخصوص سیال، جسم در سیال ته نشین خواهد شد.

**مثال ۲-۲۶:** یک جسم مکعب شکل به اضلاع  $1/25$  فوت مطابق شکل در آب شناور است. وزن مخصوص نسبی جسم  $0/6$  است. عمق غوطه وری جسم  $D$  را به دست آورید؟



شکل ۲-۴۳

**حل:** طبق اصل ارشمیدس برای یک جسم شناور می‌توان نوشت:  $F_B = W$

که در آن  $W$  وزن جسم مکعب در هوا و  $F_B$  نیروی شناوری است.

$$W = \gamma_{\text{جسم}} \cdot \nabla_{\text{جسم}} = 0/6 \times 62/4 \times (1/25)^3 = 73/1 \text{ lb}$$

$$F_B = \gamma_{\text{آب}} \cdot \nabla_{\text{غوطه وری}} = 62/4 \times 1/25 \times 1/25 D = 97/5 D$$

$$73/1 = 97/5 D$$

$$D = 0/75 \text{ ft}$$

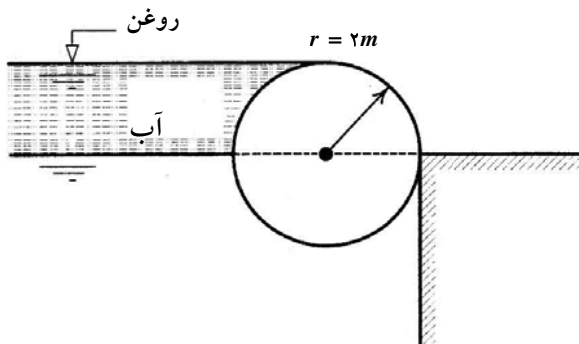
**مثال ۲-۲۷:** یک استوانه‌ای مطابق شکل زیر، جلوی آب و روغن را بند آورده

است. برای واحد طول آن موارد زیر به دست آورید: ( $SG = 0/8$  روغن)

(الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد.

(ب) وزن استوانه

(ج) چگالی استوانه



شکل ۴۴-۲

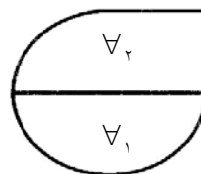
الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد، برابر نیروی عکس‌العمل دیوار است که با توجه به صفر بودن عکس‌العمل قائم، برابر عکس‌العمل افقی خواهد بود. در این حالت می‌نویسیم:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_x = F_H = \gamma \bar{h} A \rightarrow R_x = 0.8 \times 9.806 \times 1 \times 2 \times 1 = 15.7 \text{ kN}$$

نیروهای افقی ناشی از فشار آب، در دو طرف استوانه با هم برابرند و یکدیگر را

خنثی می‌کنند.

(ب)

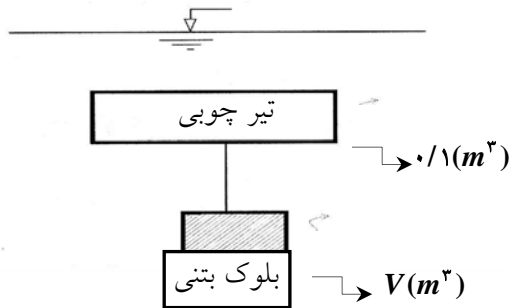


$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \rightarrow$$

$$W = \underbrace{9.806}_{\gamma_1} \times \left( \underbrace{\pi \times 2^2 \times \frac{1}{2}}_{V_1} \right) + \underbrace{0.8 \times 9.806}_{\gamma_2} \times \left( \underbrace{2 \times 2 + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{4}}_{V_2} \right) = 117.6 \left( \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right)$$

$$S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{\left[ \frac{117/6}{\pi \times 2^2} \right]}{9/806} = 0/95 \quad \text{ج)}$$

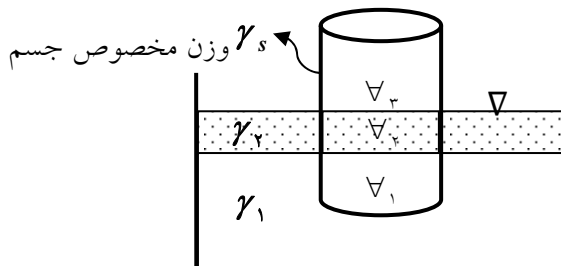
مثال ۲-۲۸: حجم یک تیر چوبی  $0/1 m^3$  و چگالی آن  $0/65$  است. چند کیلوگرم بتن باید به تیر متصل کرد تا هر دو غوطه ور شوند. وزن مخصوص بتن  $25 \frac{KN}{m^3}$  است. با ترسیم وضعیت تیر چوبی پس از اتصال بلوک بتنی به آن خواهیم داشت:



شکل ۲-۴۵

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B = \gamma_w \cdot V \rightarrow 9/806 \times 0/65 \times 0/1 + 25 \times V &= 9/806 \times (V + 0/1) \\ \rightarrow V &= 0/226 m^3 \\ \gamma = \rho g = \left( \frac{m}{V} \right) g \rightarrow m &= \frac{25 \times 10^3 \times 0/226}{9/806} = 57/62 kg \end{aligned}$$

**نکته:** اگر جسمی مطابق شکل (۲-۴۶)، درون دو سیال غیرمخلول قرار گرفته باشد، در این حالت نیروی شناوری را می‌توان بصورت زیر به دست آورد:

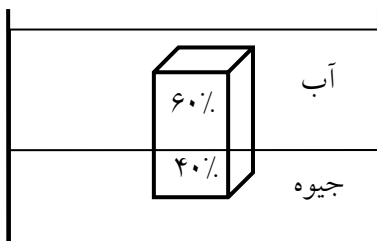


شکل ۲-۴۶



$$F_B = \gamma_1 \nabla + \gamma_2 \nabla_2 \quad (29-2)$$

**مثال ۲۹-۲:** ۴۰٪ حجم یک قطعه فلزی در داخل جیوه و مابقی آن درون آب مستغرق است. وزن مخصوص این قطعه فلزی را به دست آورید. ( $SG_{Hg} = 13/6$ )  
 با توجه به اینکه وزن مخصوص جیوه از وزن مخصوص آب بیشتر است. لذا نحوه قرارگیری قطعه فلزی، در داخل این دو سیال نامحلول، بصورت زیر خواهد بود:



شکل ۲-۴۷

در این حالت خواهیم داشت:

$$W = F_B = \gamma_1 \nabla + \gamma_2 \nabla_2 \rightarrow \gamma_s \times \nabla = 9/806 \times 0/6 \nabla + 13/6 \times 9/806 \times 0/4 \nabla$$

$$\rightarrow \gamma_s = 59/23 \frac{kN}{m^3}$$

## ۱۴-۲ معیار پایداری اجسام غوطه‌ور

اگر با یک تغییر مکان کوچک به جسمی در حالت تعادل، نیروهای ایجاد شوند که تمایل به برگرداندن جسم به حالت اولیه‌اش را داشته باشند، گوییم که سیستم در تعادل پایدار است. اگر باعث واژگونی جسم شوند، تعادل ناپایدار و اگر جسم در هر حالتی که رها شود، به همان حال باقی بماند تعادل خنثی است. بنابراین تعادل یک جسم شناور می‌تواند به سه حالت پایدار، ناپایدار یا خنثی باشد. شکل (۲-۴۷)

۱. اگر مرکز ثقل پایین تر از مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل پایدار دارد.
  ۲. اگر مرکز ثقل بالاتر از مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل ناپایدار دارد.
  ۳. اگر مرکز ثقل منطبق بر مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل خنثی دارد.
- پایداری یک جسم غوطه‌ور به محل قرار گرفتن مرکز ثقل و مرکز شناوری



$$\overline{MG} = \overline{MB} \mp \overline{GB} \quad (۳۰-۲)$$

که در این رابطه  $\overline{GB}$  فاصله بین مرکز ثقل و مرکز شناوری در حالت افقی است و  $\overline{MB}$  نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\overline{MB} = \frac{\mathcal{I}}{W} = \frac{I}{\nabla_d} \quad (۳۱-۲)$$

$I$ : گشتاور اینرسی نسبت به محوری که جسم شناور حول آن دوران می یابد.

$\gamma$  = وزن مخصوص سیال (مایع)

$W$  = وزن جسم

$\nabla_d$  = حجم سیال جابه جا شده

در رابطه (۳۰-۲) اگر  $(G)$  مرکز ثقل در بالای  $(B)$  مرکز شناوری باشد از علامت منفی و اگر  $(G)$  در پایین  $(B)$  باشد از علامت مثبت استفاده می کنیم.

## ۲-۱۶ معیار پایداری اجسام شناور

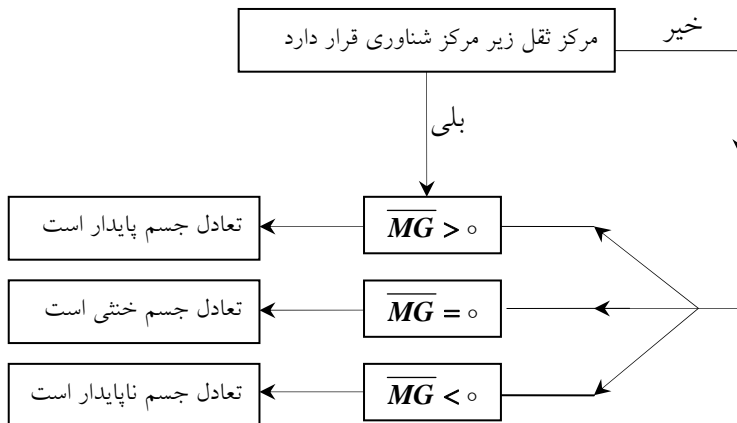
در مورد پایداری اجسام شناور، مشابه حالت غوطه وری هر گاه مرکز ثقل زیر مرکز شناوری باشد تعادل پایدار مشاهده می شود، ولی این تنها حالتی نیست که تعادل پایدار مشاهده می شود. اگر مرکز ثقل بالاتر از مرکز شناوری باشد، باز هم احتمال تعادل پایدار وجود دارد. لذا بررسی پایداری اجسام شناور مشاهده می شود که پیچیدگی بیشتری نسبت به اجسام غوطه ور وجود دارد. علت این امر، تغییر مکان مرکز شناوری در اجسام شناور بهنگام تغییر موقعیت و دوران است، حال آنکه در اجسام غوطه ور محل مرکز شناوری ثابت بوده و با دوران جسم، تغییری نمی کند. بنابراین پایداری یک جسم شناور به محل قرار گرفتن مرکز ثقل و نقطه متاستریک بستگی دارد که عبارتند از:

۱. تعادل پایدار است اگر نقطه متاستریک بالای مرکز ثقل باشد و در این حالت ارتفاع متاستریک مثبت خواهد بود.

۲. تعادل ناپایدار است اگر نقطه متاستریک پایین تر از مرکز ثقل باشد و در این حالت ارتفاع متاستریک منفی خواهد بود.

۳. تعادل خنثی است اگر نقطه متاستریک و مرکز ثقل برهم منطبق باشند و در این حالت ارتفاع متاستریک صفر خواهد بود.

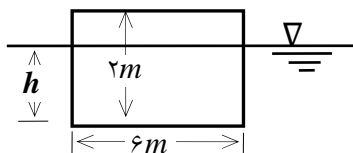
الگوریتم زیر چگونگی پایداری یک جسم شناور را نشان می‌دهد:



**نکته:** شرط پایداری یک جسم شناور آن است که اگر مرکز ثقل اش زیر مرکز شناوری قرار نگیرد و نقطه متاستر آن بالای مرکز ثقل قرار گیرد، در این حالت ارتفاع متاستریک مثبت خواهد بود و هر چه این ارتفاع بیشتر باشد (متاستر بالاتر باشد)، پایداری جسم شناور بیشتر خواهد بود.

**مثال ۲-۳۰:** یک قطعه چوب مکعب شکل به طول  $6m$ ، عرض  $4m$  و ضخامت  $2m$

به طور افقی در آب شناور است. اگر جرم مخصوص چوب  $\frac{700}{m^3} kg$  باشد، مطلوب است محاسبه حجم آب حانه حاشیه و محاسبه مرکز شناوری؟



شکل ۲-۴۹

**حل:**

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_B = W \rightarrow \gamma_f \times \nabla_d = \gamma_s \times V$$

$$\rightarrow 1000 \times 9.81 \times \nabla_d = 700 \times 9.81 \times (4 \times 6 \times 2) \rightarrow \nabla_d = 33.6 m^3$$

$$V_d = 6 \times 4 \times h \rightarrow h = 1.4 m$$

**مثال ۲-۳۱:** جسم شناوری به طول ۵ متر، عرض ۳ متر و ارتفاع ۱/۲ متر مفروض

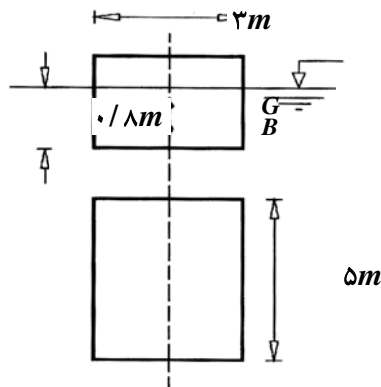
است. اگر عمق استغراق این جسم در آب دریا ۰/۸ متر و مرکز ثقل آن ۰/۶ متر بالاتر از کف جسم باشد، ارتفاع متاستریک را حساب کنید؟

$$\text{(فاصله از کف)} = \frac{1/4}{4} = 0.075 \text{ m} = \text{مرکز شناوری}$$

$$\overline{MG} = \frac{I}{\nabla_d} - \overline{GB}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{12} \times 5 \times 3^3 = 11.25 \text{ m}^4 \\ \nabla_d = 0.8 \times 3 \times 5 = 12 \text{ m}^3 \\ \overline{GB} = 0.6 - 0.4 = 0.2 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \overline{MG} = \frac{11.25}{12} - 0.2 = 0.74 \text{ m}$$



شکل ۵۰-۲

## ۱۷-۲ تعادل نسبی

هنگامی که یک مخزن محتوی سیال با شتاب خطی یکنواخت حرکت کند یا یک استوانه حاوی سیال با سرعت زاویه‌ای ثابت حول محورش دوران نماید، لایه‌های مجاور سیال نسبت به هم حرکتی نداشته و رفتار سیال شبیه یک سیال با حالت استاتیکی خواهد بود. در این حالت گفته می‌شود سیال در تعادل نسبی است. تنش برشی در سیال وجود نخواهد داشت و توزیع فشار می‌تواند از معادلات حرکت به دست آید. اگر چه تعادل نسبی یک پدیده استاتیکی سیال نیست، اما به علت تشابه روابط در مبحث استاتیک سیالات مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. دو حالتی که بیشتر مورد نظر می‌باشند، عبارت از شتاب خطی یکنواخت و شتاب چرخش یکنواخت حول یک محور قائم می‌باشند. [۱]

## تست‌های فصل دوم استاتیک سیالات

۱. برای یک سیال در حال سکون
  - (۱) تنش برشی به ضریب لزجت سیال بستگی دارد.
  - (۲) تنش برشی صفر است
  - (۳) برروی یک سطح شیبدار با زاویه  $45^\circ$  نسبت به سطح افقی، تنش برشی حداکثر است.
  - (۴) تنش برشی فقط در سطح افقی صفر است
۲. برای یک مایع در حال سکون، ارتفاع پیزومتریک
  - (۱) در تمام نقاط داخل مایع ثابت است. (۲) در زیر سطح آزاد با عمق افزایش می‌یابد.
  - (۳) در زیر سطح آزاد با عمق کاهش می‌یابد. (۴) به ضریب لزجت بستگی دارد.
۳. یک فشار سنج در محلی معین
  - (۱) همیشه یک قرائت ثابت را نشان می‌دهد
  - (۲) همیشه فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد
  - (۳) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که ممکن است نسبت به زمان تغییر کند
  - (۴) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که نسبت به زمان ثابت است.
۴. هنگامی که فشار سنج  $719/6$  میلی‌متر را نشان می‌دهد، فشار مکش  $15\text{ kpa}$  در آن محل مساوی است با:
 

(۱) (مطلق) $11/316$ میلیمتر آب	(۲) (مطلق) $81\text{ kpa}$
(۳) (مطلق) $111\text{ kpa}$	(۴) (مطلق) $112/4$ میلیمتر جیوه
۵. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد در سطح دریا بر حسب کیلو پاسکال ( $\text{kpa}$ ) برابر است با:
 

(۱) $133/105$	(۲) $103/305$
(۳) $101/325$	(۴) $760$
۶. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد  $101/325\text{ kpa}$  است. فشار جو (اتمسفریک) در محلی  $96/5\text{ kpa}$  بود. در صورتی که فشار ثبت شده  $22\text{ kpa}$  باشد، این فشار معادل است با:

(۲) (مطلق)  $۸۹/۳۲۵ \text{ kpa}$

(۱) (مطلق)  $۱۲۱/۳۲۵ \text{ kpa}$

(۴) (مطلق)  $۱۱۸/۵ \text{ kpa}$

(۳) (مطلق)  $۷۶/۵ \text{ kpa}$

۷. هنگامی که صفحه‌ای کاملاً در مایعی غوطه ور می‌شود، بر آیند هیدرو استاتیک بر روی یک جهت این صفحه مساوی با حاصلضرب ..... است.

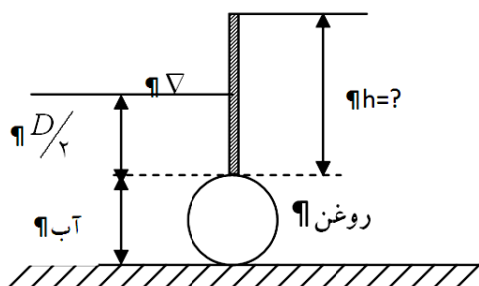
(۱) مساحت و فشار در مرکز فشار این سطح

(۲) مساحت و عمق مرکز هندسی این سطح

(۳) مساحت و فشار در مرکز هندسی این سطح

(۴) مساحت و فشار در وسط عمق

۸. اگر وزن مخصوص نسبی روغن  $۰/۸$  باشد ارتفاع  $h$  در شکل روبرو چه مقدار باید باشد، تا نیروی افقی وارد بر لوله ی استوانه‌ای شکل به قطر  $D$  صفر شود؟



(۱)  $h = \frac{۵}{۳} D$

(۲)  $h = \frac{۳}{۴} D$

(۳)  $h = ۱/۵ D$

(۴)  $h = \frac{۵}{۴} D$

۹. فشار سنج بردن برای اندازه‌گیری چه نوع فشاری است؟

(۲) مطلق

(۱) بخار

(۴) هوا

(۳) نسبی

۱۰. یک سطح حلقوی به شعاع داخلی  $۱m$  و شعاع خارجی  $۲m$  به‌طور عمودی در داخل آب قرار گرفته است مرکز سطح  $۳$  متر پایین تر از سطح آزاد آب قرار دارد.

مرکز فشار آن، چند متر پایین تر از مرکز ثقل است؟

(۲)  $۰/۴$

(۱) صفر

(۴)  $۰/۴۵$

(۳)  $۰/۴۲$

۱۱. بر آیند نیروهای فشاری که سیال از پائین به بالا بر جسم شناور وارد می‌کند، چه

نام دارد؟

(۲) پاسکالی

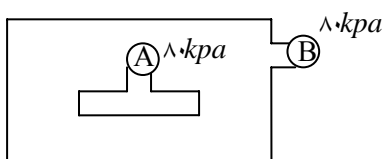
(۱) نیوتنی

(۳) چسبندگی (۴) شناوری

۱۲. مقدار نیروی وارده بر یک طرف صفحه‌ای که نسبت به افق با زاویه  $\alpha$  قرار گرفته است و مساحت آن برابر واحد و مرکز ثقل آن در ۱۰ متری زیر سطح مایعی با وزن مخصوص  $\gamma$  می‌باشد، برابر است با:

- (۱) بزرگتر از  $10\gamma$  (۲) بستگی به مقدار زاویه  $\gamma$  دارد  
(۳) کوچکتر از  $10\gamma$  (۴)  $10\gamma$

۱۴. در شکل مقابل فشار مطلقى که فشار سنج A نشان می‌دهد چند kpa است؟



- (۱) ۲۰۰  
(۴) ۳۰۰  
(۲) ۲۲۰  
(۳) ۲۸۰

۱۵. برای چه نوع اندازه‌گیری‌هایی از فشار سنج شیدار استفاده می‌شود؟

- (۱) اندازه‌گیری‌های زیاد (۲) از فشار اتمسفر کمتر است  
(۳) بستگی به فشار اتمسفر دارد (۴) مساوی فشار اتمسفر است

۱۶. یک مانومتر جیوه‌ای جهت اندازه‌گیری فشار آب به کار رفته است. اختلاف ارتفاع سطح جیوه در دو شاخه مانومتر ۵۰ mm است. اختلاف فشار بر حسب ستون آب چقدر است؟

- (۱) ۵ m / ۰ (۲) ۳ m / ۶  
(۳) ۸ m / ۶ (۴) ۳ m / ۷

۱۷. فشارهای کوچک را با چه وسیله‌ای اندازه می‌گیرند؟

- (۱) مانومتر (۲) بارومتر  
(۳) پیزومتر (۴) پیرومتر

۱۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به:

- (۱) جنس مایع دارد (۲) جنس ظرف دارد  
(۳) شکل ظرف دارد (۴) عمق نقطه و جنس مایع دارد

۱۹. فشار هوا در سطح دریا برابر ۷۶ سانتی متر جیوه می‌باشد. در عمق یک کیلومتری



از آب دریا به جرم مخصوص  $1/0.3$  فشار چند جو است؟

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \text{ و } (\rho_{HG} = 13 / 6 \text{ gr/cm}^3)$$

(۱) تقریباً ۱۰۰ (۲) تقریباً ۱۰۸

(۳) تقریباً ۱۰۶ (۴) تقریباً ۱۰۴

۲۰. کدامیک از وسایل زیر فشار بالاتر از محیط را اندازه می‌گیرد؟

(۱) بارومتر (۲) وکیوم متر

(۳) مانومتر (۴) پیرومتر

۲۱. فشار وارد بر سیالی برابر  $147 \text{ (psi)}$  می‌باشد، تقریباً چند جو است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲

(۳) ۸ (۴) ۱۱

۲۲. فشار مطلق داخل یک قطره جیوه به قطر  $5 \text{ mm}$  با کشش سطحی  $51 \text{ N/m}$  چند

kpa است؟

(۱)  $101/21$  (۲)  $101/71$

(۳)  $101/5$  (۴)  $102$

۲۳. در یک دیواره قائم که یک طرف آن در آب به عمق  $h$  قرار گرفته، موقعیت مرکز

فشار کدام است؟

(۱) به اندازه یک سوم  $h$  از سطح آب فاصله دارد.

(۲) به اندازه دو سوم از کف دیواره فاصله دارد.

(۳) به اندازه دو سوم  $h$  از سطح آب فاصله دارد.

(۴) منطبق بر مرکز ثقل است.

۲۴. درکارهای مهندسی و صنعتی برای اندازه‌گیری فشارهای زیاد از ..... استفاده

می‌کند؟

(۱) پیزومتر (۲) پیرومتر

(۳) بارومتر (۴) فشار سنج بردن

۲۵. هر گاه مرکز ثقل یک جسم شناور، بالاتر از مرکز رانش باشد جسم دارای

(۱) تعادل پایدار است (۲) تعادل ناپایدار می‌باشد

(۳) تعادل یکنواخت است (۴) هیچکدام

۲۶. کدام گزینه دیاگرام فشار را تعریف می‌کند؟

- (۱) دیاگرام فشار به صورت سهمی است.
- (۲) دیاگرام فشار، نمایش هندسی تغییرات فشار روی یک سطح است
- (۳) دیاگرام فشار یعنی تغییرات فشار در محیط یک لوله پر
- (۴) دیاگرام فشار یعنی شدت فشار در یک نقطه

۲۷. مرکز فشار.....

- (۱) مرکز سطح غوطه ور است.
  - (۲) مرکز حجم منشور فشار است.
  - (۳) مستقل از جهت قرارگیری سطح است.
  - (۴) نقطه‌ای روی خط اثر نیروی برآیند است
۲۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به ..... دارد

- (۱) جنس مایع
- (۲) جنس ظرف
- (۳) شکل ظرف
- (۴) عمق نقطه و جنس مایع

۲۹. اگر جسمی در مایعی غوطه ور باشد نیروی ارشمیدس.....

- (۱) کوچکتر از وزن جسم است
- (۲) بزرگتر از وزن جسم است
- (۳) با وزن جسم مساوی است
- (۴) هیچکدام

۳۰. نیروی شناوری.....

- (۱) نیروی برآیند وارده از سیال اطراف جسم به آن است.
- (۲) نیروی برآیند وارد به جسم شناور است.
- (۳) نیروی لازم جهت برقراری تعادل جسم غوطه ور است.
- (۴) معادل است با حجم مایع جا به جا شده.

۳۱. خط اثر نیروی شناوری.....

- (۱) در کلیه اجسام غوطه‌ور از مرکز ثقل عبور می‌کند.
- (۲) در کلیه اجسام شناور از مرکز حجم عبور می‌کند.
- (۳) از مرکز حجم سیال جابه‌جا شده عبور می‌کند.
- (۴) از مرکز حجم سیالی که به‌طور قائم در بالای حجم قرار دارد عبور می‌کند.

۳۲. تعادل یک جسم شناور پایدار است،.....

- (۱) اگر ارتفاع متاستریک صفر باشد.
- (۲) اگر و تنها اگر مرکز ثقل پائین تر از مرکز شناوری باشد.
- (۳) اگر  $\overline{GB} - \frac{I_n}{V_n}$  مثبت باشد و  $G$  بالاتر از  $B$  باشد.
- (۴) اگر نقطه متاستر بالاتر از مرکز ثقل باشد.
۳۳. مولفه افقی نیروی وارد بر یک سطح منحنی برابر است با.....
- (۱) وزن مایعی که به طور قائم در بالای سطح قرار دارد.
- (۲) وزن مایعی که سطح منحنی آن را نگه داشته است.
- (۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن
- (۴) نیروی وارد بر تصویر سطح منحنی بر روی یک صفحه قائم
۳۴. مولفه قائم نیروی وارد بر یک سطح منحنی غوطه ور برابر است با.....
- (۱) مولفه افقی آن
- (۲) نیروی وارد بر تصویر قائم سطح منحنی
- (۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن
- (۴) وزن مایعی که به طور قائم در بالای سطح منحنی واقع شده است
۳۵. یک سطح مثلثی به طور قائم واقع شده به طوریکه یک ضلع آن روی سطح آزاد قرار دارد و راس آن در پائین قرار دارد. ارتفاع مثلث  $h$  است. فاصله مرکز فشار از سطح آزاد چقدر است؟

$\frac{h}{3}$ (۲)	$\frac{h}{4}$ (۱)
$\frac{2h}{3}$ (۴)	$\frac{h}{2}$ (۳)